Materi Kuliah
Fisika Mekanika

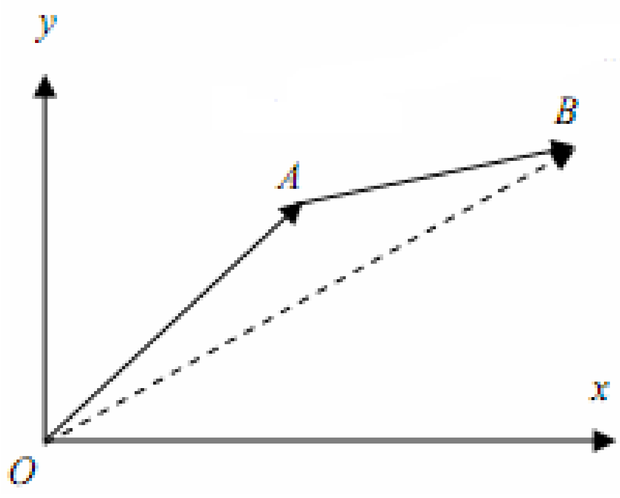
Gerak dalam Dua dan Tiga Dimensi

Dosen :
Tri Surawan, M.Si

Fakultas Teknik
Universitas Jayabaya

Vektor Posisi

- Biasanya titik acuan berada pada O(0, 0).
- Dengan menggunakan sistem koordinat Kartesian, posisi dan perpindahan ditentukan :
  - Vektor posisi awal di titik O, dituliskan $\overrightarrow{r_0}$
  - Ketika berjalan dan sampai di titik A, vektor posisi sekarang adalah $\overrightarrow{r_A}$.
  - ketika telah sampai di titik B, vektor posisi adalah $\overrightarrow{r_B}$.



Notasi $\overrightarrow{r_0}$, $\overrightarrow{r_A}$, dan $\overrightarrow{r_B}$ disebut sebagai **vektor posisi**.
Vektor posisi tersebut dapat dinyatakan dalam komponen koordinat x dan y.

$\overrightarrow{\mathbf{r_0}} = 0\,\hat{\mathbf{i}} + 0\,\hat{\mathbf{j}}$ $\longrightarrow$ (0 , 0)

$\overrightarrow{\mathbf{r_A}} = A_x\,\hat{\mathbf{i}} + A_y\,\hat{\mathbf{j}}$ $\longrightarrow$ (A_x , A_y)

$\overrightarrow{\mathbf{r_B}} = B_x\,\hat{\mathbf{i}} + B_y\,\hat{\mathbf{j}}$ $\longrightarrow$ (B_x , B_y)

Notasi $\hat{\mathbf{i}}$ dan $\hat{\mathbf{j}}$ menyatakan vektor satuan yang menunjukkan pada arah mana atau sumbu koordinat apa suatu komponen vektor berada.

Vektor Posisi

- Secara umum, titik acuan digunakan sebagai titik referensi untuk mengukur dan menentukan posisi suatu titik.
- Ketika berpindah dari titik $\overrightarrow{\boldsymbol{r}_0}$ ke titik $\overrightarrow{\boldsymbol{r}_A}$, perpindahan dapat ditentukan dengan mengukur selisih posisi akhir terhadap posisi mula-mula.

$$\Delta\overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{A0}}} = \overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{A}}} - \overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{0}}} = \mathrm{A_x}\ \hat{\mathbf{i}} + \mathrm{A_y}\ \hat{\mathbf{j}}$$

- Demikian juga ketika berpindah dari posisi $\overrightarrow{\boldsymbol{r}_A}$ ke posisi $\overrightarrow{\boldsymbol{r}_B}$, perpindahan dapat ditentukan dengan:

$$\Delta\overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{BA}}} = \overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{B}}} - \overrightarrow{\mathbf{r}_{\mathbf{A}}} = (\mathrm{B_x} - \mathrm{A_x})\ \hat{\mathbf{i}} + (\mathrm{B_y} - \mathrm{A_y})\ \hat{\mathbf{j}}$$

- Ternyata, perpindahan yang dilakukan dipengaruhi oleh posisi awal dan posisi akhir namun *tidak dipengaruhi oleh titik acuan yang digunakan*.

Vektor Kecepatan

- Secara umum, vektor posisi suatu benda dalam bidang dua dimensi dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$\vec{r} = x(t)\,\hat{\mathbf{i}} + y(t)\,\hat{\mathbf{j}}$$

  - variabel (t) menunjukkan bahwa posisi tersebut bergantung terhadap waktu.

- Vektor kecepatannya adalah :

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \\ &= \frac{(\overrightarrow{r_A} - \overrightarrow{r_0}) + (\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A})}{t_{0A} + t_{AB}} \\ &= \frac{dx(t)}{dt}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy(t)}{dt}\,\hat{\mathbf{j}}\end{aligned}$$

Contoh soal

Titik A berada pada koordinat A (80, 80) dan titik B berada pada koordinat B (90, 200). Seseorang menempuh lintasan OA selama 60 sekon, sedangkan lintasan AB ditempuh selama 40 sekon. Tentukan kecepatan rata-ratanya!

Penyelesaian :

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(\overrightarrow{r_A} - \overrightarrow{r_0}) + (\overrightarrow{r_B} - \overrightarrow{r_A})}{t_{0A} + t_{AB}}$$

$$= \frac{\left(A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j}\right) + (B_x - A_x)\,\hat{i} + \left(B_y - A_y\right)\hat{j}}{t_{0A} + t_{AB}}$$

$$= \frac{\left(80\,\hat{i} + 80\,\hat{j}\right) + (90 - 80)\,\hat{i} + (200 - 80)\,\hat{j}}{60 + 40}$$

$$= \frac{80\,\hat{i} + 80\,\hat{j} + 10\,\hat{i} + 120\,\hat{j}}{100}$$

$$= \frac{90\,\hat{i} + 200\,\hat{j}}{100} = 0{,}9\,\hat{i} + 2\,\hat{j}$$

Besar kecepatan dapat ditentukan dengan teorema Phytagoras:

$$|v| = \sqrt{(0{,}9)^2 + (2)^2}$$
$$= 2{,}19 \text{ m/s}$$

Arah kecepatan :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$
$$= \tan^{-1}\left(\frac{2}{0{,}9}\right)$$

$= 65{,}8^{o}$ (thdp sumbu x positif)

Vektor Percepatan

- Perubahan kecepatan gerak benda disebut percepatan.
- Dengan menggunakan analogi pada gerak satu dimensi, percepatan benda pada gerak dua dimensi dapat ditentukan dengan persamaan:

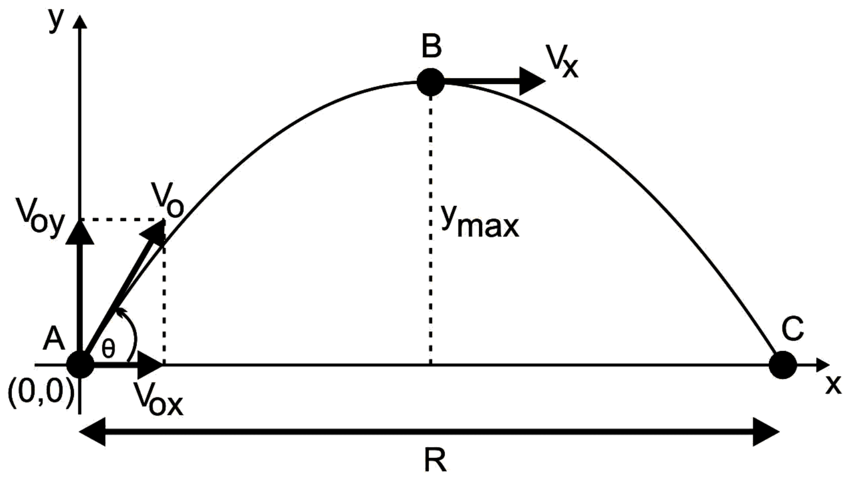
$$\vec{\mathrm{a}} = \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_x}(\mathrm{t})}{\mathrm{dt}}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_y}(\mathrm{t})}{\mathrm{dt}}\,\hat{\mathbf{j}}$$

- Karena $\vec{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{dx(t)}}{\mathrm{dt}}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{\mathrm{dy(t)}}{\mathrm{dt}}\,\hat{\mathbf{j}}$
- maka persamaan vektor percepatan dapat juga ditulis dengan:

$$\vec{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x(t)}}{\mathrm{dt}^2}\,\hat{\mathbf{i}} + \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{y(t)}}{\mathrm{dt}^2}\,\hat{\mathbf{j}}$$

Gerak Parabola

- ***Gerak Parabola*** adalah gerak yang lintasannya berbentuk parabola atau melengkung.
- Lintasan yang melengkung ini disebabkan adanya perpaduan antara gerak lurus beraturan (GLB) dan gerak lurus berubah beraturan (GLBB).
  - **Pada arah horisontal (sumbu X) :**
    - **Gerak yang dialami benda adalah *gerak lurus beraturan (GLB)* dan *tidak dipengaruhi oleh gaya gravitasi* sehingga tidak mengalami percepatan secara horisontal ($a_x = 0$) dan *kecepatan horizontalnya (v_x) selalu konstan.***
  - **Pada arah vertikal (sumbu Y) :**
    - **Gerak yang dialami benda merupakan *gerak lurus berubah beraturan (GLBB)* dan *dipengaruhi oleh gaya gravitasi* sehingga gerak benda mengalami perlambatan ($a_y = - g = - 9{,}8\ m/s^2$) dan *kecepatan vertikalnya (v_y) selalu berubah.***
- Jika benda bergerak dengan kecepatan awal v_o dan sudut elevasi θ maka kecepatannya dapat diproyeksikan ke arah mendatar (sumbu X) dan arah vertikal (sumbu Y).



Pada arah horisontal (sumbu X) :

Kecepatan awal secara horisontal adalah:

$$v_{ox} = v_o \cos \theta$$

Kecepatan horisontal dalam waktu t adalah :

$$v_x = v_{ox} = v_o \cos \theta$$

Jarak horisontal yang ditempuh dalam waktu t adalah :

$$x = v_x \,.\, t = v_o \cos \theta \,.\, t$$

Pada arah vertikal (sumbu Y) :

Kecepatan awal secara vertikal adalah :

$$v_{oy} = v_o \sin \theta$$

Kecepatan vertikal dalam waktu t adalah:

$$v_y = v_{oy} - g\, t$$

$$= v_o \sin \theta - g\, t$$

Jarak vertikal yang ditempuh dalam waktu t adalah :

$$y = v_{oy}\, t - ½\, g\, t^2$$

$$= v_o \sin \theta \,.\, t - ½\, g\, t^2$$

Ketinggian Maksimum

Di titik tertinggi (titik B), kecepatan benda hanya pada arah horisontal saja sedangkan kecepatan vertikal akan nol ($v_y = 0$) karena benda tersebut tidak bisa naik lagi.

Sehingga persamaan kecepatan pada titik tertinggi adalah :

$$\mathbf{v_B = v_x \quad dan \quad v_y = 0}$$

Waktu (t) yang diperlukan untuk mencapai titik tertinggi adalah :

$$\mathbf{t}_{\text{tertinggi}} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

Ketinggian maksimum yang dapat dicapai adalah :

$$\mathbf{y}_{\max} = \frac{{v_0}^2 \sin^2\theta}{2\,g}$$

Jarak Maksimum

Pada titik terjauh (titik C), maka ketingggian benda yaitu nol (y = 0).

Waktu yang diperlukan untuk mencapai titik terjauh adalah :

$y = v_0 \sin\theta \; t - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = v_0 \sin\theta \; t - \frac{1}{2} g t^2$

$\frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta \, . \, t$

$\frac{1}{2} g t = v_0 \sin\theta$

$$t_{terjauh} = \frac{2 v_o \sin\theta}{g}$$

Jangkauan terjauh yang dapat dicapai adalah:

$x = v_x \, . \, t$

$$x = v_o \cos\theta \, . \, \frac{2 v_o \sin\theta}{g}$$

$$x = \frac{v_o^{\,2} \, . \, 2\cos\theta \sin\theta}{g}$$

Karena $2 \cos\theta \sin\theta = \sin 2\theta$, maka :

$$x_{terjauh} = \frac{v_o^{\,2} \sin 2\theta}{g}$$

Contoh

Bola dilemparkan dengan besar kecepatan awal 25 m/s dari tanah dengan sudut elevasinya 37° . Anggap percepatan gravitasi g = 10 m/s². Tentukan kecepatan dan posisi bola pada 1 detik pertama.

Penyelesaian :

$v_0 = 25$ m/s ; $\theta = 37^o$; $g = 10$ m/s^2

Pertama kita hitung dulu kecepatan awal pada arah horisontal dan vertikal :

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta = 25 \cos 37^o = 25 \cdot 0{,}8 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta = 25 \sin 37^o = 25 \cdot 0{,}6 = 15 \text{ m/s}$$

Posisi bola pada t = 1 s adalah :

$$x = v_x \cdot t = 20 \cdot 1 = 20 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}\, t - g\, t^2 = 15 \cdot 1 - ½ \cdot 10 \cdot 12 = 15 - 5 \cdot 1 = 15 - 5 = 10 \text{ m}$$

Posisi bola dinyatakan sebagai berikut :

$$r = (x, y) = (20, 10) \text{ m}$$

Kecepatan pada t = 1 s adalah :

$$v_x = v_{0x} = 20 \text{ m/s}$$

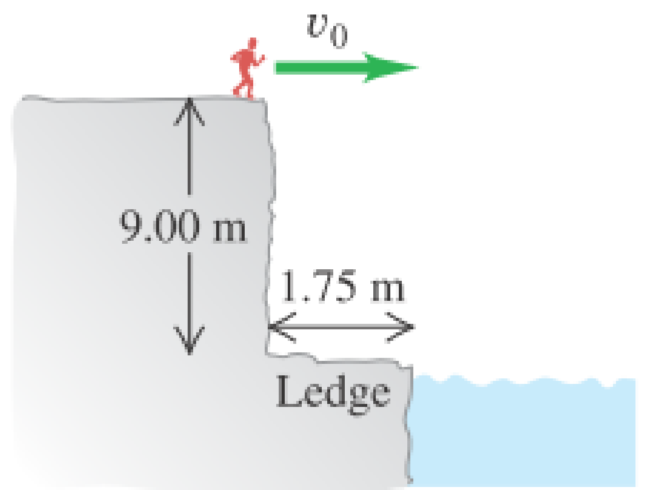
$$v_y = v_{0y} - g\,t = 15 - 10 \cdot 1 = 5 \text{ m/s}$$

Dengan dalil Pythagoras diperoleh resultan kecepatan bola yaitu :

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{20^2 + 5^2} = \sqrt{425} = \mathbf{20{,}6 \text{ m/s}}$$

Contoh soal

Seorang perenang pemberani seberat 510 N berlari dan kemudian melompat dari tebing, seperti ditunjukkan pada Gambar di samping. Berapa kelajuan minimum dia pada saat meninggalkan puncak tebing sehingga ia akan selamat dari tebing di bagian bawah, yang lebarnya 1,75 m dan berada 9,00 m di bawah puncak tebing?
($g = 9{,}80\ m/s^2$)



Penyelesaian

Orang tersebut bergerak dalam gerakan proyektil. Dia harus melakukan perjalanan horizontal sejauh 1,75 m ketika bergerak vertikal ke bawah setinggi 9,00 m dengan kelajuan awal vertikal $v_{0y} = 0$.

Lama waktu untuk jatuh vertikal 9,00 m:

$$y - y_0 = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2(y - y_0)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(9.00\text{ m})}{9.80\text{ m/s}^2}} = 1.36\text{ s.}$$

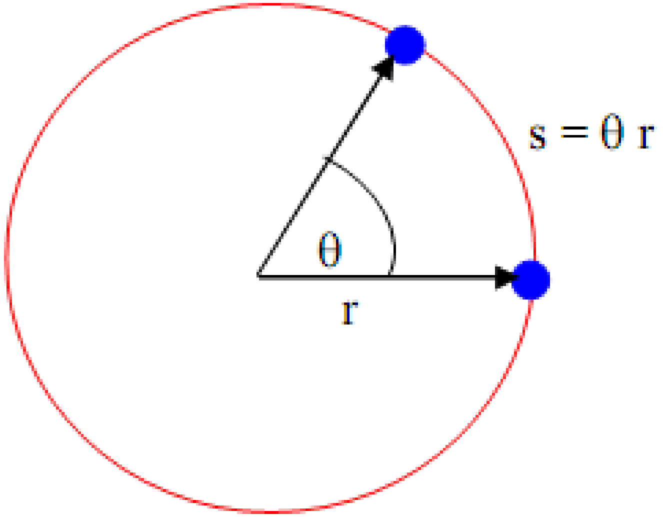
Kelajuan yang dibutuhkan untuk perjalanan horizontal 1,75 m :

$$v_0 = v_{0x} = \frac{x - x_0}{t} = \frac{1.75\text{ m}}{1.36\text{ s}} = 1.29\text{ m/s.}$$

Gerak Melingkar

Suatu benda yang bergerak mengelilingi sumbu dalam lintasan melingkar disebut gerak melingkar.

Benda yang bergerak dalam lintasan melingkar menempuh busur lingkaran Δs dalam selang waktu tertentu Δt.



Satu putaran penuh :

$\theta = 360^{o} = 2\pi$ radian

Panjang busur yang ditempuh adalah keliling lingkaran :

$s = 2\,\pi\,r$

Panjang busur lingkaran yang ditempuh dalam satu putaran adalah :

$\mathbf{s = \theta \,.\, r}$ dengan $\theta = 2\pi$

Contoh soal

Konversikan sudut-sudut berikut ini menjadi satuan radian:
30°, 45°, 90°, 180°.

Penyelesaian :

Kalikan setiap sudut dalam derajat dengan $\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\text{o}}}\right)$

$$30^{\text{o}} = 30^{\text{o}}\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\text{o}}}\right) = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$90^{\text{o}} = 90^{\text{o}}\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\text{o}}}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$45^{\text{o}} = 45^{\text{o}}\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\text{o}}}\right) = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$180^{\text{o}} = 180^{\text{o}}\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\text{o}}}\right) = \pi \text{ rad}$$

Periode dan Frekuensi

- Waktu yang diperlukan benda untuk melakukan satu kali putaran penuh dinamakan periode dan dilambangkan dengan T.

$$T = \frac{t}{n}$$

n = jumlah putaran

  - Satuan periode adalah sekon atau detik.

- Jumlah putaran yang dilakukan benda dalam satuan waktu disebut frekuensi, dan dilambangkan dengan f.

$$f = \frac{n}{t}$$

n = jumlah putaran

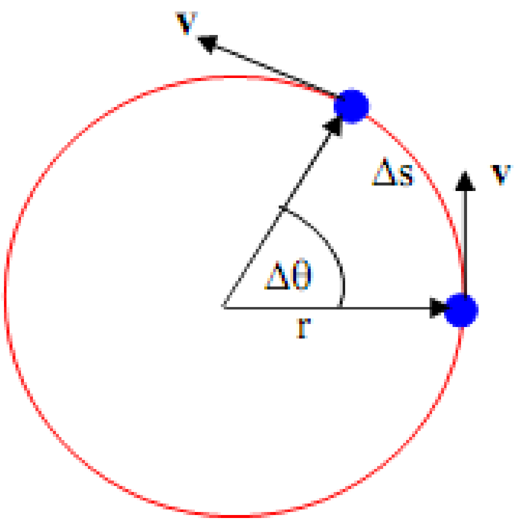
  - Satuan frekuensi adalah cyclus per second (cps) atau 1/s atau s^{-1}, dan paling sering menggunakan Hertz (Hz).

- Hubungan antara periode dan frekuensi adalah :

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{atau} \quad f = \frac{1}{T}$$

Kecepatan Tangensial

Kecepatan tangensial atau sering disebut dengan kecepatan linier dirumuskan :



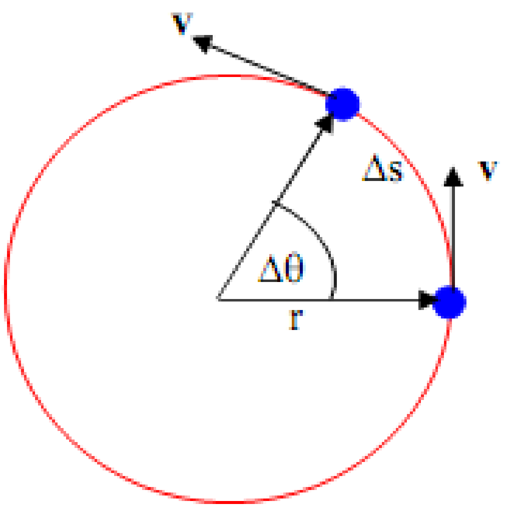
$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta \mathbf{t}}$$

Jika Δs adalah keliling lintasan yang ditempuh benda dalam satu periode waktu maka $\Delta s = 2\pi$ r dan ($\Delta t = T$) sehingga kecepatan tangensial dirumuskan menjadi :

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}\,\mathbf{r}}{\mathbf{T}} \quad \text{atau} \quad \mathbf{v} = \mathbf{2}\boldsymbol{\pi}\,\mathbf{r}\,\mathbf{f}$$

Kecepatan Anguler

Sudut yang ditempuh benda dalam selang waktu tertentu dinamakan kecepatan anguler atau kecepatan sudut benda dengan simbol ω, dapat dirumuskan sebagai berikut.



$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Apabila sudut yang ditempuh benda dalam satu periode waktu $\Delta t = T$ adalah $\Delta\theta = 2\pi$ radian, maka kecepatan anguler dalam gerak melingkar beraturan dirumuskan;

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{atau} \quad \omega = 2\pi f$$

Kecepatan sudut dalam rpm :

$$\text{rpm} = \frac{2\pi}{60}\ \text{rad/s}$$

Contoh soal

Berapa kelajuan sudut (dalam putaran/menit) Bumi kita dalam mengelilingi Matahari?
(Anggap 1 tahun = 365 hari)

Penyelesaian :

Bumi kita dalam mengelilingi Matahari membutuhkan waktu 1 tahun untuk 1 kali putaran.

Kelajuan sudutnya dalam putaran/min adalah :

$$\omega = \left(\frac{1 \text{ putaran}}{\text{tahun}}\right)\left(\frac{1 \text{ tahun}}{365 \text{ hari}}\right)\left(\frac{1 \text{ hari}}{24 \text{ jam}}\right)\left(\frac{1 \text{ jam}}{60 \text{ menit}}\right) = 1{,}90 \times 10^{-6} \text{ putaran/menit}$$

Berapakah kelajuan sudut (dalam rad/s) bumi kita ketika berputar pada porosnya.

Penyelesaian :

Bumi berputar pada porosnya setiap 24 jam

$$\omega = \left(\frac{1 \text{ putaran}}{\text{tahun}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{\text{putaran}}\right)\left(\frac{1 \text{ hari}}{24 \text{ jam}}\right)\left(\frac{1 \text{ jam}}{3600 \text{ s}}\right) = 7{,}27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Hubungan antara kecepatan tangensial dengan kecepatan anguler

Hubungan antara kecepatan tangensial dengan kecepatan anguler dapat ditentukan dari :

Karena $\Delta s = \Delta\theta \cdot r$, maka :

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} r$$

Persamaan hubungan antara kecepatan tangensial dengan kecepatan anguler tersebut dapat lebih disederhanakan menjadi sebagai berikut.

$$v = \omega r$$

Contoh soal

Sebuah floppy disk 3,5 inchi di komputer berputar dengan periode 2,00 x 10^{-1} s.
(1 m = 39,4 inch)

(a) Berapa kelajuan sudut (dalam rad/s) sebuah titik di tepi disk?
(b) Berapa kelajuan linear (dalam m/s) sebuah titik di tepi disk?

Penyelesaian :

(a) Kelajuan sudut sebuah titik di tepi disk adalah :

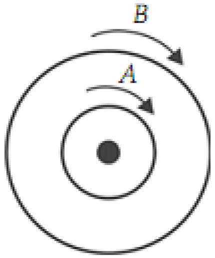
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}200\ \mathrm{s}} = 31{,}4\ \mathrm{rad/s}$$

(b) Kelajuan linear sebuah titik di tepi disk adalah :

$$v_T = r\,\omega = \left(\tfrac{1}{2} \times 3{,}5\ \mathrm{inch}\right)\left(31{,}4\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right) = 55\,\frac{\mathrm{inch}}{\mathrm{s}} \times \frac{1\ \mathrm{m}}{39{,}44\ \mathrm{inch}} = 1{,}44\ \mathrm{m/s}$$

Hubungan Roda-Roda

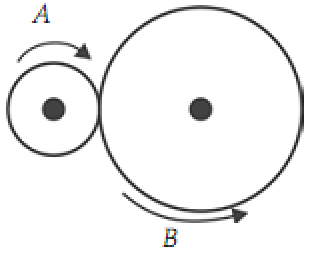
Hubungan Roda Seporos



Arah putar roda A searah dengan roda B

$\omega_A = \omega_B$ dan $\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$

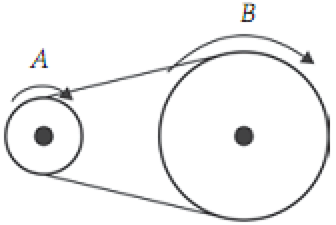
Hubungan Roda Bersinggungan



Arah putar roda A berlawanan arah dengan roda B.

$v_A = v_B$ dan $\omega_A R_A = \omega_B R_B$

Hubungan Roda dengan sabuk atau rantai



Arah putar roda A searah dengan roda B.

$v_A = v_B$ dan $\omega_A R_A = \omega_B R_B$

Contoh soal

Sepeda motor telah melakukan 120 putaran pada lintasan yang berbentuk lingkaran dalam waktu 1 jam. Tentukan periode, frekuensi, kecepatan linear, dan kecepatan sudutnya jika lintasan tersebut memiliki diameter 800 m!

Penyelesaian :

Diketahui :

d = 800 m → r = 400 m ; t = 1 jam = 3600 s; n = 120 putaran

a. Periode :

$$T = \frac{t}{n} = \frac{3600}{120} = 30 \text{ s}$$

b. Frekuensi :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{30} \text{ Hz}$$

c. Kecepatan linear :

$$v = 2\pi r f = 2\pi \times 400 \times \frac{1}{30} = 26{,}7 \text{ m/s}$$

d. Kecepatan sudut :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{30} = 0{,}0167 \text{ rad s}^{-1}$$

Contoh soal

Dua buah roda sepeda motor mempunyai jari-jari 20 cm. Sepeda motor tersebut bergerak dengan kelajuan 90 km/jam.

a. Berapakah kecepatan sudut roda sepeda motor tersebut?

b. Berapakah kelajuannya, jika roda diganti roda lain yang berdiameter 80 cm dengan kecepatan sudut yang sama?

Penyelesaian :

Diketahui :

R_1 = 20 cm = 0,2 m ; v_1 = 90 km/jam = 25 m/s

a. Kecepatan sudutnya adalah : $\omega_1 = \dfrac{v_1}{R_1} = \dfrac{25\ \text{m/s}}{0{,}2\ \text{m}} = 125\ \text{rad/s}$

b. Jari-jari roda diganti $R_2 = \dfrac{d}{2} = \dfrac{80\ cm}{2} = 40\ \text{cm}$

Kecepatan sudut yang sama : $\omega_1 = \omega_2$ = 125 rad/s

Kelajuan linier, $v_2 = \omega_2 \cdot R_2$ = (125 rad/s)(0,4 m)

= 50 m/s

= 180 km/jam

Percepatan Tangensial dan Percepatan Anguler

Percepatan linier atau tangensial diperoleh dengan membagi perubahan kecepatan linier dengan selang waktu.

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta\mathbf{t}}$$

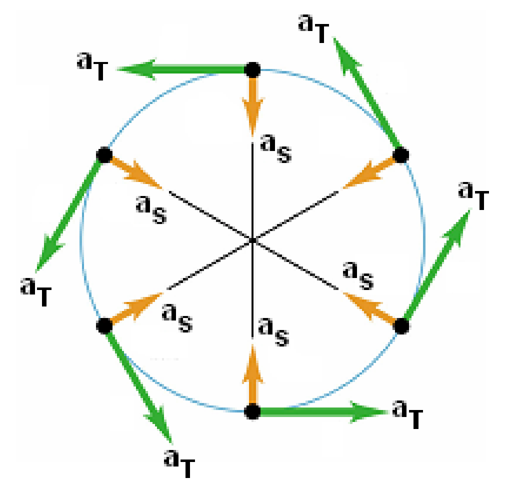
Perubahan kecepatan anguler tiap satuan waktu dinamakan dengan percepatan anguler.

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{\Delta\boldsymbol{\omega}}{\Delta\mathbf{t}}$$

Percepatan Tangensial dan Percepatan Sentripetal

Percepatan tangensial adalah percepatan yang arahnya bersinggungan dengan lintasan melingkar, yang dinyatakan :

$$\mathbf{a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \alpha\, r}$$



Percepatan sentripetal adalah percepatan yang mengarah ke arah pusat lingkaran dan selalu tegak lurus dengan percepatan tangensial, yang dinyatakan :

$$\mathbf{a_s = \frac{v^2}{r} = \omega^2\, r}$$

Percepatan sentripetal diperlukan oleh benda yang bergerak melingkar beraturan untuk mempertahankan kecepatan tetap yang dimilikinya, sehingga lintasannya selalu berbentuk lingkaran.

Percepatan total benda yang bergerak melingkar :

$$\mathbf{a = \sqrt{a_T{}^2 + a_s{}^2}}$$

Contoh soal

Sebuah bola bermassa 60 gram diikat dengan seutas tali yang panjangnya 1 meter, kemudian diputar horizontal. Dalam waktu 20 sekon terjadi 50 putaran. Berapakah: (a) kelajuan linier, (b) percepatan sentripetal, (c) tegangan tali?

Penyelesaian:

Diketahui : m = 60 gram = 0,06 kg, jari-jari R = 1 m,

Periode : $T = \frac{20 \text{ sekon}}{50 \text{ putaran}} = 0,4 \text{ s}$

a. Kelajuan linier

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(1 \text{ m})}{0,4 \text{ s}} = 5\pi \text{ m/s}$$

b. Percepatan sentripetal

$$a_s = \frac{v^2}{R} = \frac{(5\pi \text{ m/s})^2}{1 \text{ m}} = 25\pi^2 \text{ m/s}^2$$

c. Tegangan tali = gaya sentripetal

$F_s = m \cdot a_s$

$= 0,06 \text{ kg} \times 25\pi^2 \text{ m/s}^2$

$= 1,5\pi^2 \text{ N}$

Gerak Melingkar Berubah Beraturan (GMBB)

Gerak melingkar berubah beraturan (GMBB) adalah gerak melingkar yang memiliki kecepatan sudut selalu berubah dan memiliki percepatan sudut tetap.

Kecepatan sudut awal (ω_0) pada t = 0, tidak sama dengan kecepatan sudut akhir (ω_t) pada saat t, sehingga dirumuskan :

$$\omega_t = \omega_0 + \alpha . t$$

Sedangkan sudut akhir (θ) yang ditempuh dirumuskan dengan :

$$\theta = \omega_0 . t + \frac{1}{2} \alpha . t^2$$

Hubungan kecepatan sudut akhir (ω_t) dan sudut akhir (θ) tanpa variabel waktu adalah :

$$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2 . \alpha . \theta$$

Contoh soal

Sudut baling-baling pesawat membuat lintasan horisontal sebagai fungsi waktu yang diberikan oleh

$$\theta = (125 \text{ rad/s})\ t + (42{,}5 \text{ rad/s}^2)\ t^2.$$

a) Berapa kecepatan sudut sesaat pada t = 0,00 s dengan menghitung kecepatan sudut rata-rata dari t = 0,00 s sampai t = 0,010 s.
b) Berapa kecepatan sudut sesaat pada t = 1,000 s dengan menghitung rata-rata kecepatan sudut dari t = 1,000 s sampai t = 1,010 s.
c) Hitung percepatan sudut rata-rata dari t = 0,00 s sampai t = 1,00 s

Penyelesaian :

θ = (125 rad/s)t + (42,5 rad/s²)t² → $\theta = \omega_0\, t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Artinya : ω_0 = 125 rad/s dan ½α = 42,5 rad/s²

a) Kecepatan sudut sesaat pada t = 0,00 s adalah :

$$\omega_{av} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t} = \frac{\left[\omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\right] - \theta_0}{\mathrm{t}}$$

$$= \frac{\left[(125\ \mathrm{rad/s})(0.010\ \mathrm{s}) + (42.5\ \mathrm{rad/s^2})(0.010\ \mathrm{s})^2\right] - 0}{0.010\ \mathrm{s}}$$

$$\omega_{av} = 125\ \mathrm{rad/s} = \boxed{1.3\times10^2\ \mathrm{rad/s}}$$

b) Kecepatan sudut sesaat pada t = 1,000 s adalah :

$$\theta = \left[\omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2\right] = \left[(125\ \mathrm{rad/s})(1.010\ \mathrm{s}) + (42.5\ \mathrm{rad/s^2})(1.010\ \mathrm{s})^2\right] = 169.60\ \mathrm{rad}$$

$$\theta_0 = \left[\omega_0 t_0 + \tfrac{1}{2}\alpha t_0^2\right] = \left[(125\ \mathrm{rad/s})(1.000\ \mathrm{s}) + (42.5\ \mathrm{rad/s^2})(1.000\ \mathrm{s})^2\right] = 167.50\ \mathrm{rad}$$

$$\omega_{av} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{169.60 - 167.50\ \mathrm{rad}}{1.010 - 1.000\ \mathrm{s}} = 210\ \mathrm{rad/s} = \boxed{2.1\times10^2\ \mathrm{rad/s}}$$

c) Percepatan sudut rata-rata dari t = 0,00 s sampai t = 1,00 s adalah :

$$\alpha_{av} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{210\ \ -125\ \mathrm{rad/s}}{1.00 - 0.00\ \mathrm{s}} = \boxed{85\ \mathrm{rad/s^2}}$$

Kecepatan Relatif

- Gerak relatif merupakan perpaduan dua buah gerak lurus beraturan. Kecepatan gerak benda dapat diukur dari dua posisi yang berbeda.
- Secara umum, bila benda A bergerak dengan kecepatan v_a terhadap suatu acuan dan benda B bergerak dengan kecepatan v_b terhadap acuan yang sama, maka kecepatan benda A terhadap benda B dinamakan kecepatan relatif dan dapat ditulis sebagai v_{ab}.
- Secara vektor dapat ditulis :

$$v_{ab} = v_a - v_b$$

- Besar v_{ab} dapat dihitung dengan menggunakan rumus cosinus, yaitu :

$$v_{ab} = \sqrt{{v_a}^2 + {v_b}^2 + 2\, v_a\, v_b \cos\alpha}$$

Contoh

Seorang anak yang berada di atas kapal bergerak dengan kecepatan 8 m/s relatif terhadap kapal. Kapal tersebut sedang bergerak di laut dengan kecepatan 8 m/s relatif terhadap bumi, kearah timur.

Tentukan kecepatan anak tersebut relatif terhadap bumi jika :

a. Arahnya sama dengan arah gerak kapal

b. Arahnya berlawanan dengan arah gerak kapal

c. Arah gerak anak tersebut membentuk sudut 120° dengan arah timur.

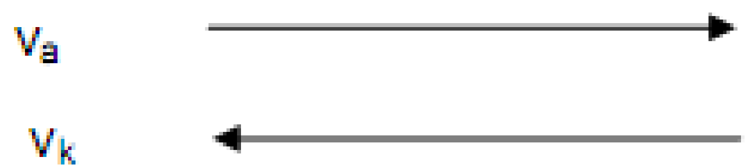
Penyelesaian :

a. arah gerak anak searah dengan arah gerak kapal α = 0°, cos 0° = 1

$$
\begin{aligned}
v_{ab} &= \sqrt{v_{ak}^2 + v_{kb}^2 + 2.v_{ak}.v_{kb}\cos\alpha} \\
&= \sqrt{8^2 + 8^2 + 2.8.8} \\
&= \sqrt{64 + 64 + 128} \\
&= \sqrt{256} \\
&= 16 \text{ m/s}
\end{aligned}
$$

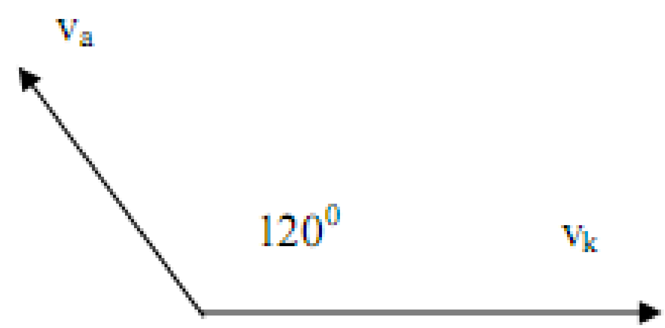
b. Jika arah gerak anak berlawanan arah gerak kapal α = 180°, cos 180° = -1

$$
\begin{aligned}
v_{ab} &= \sqrt{v_{ak}^2 + v_{kb}^2 + 2.v_{ak}.v_{kb}\cos\alpha} \\
&= \sqrt{8^2 + 8^2 + 2.8.8.(-1)} \\
&= \sqrt{64 + 64 - 128} \\
&= 0 \text{ m/s}
\end{aligned}
$$



c. Arah gerak anak tersebut membentuk sudut 120° dengan arah timur (cos 120° = -0,5).

$$
\begin{aligned}
v_{ab} &= \sqrt{v_{ak}^2 + v_{kb}^2 + 2.v_{ak}.v_{kb}\cos\alpha} \\
&= \sqrt{8^2 + 8^2 + 2.8.8\cos 120^0} \\
&= \sqrt{64 + 64 - 64} \\
&= 8 \text{ m/s}
\end{aligned}
$$



Contoh soal

Sebuah “ban berjalan" sepanjang 35,0 m di dalam terminal bandara bergerak dengan 1,0 m/s. Jika seorang wanita dari salah satu ujung dan berjalan pada 1,5 m/s relatif terhadap ban berjalan. Berapa lama waktu yang dia butuhkan untuk mencapai ujung yang lain jika dia berjalan :

(a) dalam arah yang sama dengan gerakan ban berjalan?

(b) Dalam arah yang berlawanan dengan gerakan ban berjalan?

Penyelesaian :

Ban berjalan (S) sepanjang 35,0 m bergerak pada 1,0 m/s :

a) waktu yang dibutuhkan dalam arah yang sama dengan gerakan ban berjalan.

$$v_{W/S} = +1.5 \text{ m/s}$$

$$v_{W/G} = v_{W/S} + v_{S/G} = 1.5 \text{ m/s} + 1.0 \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s}.$$

$$t = \frac{35.0 \text{ m}}{v_{W/G}} = \frac{35.0 \text{ m}}{2.5 \text{ m/s}} = 14 \text{ s}.$$

b) waktu yang dibutuhkan dalam arah yang berlawanan dengan gerakan ban berjalan.

$$v_{W/S} = -1.5 \text{ m/s}$$

$$v_{W/G} = v_{W/S} + v_{S/G} = -1.5 \text{ m/s} + 1.0 \text{ m/s} = -0.5 \text{ m/s}.$$

$$t = \frac{-35.0 \text{ m}}{v_{W/G}} = \frac{-35.0 \text{ m}}{-0.5 \text{ m/s}} = 70 \text{ s}.$$

Terima Kasih