

**Materi Kuliah
Fisika Mekanika**

Gelombang Mekanik

Dosen :
Tri Surawan M.Si

**Fakultas Teknik
Universitas Jayabaya**

Pokok Bahasan

1. Berbagai jenis gelombang mekanik
2. Periode gelombang
3. Deskripsi matematika gelombang
4. Kecepatan gelombang transversal
5. Energi gerak
6. Superposisi dan interferensi gelombang
7. Gelombang berdiri pada tali
8. Modus normal tali

Jenis Gelombang

1. Gelombang Mekanik

Gelombang ini memiliki dua fitur utama:

- Hanya dapat merambat di medium material, seperti padatan, cairan, dan gas.
- Mengikuti hukum Newton.

Contoh : gelombang tali, gelombang air dan gelombang suara.

Cepat rambat gelombang tali dinyatakan :

dimana : F = gaya tegang tali (N)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

μ = kerapatan massa per panjang tali (kg/m)

2. Gelombang Elektromagnetik

Jenis gelombang ini **tidak memerlukan** medium material.

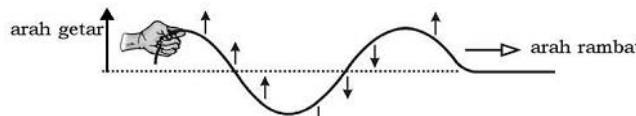
Contoh : cahaya tampak dan ultraviolet, gelombang radio dan televisi, gelombang mikro, sinar x, dan radar.

Cepat rambat gelombang elektromagnetik pada vakum adalah :

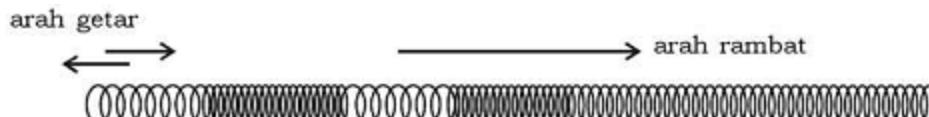
$$c = 299.792.458 \text{ m/s} (\approx 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

Tipe Gelombang

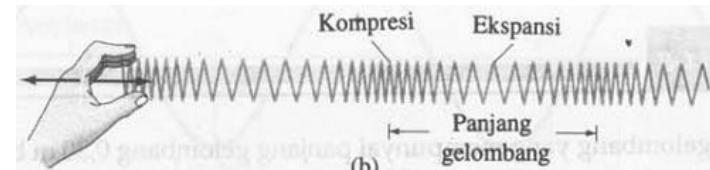
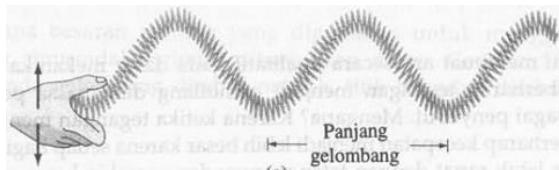
- **Gelombang Transversal** adalah gelombang dengan arah getar yang tegak lurus arah perambatannya.
 - Misalnya : gelombang tali



- **Gelombang Longitudinal** adalah gelombang dengan arah getar yang sejajar arah perambatannya.
 - Misalnya : gelombang bunyi

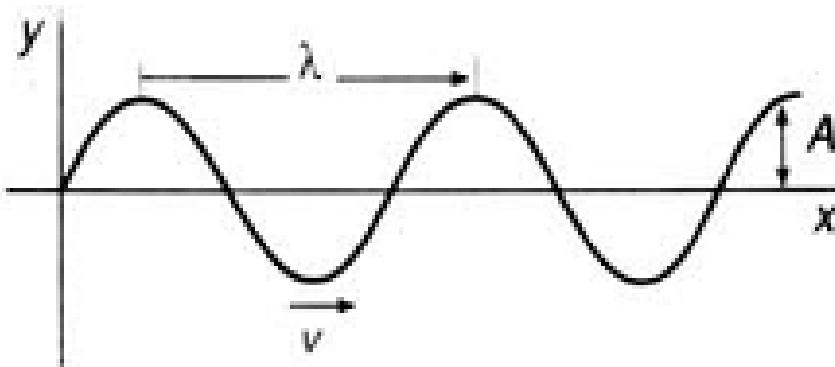


- Gelombang pada pegas bisa berperilaku sebagai gelombang transversal dan gelombang longitudinal.



- Gelombang air juga merupakan kombinasi antara gelombang transversal dan gelombang longitudinal.

Parameter Gelombang



- Jarak antara dua puncak gelombang yang berurutan disebut **panjang gelombang λ** .
- Hubungan antara frekuensi f , panjang gelombang λ , dan laju gelombang v adalah :

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

- Waktu yang diperlukan untuk menempuh jarak satu panjang gelombang disebut periode T .
- Hubungan antara periode dan frekuensi f adalah :

$$T = 1/f.$$

Contoh soal

Salah satu ujung tali yang panjangnya 6 m digerakkan ke atas dan ke bawah dengan gerak harmonik sederhana pada frekuensi 60 Hz. Gelombang mencapai ujung yang lain dari tali dalam waktu 0,5 s. Hitung panjang gelombang pada tali.

Penyelesaian :

Kecepatan gelombangnya adalah :

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \text{ m}}{0.5 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$$

Panjang gelombang tali adalah :

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{v}{f} \\ &= \frac{12 \text{ m/s}}{60 \text{ s}^{-1}} = \boxed{20.0 \text{ cm}}\end{aligned}$$

Deskripsi matematik Gelombang

- Fungsi sinus gelombang dinyatakan :

$$y(x) = A \sin kx$$

- A adalah amplitudo
- k adalah konstanta yang disebut **bilangan gelombang**.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Ingat, fungsi sinus atau kosinus semata-mata bergantung pada di mana titik asal dipilih pada sumbu x.

Deskripsi matematik Gelombang

- Fungsi gelombang untuk gelombang yang menjalar dengan laju v ke kanan dinyatakan :

$$y(x, t) = A \sin k(x - vt) = A \sin (kx - kvt)$$

- jika $\omega = kv$ adalah frekuensi sudut, maka :

$$y(x, t) = A \sin (kx - \omega t)$$

- Hubungan frekuensi sudut ω dengan frekuensi f dan periode T adalah :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- Laju gelombang v dapat diperoleh dari :

$$2\pi f = kv = \frac{2\pi}{\lambda} v \quad \rightarrow \quad v = f\lambda \quad \text{dan} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Dengan mensubstitusikan $k = 2\pi/\lambda$ dan $\omega = 2\pi/T$, didapatkan:

$$y(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Contoh soal

Fungsi gelombang untuk suatu gelombang harmonik pada tali adalah

$$y(x, t) = 0,03 \sin (2,2 x - 3,5 t)$$

dengan y dan x dalam meter dan t dalam sekon. Hitung amplitudo, panjang gelombang, frekuensi, periode, dan laju gelombang.

Penyelesaian :

Dari persamaan gelombang dapat diketahui bahwa : $y(x, t) = A \sin (kx - \omega t)$

amplitudo $A = 0,03 \text{ m}$

bilangan gelombang $k = 2,2 \text{ m}^{-1}$, dan

frekuensi sudut $\omega = 3,5 \text{ s}^{-1}$.

$$y(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Maka,

panjang gelombang : $\lambda = 2\pi/k = 2,8 \text{ m}$.

periode : $T = 2\pi/\omega = 1,80 \text{ s}$.

laju gelombangnya adalah :

$$v = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{2,86 \text{ m}}{1,80 \text{ s}} = 1,59 \text{ m/s}$$

Transmisi Energi oleh Gelombang

- Energi gelombang pada segmen tali bermassa $\Delta m = \mu \Delta x$ (dimana μ kerapatan massa linier, $\mu = m/L$) yang berosilasi tegak lurus terhadap tali dengan amplitudo A adalah :

$$\Delta E = \frac{1}{2} (\Delta m) \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \Delta x$$

- Setelah waktu Δt , gelombang menjalar sejauh $\Delta x = v \Delta t$, maka energi yang ditransmisikan selama waktu Δt adalah :

$$\Delta E = \frac{1}{2} \mu^2 A^2 \Delta x = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \Delta t$$

- Laju energi (daya) yang ditransmisikan adalah:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

Contoh soal

Gelombang dengan panjang gelombang 35 cm dan amplitudo 1,2 cm bergerak sepanjang tali 15 m yang memiliki massa 80 g dan tegangan 12 N.

- Berapakah energi total gelombang pada tali?
- Hitung daya yang ditransmisikan melalui suatu titik tertentu pada tali.

Penyelesaian :

Rapat massa linier tali adalah

$$\mu = m/L = (0,08 \text{ kg})/(15 \text{ m}) = 5,33 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

Maka, laju gelombang pada tali

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{12 \text{ N}}{5,33 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}} = 47,4 \text{ m/s}$$

Frekuensi sudut gelombang

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{v}{\lambda} = 2\pi \frac{47,4 \text{ m/s}}{0,35 \text{ m}} = 851 \text{ rad/s}$$

(a) Energi total gelombang pada tali adalah :

$$\begin{aligned}\Delta E &= \frac{1}{2} \mu \omega A^2 \Delta x \\ &= \frac{1}{2} (5,33 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(851 \text{ rad/s})^2 (0,012 \text{ m})^2 (15 \text{ m}) \\ &= 4,17 \text{ J}\end{aligned}$$

(b) Daya yang ditransmisikan melalui titik tertentu pada tali adalah :

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \Delta v \\ &= \frac{1}{2} (5,33 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(851 \text{ rad/s})^2 (0,012 \text{ m})^2 (47,4 \text{ m/s}) \\ &= 13,2 \text{ W}\end{aligned}$$

Superposisi dan Interferensi gelombang

- Superposisi gelombang harmonik disebut **interferensi** dan bergantung pada beda fase antara gelombang-gelombangnya.
- Misalkan ada 2 gelombang saling berinteraksi dengan fungsi gelombang masing-masing :

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad \text{dan} \quad y_2 = A \sin(kx - \omega t + \delta)$$

– dimana δ adalah beda fase.

- Gelombang resultannya adalah :

$$y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \delta)$$

- Jika beda fase nol atau kedua gelombang **sefase**, maka gelombang resultant memiliki amplitudo yang besarnya dua kali amplitudo masing-masing gelombang:

$$y_1 + y_2 = 2A \sin(kx - \omega t) \quad \delta = 0$$

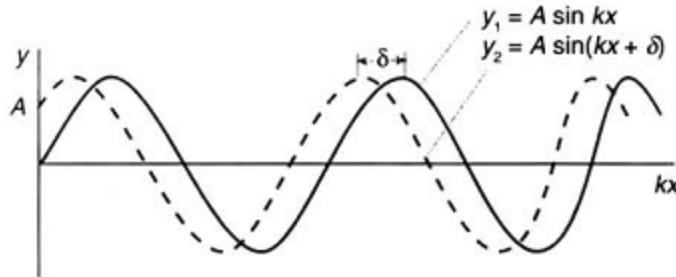
– Jenis superposisi ini disebut **interferensi konstruktif**

- Jika beda fase adalah $\delta = \pi \text{ rad} = 180^\circ$, maka gelombang tidak sefase.

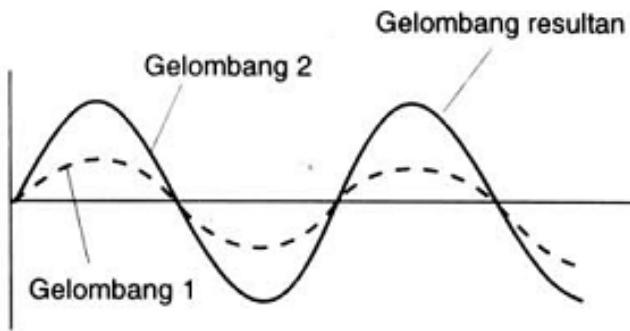
$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \pi) \\ &= A \sin(kx - \omega t) - A \sin(kx - \omega t) \\ &= 0 \quad \delta = \pi \text{ rad} = 180^\circ \end{aligned}$$

– Jenis superposisi ini disebut **interferensi destruktif**

Superposisi dan Interferensi gelombang

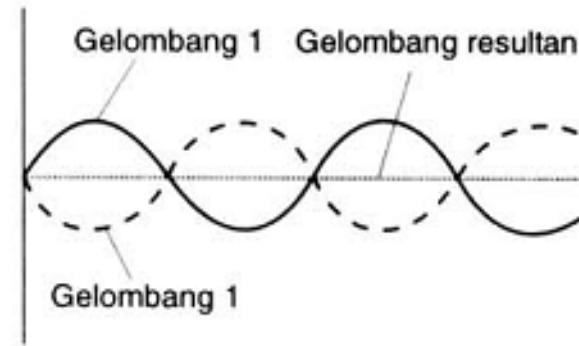


Kurva simpangan terhadap posisi untuk dua gelombang harmonik yang memiliki amplitudo, frekuensi, dan panjang gelombang yang sama namun berbeda fase δ .



Interferensi konstruktif

Bila dua gelombang sefase, keduanya saling menguatkan. Amplitudo gelombang resultant merupakan jumlah amplitudo gelombang-gelombang individual.



Interferensi destruktif

Bila dua gelombang mempunyai beda fase π , amplitudo gelombang resultant merupakan selisih amplitudo gelombang-gelombang individual.

Amplitudo Superposisi gelombang

- Untuk beda fase δ yang umum, dapat disederhanakan dengan menggunakan persamaan trigonometri :

$$\sin \theta_1 + \sin \theta_2 = 2 \cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \sin \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$$

- Untuk kasus $\theta_1 = kx - \omega t$ dan $\theta_2 = kx - \omega t + \delta$,

$$y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx - \omega t + \delta)$$

- sehingga :

$$\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{1}{2}\delta \quad \text{dan} \quad \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = kx - \omega t + \frac{1}{2}\delta$$

- Maka persamaan umum untuk interferensi 2 gelombang dengan beda fase δ adalah :

$$y_1 + y_2 = 2A \cos \frac{1}{2}\delta \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\delta)$$

- Secara umum, superposisi dua gelombang harmonik menghasilkan gelombang harmonik lain yang memiliki bilangan gelombang dan frekuensi yang sama.
- Gelombang tersebut berbeda fase dengan kedua gelombang asalnya, dan **amplitudonya** adalah

$$2A \cos \frac{1}{2}\delta$$

Contoh soal

Dua gelombang yang menjalar pada tali dalam arah yang sama masing-masing mempunyai frekuensi 100 Hz, panjang gelombang 2 cm, dan amplitudo 0,02 m. Berapakah amplitudo gelombang resultan jika gelombang-gelombang penyusunnya berbeda fase :

- (a) sebesar $\pi/6$
- (b) sebesar $\pi/3$

Penyelesaian :

Untuk mencari amplitudo gelombang resultan digunakan persamaan :

$$A = 2y_0 \cos \frac{1}{2} \delta$$

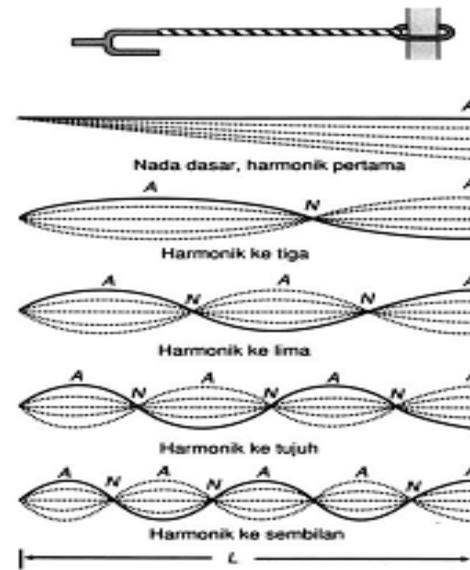
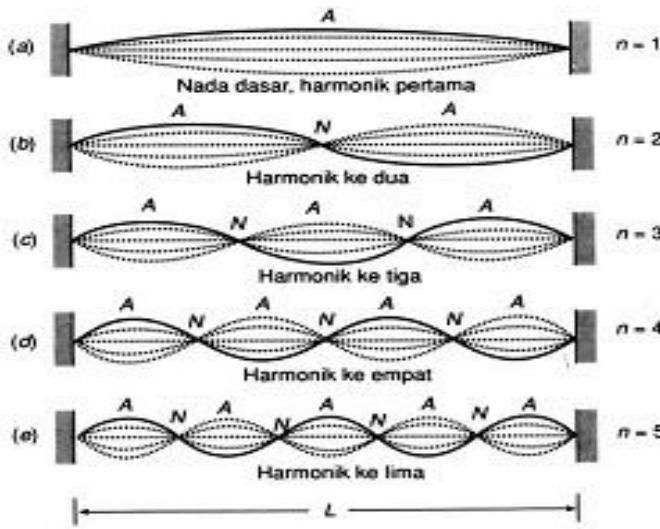
(a) Amplitudo gelombang resultan ketika $\delta = \pi/6$ adalah :

$$\begin{aligned} A &= 2y_0 \cos \frac{1}{2} \delta = 2(0.02 \text{ m}) \cos \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{6} \right) \\ &= 3.86 \text{ cm} \end{aligned}$$

(b) Amplitudo gelombang resultan ketika $\delta = \pi/3$ adalah :

$$\begin{aligned} A &= 2y_0 \cos \frac{1}{2} \delta = 2(0.02 \text{ m}) \cos \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{3} \right) \\ &= 3.46 \text{ cm} \end{aligned}$$

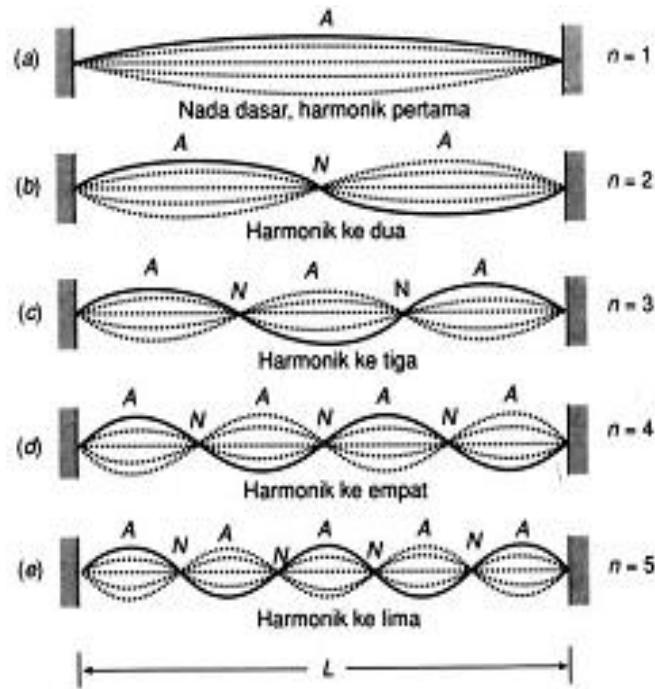
Gelombang Berdiri



- Bila gelombang-gelombang dibatasi perambatannya di dalam ruang, maka ada pantulan atau refleksi pada kedua ujungnya, dan menyebabkan adanya gelombang-gelombang yang bergerak berbalik pada kedua arah.
- Gelombang-gelombang tersebut bergabung menurut prinsip superposisi dan ada frekuensi tertentu yang superposisinya menghasilkan suatu pola getaran stasioner yang disebut **gelombang berdiri**.

Gelombang Berdiri

Tali Terikat pada Kedua Ujung



Jika kedua ujung tali yang panjang diikat dan digerakkan satu bagian naik-turun dengan gerak harmonik sederhana beramplitudo kecil, maka ditemukan pada frekuensi resonansi tertentu yang dihasilkan oleh pola-pola gelombang berdiri

Frekuensi resonansi paling rendah disebut frekuensi fundamental (dasar) f_1 , yang menghasilkan pola gelombang berdiri yang disebut modus-getaran **nada dasar atau harmonik pertama**.

Frekuensi terendah kedua f_2 , menghasilkan modus getaran **dua kali frekuensi nada dasar dan disebut harmonik kedua**.

Frekuensi terendah ketiga f_3 , adalah **tiga kali frekuensi nada dasar**, dan seterusnya.

Titik-titik yang bertanda A adalah **perut (antinoda)**

Titik-titik yang bertanda N adalah **simpul**.

Pada umumnya, harmonik ke-n mempunyai n perut.

Gelombang Berdiri

Tali Terikat pada Kedua Ujung

- Hubungan panjang tali L dengan panjang gelombang λ yang dihasilkan adalah :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Hasil ini dikenal sebagai **syarat gelombang berdiri**.
- Frekuensi harmonik ke- n (f_n) dengan laju gelombang v adalah :

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{(2L/n)} \quad \rightarrow \quad f_n = n \frac{v}{2L} = nf_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

– Frekuensi resonansi ini disebut juga **frekuensi alami tali**.

- Jadi, frekuensi nada dasar f_1 yang dihasilkan : $f_1 = \frac{v}{2L}$

- Karena laju gelombang v sama dengan $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ dengan F adalah tegangan dalam tali dan μ adalah massa tali per satuan panjang, maka :

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

- Karena waktu bagi sebuah gelombang untuk menempuh jarak $2L$ adalah $T = 2L/v$. dengan v laju gelombang, maka syarat resonansi adalah :

$$\frac{2L}{v} = nT = \frac{n}{f} \quad \rightarrow \quad f = n \frac{v}{2L}$$

- Tali yang bergetar tidak hanya memiliki satu frekuensi alami tapi memiliki sederetan frekuensi alami yang merupakan kelipatan bilangan bulat frekuensi nada dasar. Deretan ini disebut **deret harmonik**.

Contoh soal

Seutas tali sepanjang 3 m dan rapat massa 0,0025 kg/m terikat pada kedua ujungnya. Salah satu frekuensi resonansinya 252 Hz. Frekuensi resonansi berikutnya 336 Hz.

Hitunglah :

- (a) frekuensi nada dasar dan
- (b) tegangan tali.

Penyelesaian

Masing-masing frekuensi resonansi merupakan suatu bilangan bulat kali frekuensi nada dasar.

Rasio frekuensi yang diberikan adalah $336/252 = 1,33$, atau 4 berbanding 3. Maka, 336 Hz harus merupakan harmonik keempat dan 252 Hz harus merupakan harmonik ketiga.

Jadi, frekuensi nada dasar adalah : $f_1 = \frac{1}{3}f_3 = \frac{252 \text{ Hz}}{3} = 84 \text{ Hz}$

Panjang gelombang nada dasar : $\lambda = 2 L = 6 \text{ m}$,

Laju gelombang : $v = f\lambda = (84 \text{ Hz})(6 \text{ m}) = 504 \text{ m/s}$.

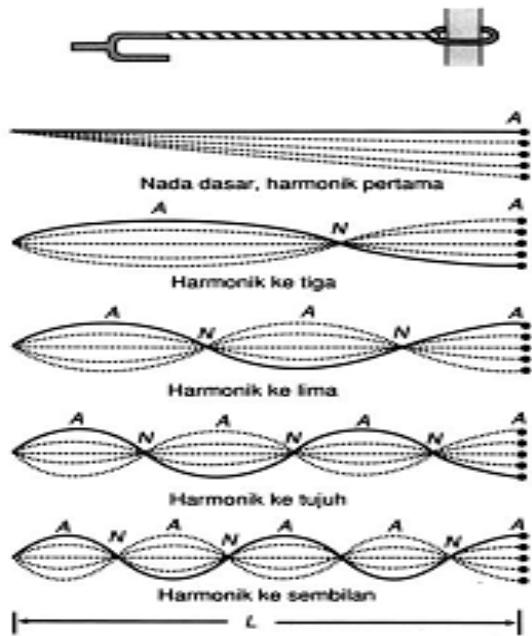
Tegangan diperoleh dari :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$F = \mu v^2 = (0,0025 \text{ kg/m}) (504 \text{ m/s})^2 = 635 \text{ N}$$

Gelombang Berdiri

Tali Terikat pada Satu Ujung



Gelombang berdiri juga dapat dihasilkan pada tali yang memiliki satu ujung bebas dan ujung yang kedua terikat. Perhatikan bahwa ujung yang terikat merupakan perut.

Syarat gelombang berdiri dapat dituliskan :

$$L = n \frac{\lambda_n}{4} \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Frekuensi resonansi diberikan oleh

$$f_n = n \frac{v}{4L} = nf_1 \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Maka, frekuensi nada dasarnya adalah :

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$

Frekuensi alami sistem ini terjadi dalam rasio $1 : 3 : 5 : 7 : \dots$ yang berarti bahwa **harmonik genap hilang**.

Fungsi Gelombang Berdiri

- Misalkan simpangan gelombang dengan amplitudo sama yang menjalar ke kanan sebagai y_R dan yang menjalar kiri sebagai y_L .

$$y_R = A \sin (kx - \omega t) \quad \text{dan} \quad y_L = A \sin (kx + \omega t)$$

– dengan $k = 2\pi/\lambda$ adalah bilangan gelombang dan $\omega = 2\pi f$ adalah frekuensi sudut.

- Jumlah dua gelombang ini adalah :

$$y(x, t) = y_R + y_L = A \sin (kx - \omega t) + A \sin (kx + \omega t)$$

- Dengan menggunakan persamaan trigonometri :

$$\sin \theta_1 + \sin \theta_2 = 2 \cos \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_2) \sin \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_2).$$

- Jika kita ambil $\theta_1 = kx + \omega t$ dan $\theta_2 = kx - \omega t$, akan kita peroleh :

$$\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = kx \quad \text{dan} \quad \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) = \omega t$$

- Maka,

$$y(x, t) = 2A \cos \omega t \sin kx$$

Fungsi Gelombang Berdiri

- Jika tali dibuat tetap pada $x = 0$ dan $x = L$, kita akan memperoleh syarat batas pada fungsi gelombang :

$$y(x, t) = 0 \quad \text{pada } x = 0 \quad \text{dan } x = L$$

- Nilai k_n yang memenuhi persamaan tersebut adalah :

$$k_n L = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Apabila dinyatakan dalam panjang gelombang $\lambda = 2\pi/k$, persamaan tersebut menjadi :

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} L = n\pi \quad \rightarrow \quad n \frac{\lambda_n}{2} = L$$

- Persamaan untuk fungsi gelombang berdiri pada getaran harmonik ke- n dapat ditulis

$$y_n(x, t) = A_n \cos \omega_n t \sin k_n x$$

Contoh soal

Seutas tali yang diikat pada satu ujung hanya bergetar pada harmonik ketiganya. Fungsi gelombangnya diberikan oleh

$$y(x, t) = 0,015 \cos 189 t \sin 0,262 x$$

dengan y dan x dalam meter dan t dalam sekon

- (a) Berapakah frekuensi getaran?
- (b) Berapakah panjang tali?

Penyelesaian :

- (a) Karena frekuensi sudut $\omega = 189$ rad/s, maka frekuensinya

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{189 \text{ rad/s}}{6,28} = 30,1 \text{ Hz}$$

$$y_n(x,t) = A_n \cos \omega_n t \sin k_n x$$

- (b) Hubungan panjang tali dihubungkan ke panjang gelombang harmonik ketiga adalah :

$$L = n \frac{\lambda_n}{4} = 3 \left(\frac{\lambda_3}{4} \right)$$

Karena bilangan gelombang $k = 0,262 \text{ m}^{-1}$, maka panjang gelombang :

$$\lambda_3 = 2\pi/k = 6,28/(0,262 \text{ m}^{-1}) = 24,0 \text{ m.}$$

Oleh karena itu panjang tali adalah

$$L = 3 \left(\frac{\lambda_3}{4} \right) = 3 \left(\frac{24 \text{ m}}{4} \right) = 18,0 \text{ m}$$

Superposisi Gelombang Berdiri

- Suatu sistem yang bergetar seperti tali yang terikat pada kedua ujungnya merupakan gerakan terdiri dari campuran harmonik-harmoniknya.
- Fungsi gelombang berdiri pada getaran harmonik ke-n dapat ditulis :

$$y_n(x,t) = A_n \cos \omega_n t \sin k_n x$$

- Superposisi gelombang berdiri gerakan umum suatu tali yang terikat di kedua ujungnya digambarkan dengan fungsi gelombang :

$$y(x, t) = \sum_n A_n \cos(\omega_n t + \delta_n) \sin k_n x$$

- Karena energi dalam sebuah gelombang berbanding lurus dengan kuadrat amplitudo, maka besaran A_n^2 menggambarkan fraksi energi yang terkait dengan harmonik ke-n.
- Konstanta-konstanta A_n dan δ_n bergantung pada posisi awal dan kecepatan tali.

Terima Kasih