

Materi Kuliah
Fisika Listrik

Induksi dan Induktansi

Dosen :

Tri Surawan M.Si

Fakultas Teknik
Universitas Jayabaya

Percobaan Induction

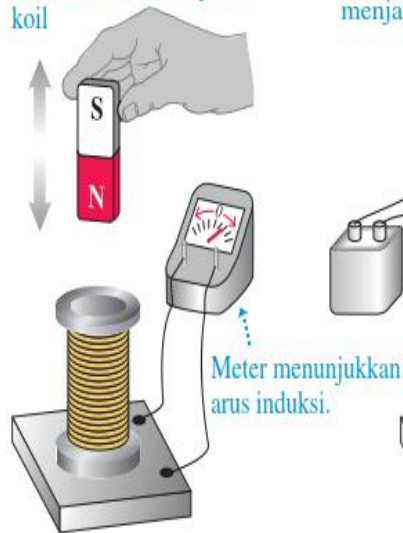
Selama tahun 1830-an, beberapa percobaan perintis dengan ggl induksi secara magnetis dilakukan oleh Michael Faraday di Inggris dan oleh Joseph Henry (1797-1878) di Amerika Serikat.

(a) Magnet yang DIAM tidak menginduksi arus pada koil.

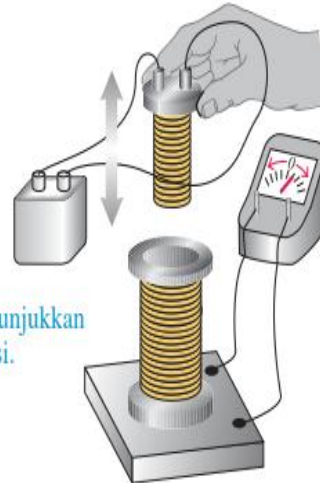


Semua aksi untuk membangkitkan arus induksi pada koil.

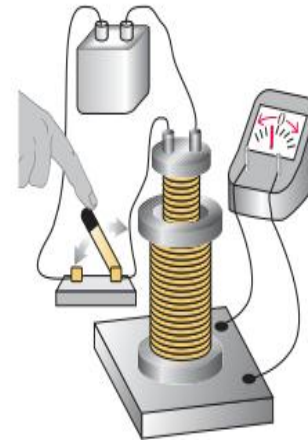
(b) Gerakan magnet mendekati atau menjauhi koil



(c) Gerakan koil kedua yang dialiri arus mendekati atau menjauhi koil pertama



(d) Perubahan arus pada koil kedua dengan membuka atau menutup saklar

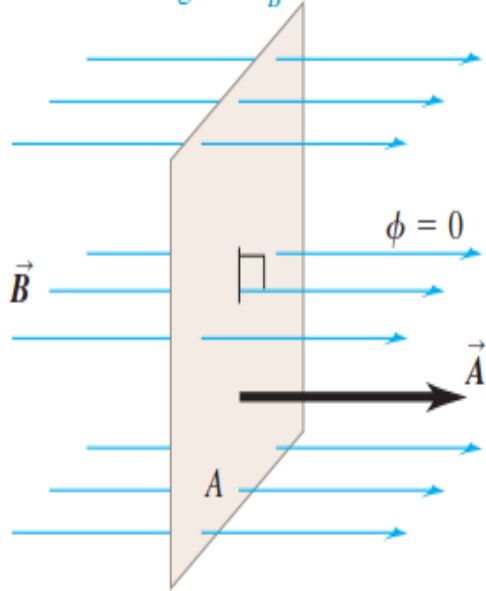


Secara umum dalam semua percobaan ini adalah mengubah fluks magnetik Φ_B melalui koil yang terhubung ke galvanometer. Dalam setiap kasus perubahan fluks karena medan magnet berubah dengan waktu atau karena koil bergerak melalui medan magnet seragam.

Perhitungan Fluks Magnetik

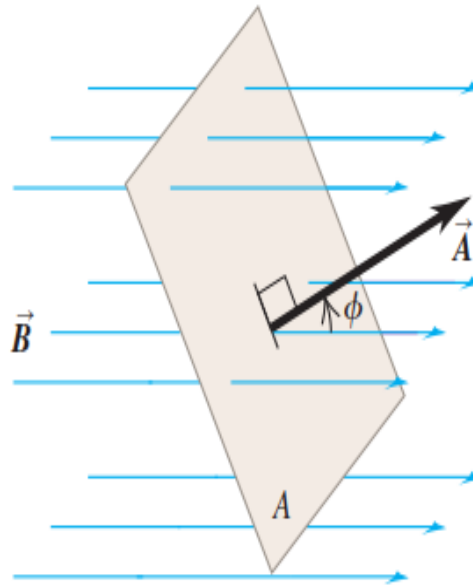
Permukaan bidang berhadapan langsung dengan medan magnetik :

- \vec{B} dan \vec{A} paralel (sudut antara \vec{B} dan \vec{A} adalah $\phi = 0$).
- Fluks magneti $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA$.



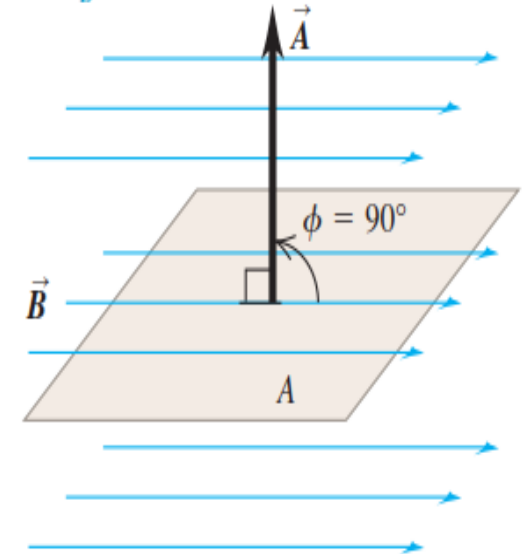
Permukaan bidang membentuk sudut ϕ terhadap medan magnetik :

- Sudut antara B dan A adalah ϕ .
- Fluks magnetik $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \phi$.



Permukaan bidang tegak lurus terhadap medan magnetik :

- \vec{B} dan \vec{A} tegak lurus (sudut antara \vec{B} dan \vec{A} adalah $\phi = 90^\circ$).
- Fluks magnetik $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 90^\circ = 0$.



Hukum Faraday

Secara umum, semua efek induksi adalah perubahan fluks magnetik yang melalui rangkaian.

Hukum Faraday tentang induksi menyatakan :

Ggl induksi dalam loop tertutup sama dengan negatif dari laju perubahan fluks magnetik terhadap waktu yang melalui loop.

Secara matematis ditulis :

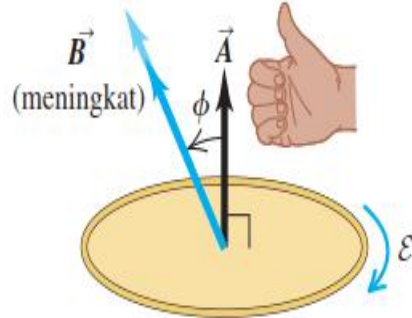
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Jika menggunakan koil dengan N lilitan, maka ggl induksinya adalah :

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

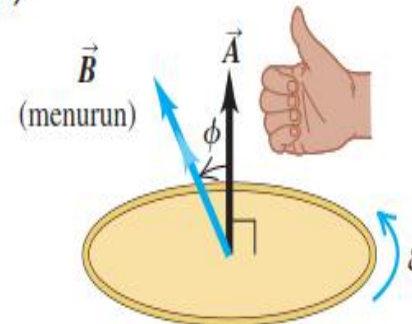
Menentukan GGL Induksi

(a)



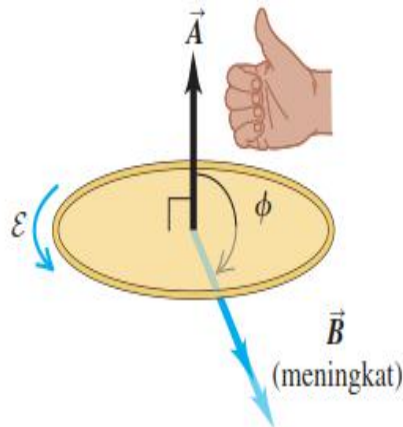
- Fluks adalah positif ($\Phi_B > 0$) ...
- ... dan berubah menjadi lebih positif ($d\Phi_B/dt > 0$).
- Ggl Induksi adalah negatif ($\mathcal{E} < 0$).

(b)



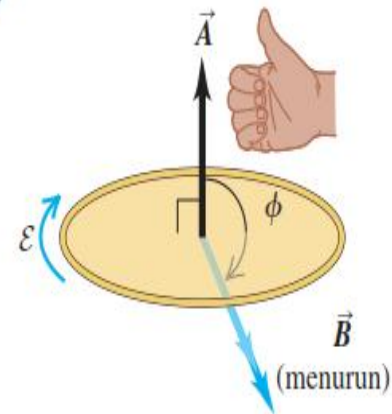
- Fluks adalah positif ($\Phi_B > 0$) ...
- ... dan berubah menjadi kurang positif ($d\Phi_B/dt < 0$).
- Ggl Induksi adalah positif ($\mathcal{E} > 0$).

(c)



- Fluks adalah negatif ($\Phi_B < 0$) ...
- ... dan berubah menjadi lebih negatif ($d\Phi_B/dt < 0$).
- Ggl Induksi adalah positif ($\mathcal{E} > 0$).

(d)



- Fluks adalah negatif ($\Phi_B < 0$) ...
- ... dan berubah menjadi kurang negative ($d\Phi_B/dt > 0$).
- Ggl Induksi adalah negatif ($\mathcal{E} < 0$).

Contoh soal

Sebuah loop kawat tunggal dengan luas $0,0900 \text{ m}^2$ di dalam medan magnet seragam yang memiliki nilai awal $3,80 \text{ T}$, tegak lurus terhadap bidang loop, dan menurun pada laju konstan $0,190 \text{ T/s}$.

(a) Berapa ggl yang diinduksi dalam loop ini?

(b) Jika loop memiliki tahanan $0,600 \Omega$, hitunglah arus induksi dalam loop.

Penyelesaian :

Luas loop A adalah konstan dan B berubah.

Medan magnetik tegak lurus terhadap bidang loop : $\phi = 0^\circ$

Fluks magnetik yang melalui $\Phi_B = BA \cos \phi$

Besar ggl induksi dinyatakan $|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$

(a) Besar ggl yang diinduksi dalam loop ini adalah :

$$|\mathcal{E}| = A \frac{dB}{dt} = (0,0900 \text{ m}^2)(0,190 \text{ T/s}) = 0,0171 \text{ V}$$

(a) Besar arus induksi dalam loop adalah :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,0171 \text{ V}}{0,600 \Omega} = 0,0285 \text{ A}$$

Contoh soal

Sebuah kumparan dengan jari-jari 4,00 cm, terdiri 500 lilitan, ditempatkan dalam medan magnet seragam yang berubah dengan waktu menurut $B = (0,0120 \text{ T/s}) t + (3,00 \times 10^{-5} \text{ T/s}^4) t^4$. Kumparan terhubung ke resistor 600 Ω , dan penampangnya tegak lurus terhadap medan magnet. Anda dapat mengabaikan resistansi dari kumparan.

- Tentukan besar ggl yang diinduksi dalam kumparan sebagai fungsi waktu.
- Berapa arus dalam resistor saat $t = 5,00 \text{ s}$?

Penyelesaian :

Medan magnetik tegak lurus terhadap permukaan penampang $\phi = 0^\circ$; kumparan :
Fluks magnetik yang melalui kumparan $\Phi_B = BA \cos \phi$

Besar ggl induksi dinyatakan $|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$ Sehingga : $\left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = A \frac{dB}{dt}$

(a) Besar ggl yang diinduksi dalam kumparan sebagai fungsi

waktu adalah :

$$|\mathcal{E}| = \frac{Nd\Phi_B}{dt} = NA \frac{d}{dt}(B) = NA \frac{d}{dt}((0.012 \text{ T/s})t + (3.00 \times 10^{-5} \text{ T/s}^4)t^4)$$
$$= NA((0.012 \text{ T/s}) + (1.2 \times 10^{-4} \text{ T/s}^4)t^3) = 0.0302 \text{ V} + (3.02 \times 10^{-4} \text{ V/s}^3)t^3$$

(b) Pada $t = 5,00 \text{ s}$, ggl yang diinduksi dalam kumparan adalah :

$$|\mathcal{E}| = 0.0302 \text{ V} + (3.02 \times 10^{-4} \text{ V/s}^3)(5.00 \text{ s})^3 = 0.0680 \text{ V}$$

Maka, besar arus dalam resistor saat $t = 5,00 \text{ s}$ adalah :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0.0680 \text{ V}}{600 \Omega} = 1.13 \times 10^{-4} \text{ A}$$

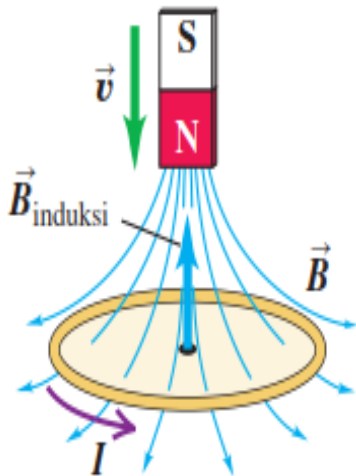
Hukum Lenz

Hukum Lenz adalah metode alternatif yang baik untuk menentukan arah ggl induksi atau arus induksi.

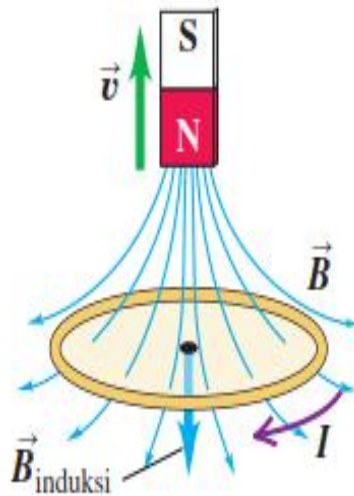
Hukum Lenz menyatakan :

Arah efek induksi magnetik adalah berlawanan dengan penyebab efeknya.

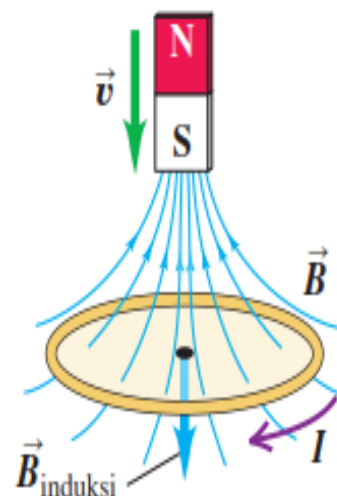
Gerakan magnet menyebabkan *kenaikan fluks* yang melalui loop ke arah bawah.



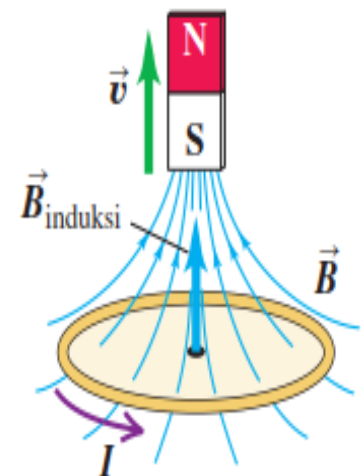
Gerakan magnet menyebabkan *penurunan fluks* melalui loop ke arah bawah



Gerakan magnet menyebabkan *kenaikan fluks* yang melalui loop ke arah atas.

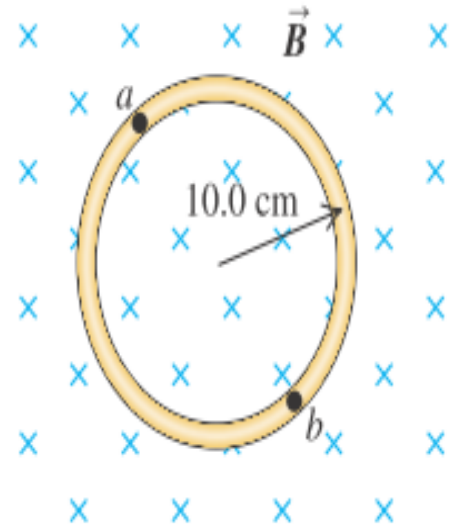


Gerakan magnet menyebabkan *penurunan fluks* melalui loop ke arah atas.



Contoh soal

Sebuah loop kawat melingkar di daerah medan magnet spasial seragam, seperti ditunjukkan pada Gambar di samping. Medan magnet arahnya masuk ke bidang gambar. Tentukan dan jelaskan alasan Anda, arah (searah jarum jam atau berlawanan) dari arus induksi dalam loop ketika :



- (a) B mengalami peningkatan
- (b) B mengalami penurunan
- (c) B konstan dengan nilai B_0

Penyelesaian :

(a) Medan B ke dalam bidang gambar dan meningkat sehingga fluks meningkat. Medan induksi adalah keluar dari bidang gambar. Untuk menghasilkan medan keluar dari bidang gambar, **arah arus induksi berlawanan arah jarum jam.**

(b) Medan B ke dalam bidang gambar dan menurun sehingga fluks menurun. Medan induksi adalah ke dalam bidang gambar. Untuk menghasilkan medan ke masuk bidang gambar, **arah arus induksi adalah searah jarum jam.**

(c) Medan ini konstan sehingga fluks konstan, maka **tidak ada ggl induksi dan tidak ada arus induksi.**

GGL Gerak

Sebuah batang bergerak ke kanan dengan kecepatan konstan v dan berada di dalam medan magnet B seragam yang arahnya ke dalam halaman.

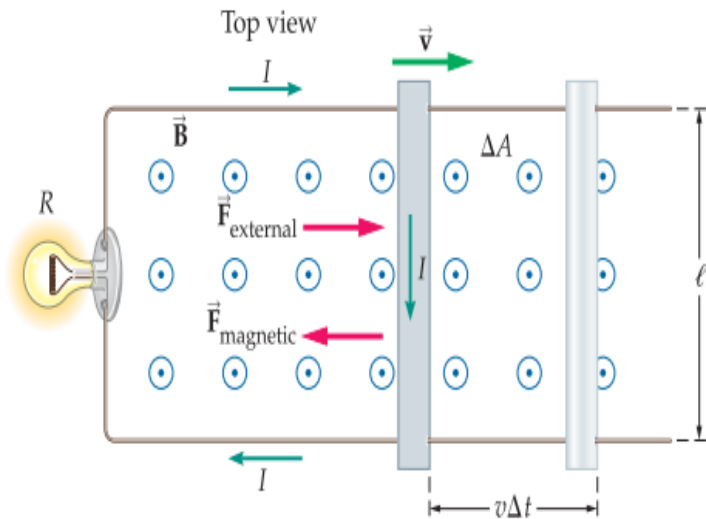
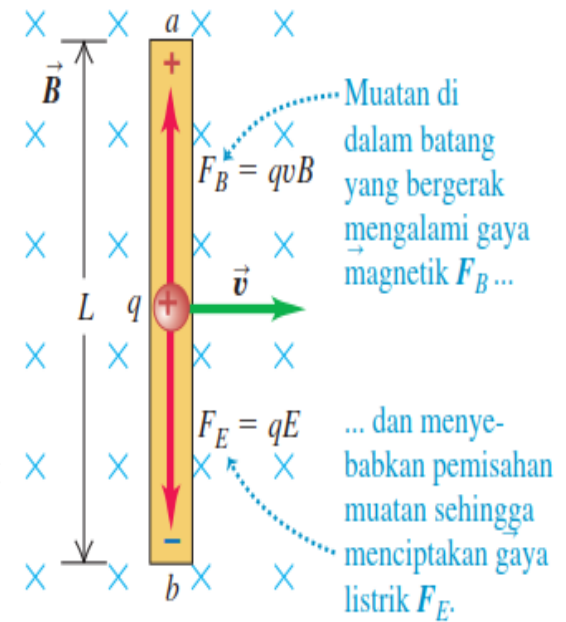
Jika gaya listrik sama dengan gaya magnetik, maka muatan berada dalam keseimbangan.

$$F_E = F_B \quad \longrightarrow \quad qE = qvB$$

Maka terjadi beda potensial antara titik a dan b sebesar :

$$V_{ab} = EL = vBL$$

(Potensial di titik a lebih tinggi daripada di titik b)



Karena gerakan batang, perubahan luas daerah $\Delta A = v \Delta t \ell$

Sehingga, kenaikan fluks $\Delta \Phi = B \Delta A = Bv\ell \Delta t$

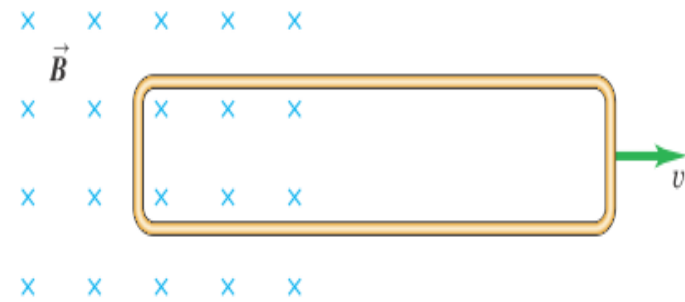
Maka, terjadi ggl induksi sebesar :

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{Bv\ell \Delta t}{\Delta t} = Bv\ell$$

Batang bergerak menjadi sumber gaya gerak listrik yang disebut **GGL Gerak**.

Contoh soal

Sebuah loop kawat persegi panjang dengan dimensi 1,50 cm x 8,00 cm dan resistansi $R = 0,600 \Omega$ ditarik ke kanan keluar dari daerah medan magnet seragam. Medan magnet besarnya $B = 3,50 \text{ T}$ dan diarahkan masuk ke bidang pada Gambar di samping. Pada suatu saat ketika kelajuan loop adalah 3,00 m/s dan sebagian masih di daerah medan, berapa besar gaya dari medan magnet yang dikerahkan pada loop?



Penyelesaian :

GGL Gerak dinyatakan : $\mathcal{E} = vBL$

Arus pada loop dinyatakan : $I = \mathcal{E}/R$

Gaya magnet pada loop dinyatakan : $F_B = ILB$

Sehingga :
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Maka, besar gaya dari medan magnet yang dikerahkan pada loop adalah :

$$F_B = ILB = v \frac{B^2 L^2}{R} = \frac{3.00 \text{ m/s}}{0.600 \Omega} (3.50 \text{ T})^2 (0.0150 \text{ m})^2 = 0.0138 \text{ N}$$

Contoh soal

Sebuah batang logam panjang 0,360 m ditarik ke kiri oleh gaya F. Batang berada di rel logam paralel terhubung melalui resistor 45,0 Ω . Rangkaian ini di dalam medan magnet seragam 0,650 T yang arahnya keluar dari bidang gambar. (Abaikan resistansi dari batang dan rel).

Pada saat batang bergerak ke kiri pada 5,90 m/s,

- (a) apakah arus induksi dalam rangkaian searah jarum jam atau berlawanan
- (b) berapa laju kerja ($P = Fv$) yang dilakukan gaya pada batang

Penyelesaian :

(a) Medan magnet B keluar dari bidang gambar dan fluks Φ_B menurun, sehingga medan arus induksi adalah keluar dari halaman dalam loop dan arah arus induksi adalah berlawanan arah jarum jam.

(b) Gaya magnet pada loop dinyatakan : $F_{\text{applied}} = F_B = ILB$

Arus pada loop dinyatakan : $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BvL}{R}$

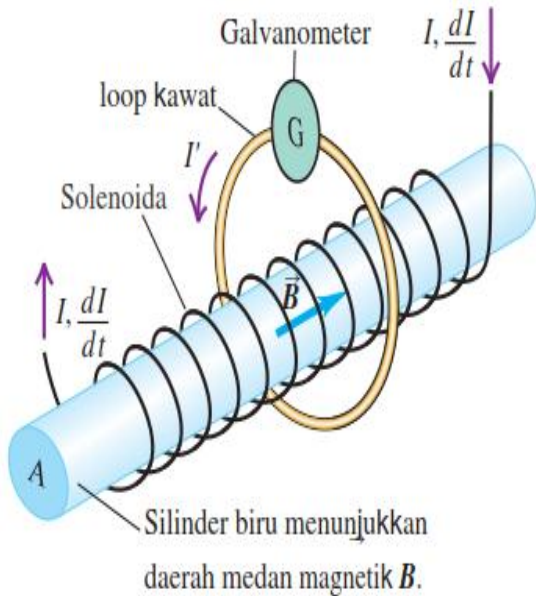
Sehingga, gaya magnet pada loop dapat dinyatakan : $F_{\text{applied}} = \frac{vB^2L^2}{R}$

Maka, laju kerja ($P = Fv$) yang dilakukan gaya pada batang adalah :

$$P_{\text{applied}} = F_{\text{applied}}v = \frac{(vBL)^2}{R} = \frac{[(5.90 \text{ m/s})(0.650 \text{ T})(0.360 \text{ m})]^2}{45.0 \Omega} = 0.0424 \text{ W}$$

Medan Listrik Induksi

Lilitan solenoida dengan luas penampang A dan memiliki lilitan per satuan panjang n , mengalirkan arus I yang mengalami kenaikan dengan laju dI/dt . Fluks magnetik dalam solenoida mengalami kenaikan dengan laju $d\Phi_B/dt$ dan perubahan ini menciptakan Ggl diinduksi pada loop kawat arusnya diukur dengan galvanometer G .



Hukum Faraday tentang ggl induksi pada kawat loop dinyatakan :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt}$$

Karena medan listrik induksi adalah :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}$$

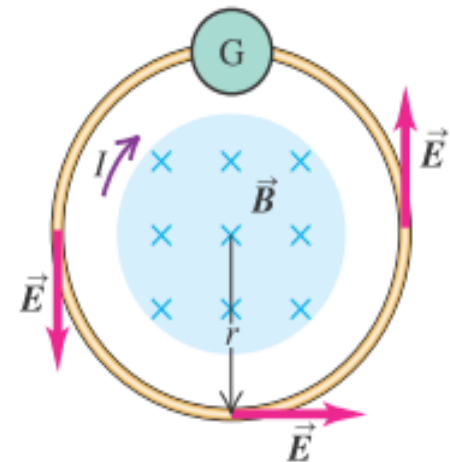
Maka Hukum Faraday tentang ggl induksi dapat ditulis :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Karena silinder adalah simetri maka medan listrik E memiliki besar yang sama di setiap titik pada loop kawat.

Maka, besar medan listrik induksinya adalah :

$$E = \frac{1}{2\pi r} \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$



Contoh soal

Sebuah solenoid tipis panjang memiliki 900 lilitan per meter dan jari-jari 2,50 cm. Arus dalam solenoida meningkat pada laju yang seragam 60,0 A/s. Berapa besarnya medan listrik induksi pada titik dekat pusat solenoid

- (a) 0,500 cm dari sumbu solenoid
- (b) 1,00 cm dari sumbu solenoida

Penyelesaian :

Perubahan fluks magnet dinyatakan : $\frac{d\Phi_B}{dt} = \mu_0 n A \frac{dI}{dt} = \mu_0 n (\pi r^2) \frac{dI}{dt}$

(a) Besarnya medan listrik induksi pada titik dekat pusat solenoid 0,500 cm dari sumbu solenoid adalah :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi r} \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{1}{2\pi r} \mu_0 n (\pi r^2) \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} \mu_0 n r \frac{dI}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (0,00500 \text{ m}) (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}) (900 \text{ m}^{-1}) (60,0 \text{ A} / \text{s}) = 1,70 \times 10^{-4} \text{ V} / \text{m} \end{aligned}$$

(b) Besarnya medan listrik induksi pada titik dekat pusat solenoid 1,00 cm dari sumbu solenoid adalah :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi r} \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{1}{2\pi r} \mu_0 n (\pi r^2) \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} \mu_0 n r \frac{dI}{dt} \\ &= \frac{1}{2} (0,0100 \text{ m}) (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}) (900 \text{ m}^{-1}) (60,0 \text{ A} / \text{s}) = 3,39 \times 10^{-4} \text{ V} / \text{m} \end{aligned}$$

Contoh soal

Sebuah solenoida tipis panjang memiliki 400 lilitan per meter dan jari-jari 1,10 cm. Arus dalam solenoida meningkat pada laju yang seragam di/dt . Medan listrik induksi pada titik dekat pusat solenoida dan 3,50 cm dari sumbunya adalah $8,00 \times 10^{-6}$ V/m. Hitung besar di/dt .

Penyelesaian :

Hukum Faraday tentang ggl induksi pada kawat loop dinyatakan : $|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \mu_0 n A \left| \frac{di}{dt} \right|$

Ggl induksi dinyatakan : $|\mathcal{E}| = \oint E \cdot dl = E(2\pi r)$

Sehingga : $\mu_0 n A \left| \frac{di}{dt} \right| = E(2\pi r)$

Maka, besar di/dt adalah :

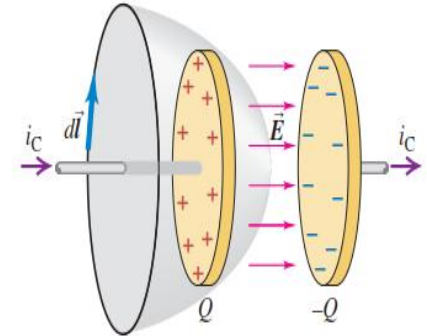
$$\left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{E 2\pi r}{\mu_0 n A} = \frac{(8,00 \times 10^{-6} \text{ V/m}) 2\pi (0,0350 \text{ m})}{\mu_0 (400 \text{ m}^{-1}) \pi (0,0110 \text{ m})^2} = 9,21 \text{ A/s}$$

Arus Perpindahan

Arus Perpindahan adalah arus yang terjadi di antara pelat kapasitor karena adanya medan listrik E.

Arus Perpindahan i_D dinyatakan : $i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$

Kerapatan arus dinyatakan : $j_D = \frac{i_D}{A} = \epsilon \frac{dE}{dt}$



Persamaan Ampere yang melibatkan arus perpindahan adalah :

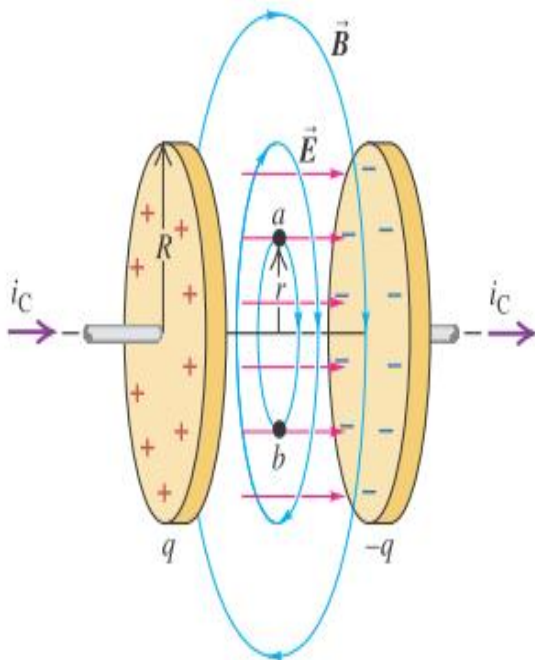
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(i_C + i_D)_{\text{encl}}$$

Sebuah kapasitor yang dimuati dengan arus i_C dan memiliki arus perpindahan di antara pelat yang sama dengan i_C dianggap sebagai sumber medan magnetik di antara pelat.

Menurut persamaan Ampere : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi rB = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} i_C$

Maka, besar medan magnetik di antara pelat adalah :

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_C$$



Contoh soal

Fluks listrik melalui daerah sebuah dielektrik dalam kapasitor adalah $4(8,76 \times 10^3 \text{ V}\cdot\text{m/s}^4)t^4$. Arus perpindahan yang melalui daerah tersebut adalah 12,9 pA pada waktu $t = 26,1 \text{ ms}$. Hitung konstanta dielektrik untuk dielektrik tersebut.

Penyelesaian :

Diketahui : $d\Phi_E/dt = 4(8.76 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m/s}^4)t^3$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Arus Perpindahan i_D dinyatakan : $i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$

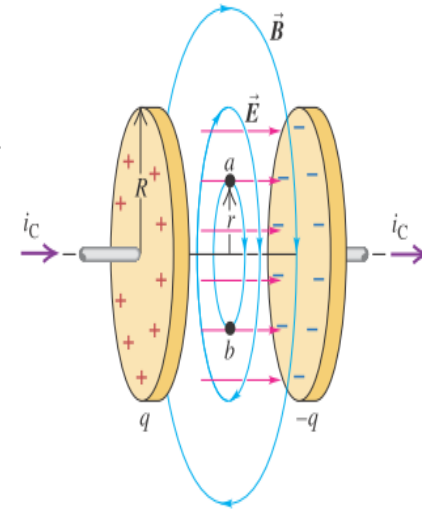
Sehingga :
$$\epsilon = \frac{i_D}{(d\Phi_E/dt)} = \frac{12.9 \times 10^{-12} \text{ A}}{4(8.76 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m/s}^4)(26.1 \times 10^{-3} \text{ s})^3} = 2.07 \times 10^{-11} \text{ F/m}$$

Maka, konstanta dielektriknya adalah :

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 2.34$$

Contoh soal

Sebuah kapasitor pelat sejajar berisi udara sedang diberi muatan seperti pada Gambar di samping. Pelat melingkar memiliki jari-jari 4,00 cm, dan pada suatu saat tertentu arus konduksi di kabel adalah 0,280 A.



- Berapakah kerapatan arus perpindahan J_D di ruang udara antara pelat?
- Berapa laju perubahan medan listrik di antara pelat?
- Berapa medan magnet induksi antara pelat pada jarak 2,00 cm dari sumbu?

Penyelesaian :

- (a) Kerapatan arus perpindahan J_D di ruang udara antara pelat adalah :

$$j_D = \frac{i_D}{A} = \frac{i_C}{A} = \frac{0.280 \text{ A}}{\pi r^2} = \frac{0.280 \text{ A}}{\pi(0.0400 \text{ m})^2} = 55.7 \text{ A/m}^2$$

- (b) Kerapatan arus perpindahan dapat dinyatakan : $j_D = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$

Maka, laju perubahan medan listrik di antara pelat adalah :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{j_D}{\epsilon_0} = \frac{55.7 \text{ A/m}^2}{8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 6.29 \times 10^{-2} \text{ V/m} \cdot \text{s}$$

- (c) Besar medan magnet induksi antara pelat pada jarak 2,00 cm dari sumbu adalah :

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_C = \left(\frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}}{2\pi} \right) \left(\frac{0.02 \text{ m}}{(0.04 \text{ m})^2} \right) (0.280 \text{ A}) = 7.00 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Persamaan Maxwell

Persamaan Maxwell adalah paket terdiri dari empat persamaan yang merupakan hubungan antara medan listrik dan medan magnet serta sumber mereka.

Empat persamaan tersebut adalah :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0} \quad (\text{Hukum Gauss untuk } \vec{E})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{Hukum Gauss untuk } \vec{B})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}} \quad (\text{Hukum Ampere})$$

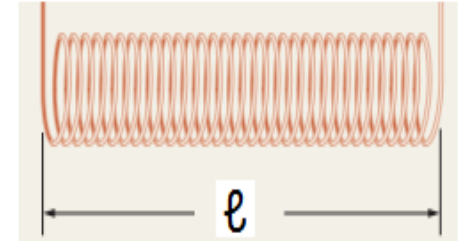
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Hukum Faraday})$$

Penemuan persamaan elektromagnetisme yang dibungkus dalam persamaan Maxwell berada setara dengan hukum Newton tentang gerak dan hukum termodinamika.

Induktansi Solenoida

Kumparan kawat yang dilalui arus listrik yang berubah akan menimbulkan perubahan fluks magnetik $\Delta\Phi_B/\Delta t$ yang sebanding dengan perubahan arus yang mengalir $\Delta I/\Delta t$.

Menurut hukum Faraday : $|\mathcal{E}| = N \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$



Maka, induktansi solenoida dinyatakan : $L = N \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta I} \right|$

Jika solenoida sepanjang ℓ dan memiliki N lilitan dengan luas penampang A , maka medan magnetik di dalam solenoida adalah : $B = \mu_0(N/\ell)I$

Sehingga induktansi solenoida juga dapat dinyatakan :

$$L = \frac{N(BA - 0)}{(I - 0)} = \frac{N[\mu_0(N/\ell)I]A}{I} = \mu_0 \left(\frac{N^2}{\ell} \right) A$$

$$L = \mu_0 \left(\frac{N^2}{\ell} \right) A = \mu_0 n^2 A \ell$$

Dimana n adalah jumlah lilitan per panjang solenoida ($n = N/\ell$).

Contoh soal

Solenoida sepanjang 8,0 cm memiliki 500 lilitan. Ketika arus listrik pada lilitan mengalami kenaikan dari 0 sampai 0,25 A dalam waktu 0,35 s, terjadi ggl induksi sebesar 0,012 V.

Hitunglah :

- (a) Induktansi solenoida
- (b) Luas penampang solenoida

Penyelesaian :

(a) Induktansi solenoida adalah :

$$L = \frac{|\mathcal{E}|}{|\Delta I/\Delta t|} = \frac{0.012 \text{ V}}{(2.5 \text{ A}/0.35 \text{ s})} = 1.7 \text{ mH}$$

(b) Luas penampang solenoida

$$A = \frac{L}{\mu_0 n^2 \ell} = \frac{L \ell}{\mu_0 N^2}$$
$$A = \frac{(1.7 \times 10^{-3} \text{ H})(0.080 \text{ m})}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(500)^2} = 4.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Induktansi Bersama

Dua kumparan kawat berdekatan, seperti pada Gambar, arus yang mengalir di kumparan 1 menghasilkan medan magnet B dan karenanya fluks magnetik akan melalui kumparan 2. Jika arus dalam kumparan 1 berubah, fluks yang melalui kumparan 2 berubah juga.

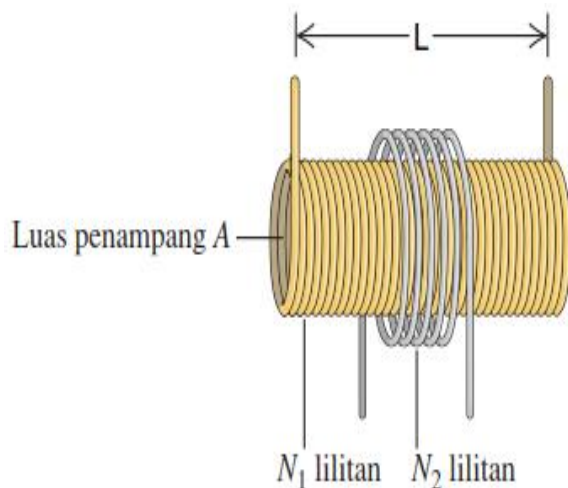
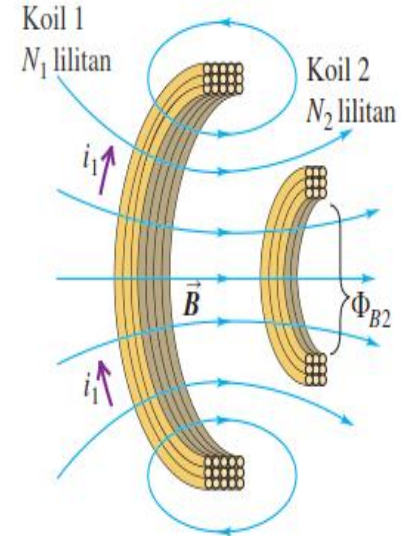
Menurut hukum Faraday, akan terjadi ggl induksi dalam kumparan 2 sebesar :

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Dimana M_{21} disebut Induktansi bersama oleh kedua kumparan

Secara umum, Induktansi bersama dinyatakan :

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2}$$



Sebuah solenoida sepanjang L memiliki N_1 lilitan dengan luas penampang A , dikelilingi kumparan lain dengan N_2 lilitan.

Maka, induktansi bersamanya adalah :

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_2 B_1 A}{i_1} = \frac{N_2 \mu_0 N_1 i_1}{i_1 L} A = \frac{\mu_0 A N_1 N_2}{L}$$

Contoh soal

Sebuah solenoida sepanjang 10,0 cm dengan diameter 0,400 cm dan memiliki 800 lilitan. Sebuah kumparan kedua dengan 50 lilitan mengelilingi solenoida di pusatnya.

Berapa induktansi bersama dari kedua kumparan?

Penyelesaian :

Menggunakan rumus untuk M diperoleh :

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$$
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/m} \cdot \text{A})(800)(50)\pi(0.200 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{0.100 \text{ m}} = 6.32 \times 10^{-6} \text{ H} = 6.32 \mu\text{H}$$

Contoh soal

Sebuah kumparan dengan 25 lilitan kawat mengelilingi solenoida dalam yang memiliki 300 lilitan. Solenoid dalam sepanjang 25,0 cm dan memiliki diameter 2,00 cm. Pada suatu saat, pada solenoid dalam mengalir arus 0,120 A dan meningkat dengan laju $1,75 \times 10^3$ A/s. Untuk waktu tersebut, hitunglah :

- fluks magnetik rata-rata yang melalui kawat pada solenoid dalam;
- induktansi bersama dari kedua kumparan;
- ggl yang diinduksi pada kumparan luar oleh perubahan arus pada solenoid dalam.

Penyelesaian :

- (a) Medan magnet dari solenoida dalam adalah :

$$B_1 = \mu_0 n I = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(300)(0.120 \text{ A})}{0.250 \text{ m}} = 1.81 \times 10^{-4} \text{ T}$$

Fluks magnetik rata-rata yang melalui kawat pada solenoid dalam adalah :

$$\Phi_B = B_1 A = (1.81 \times 10^{-4} \text{ T})\pi(0.0100 \text{ m})^2 = 5.68 \times 10^{-8} \text{ Wb}$$

- (b) Induktansi bersama dari kedua kumparan adalah :

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B,1}}{i_1} = \frac{(25)(5.68 \times 10^{-8} \text{ Wb})}{0.120 \text{ A}} = 1.18 \times 10^{-5} \text{ H}$$

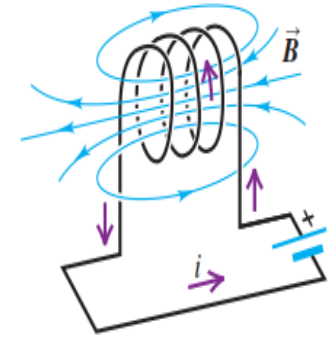
- (c) Ggl yang diinduksi pada kumparan luar oleh perubahan arus pada solenoid dalam adalah :

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} = -(1.18 \times 10^{-5} \text{ H})(1750 \text{ A/s}) = -0.0207 \text{ V}$$

Induktansi Diri dan Induktor

Jika terjadi perubahan arus yang mengalir pada kumparan, maka fluks berubah dan membangkitkan ggl induksi pada kumparan sebesar :

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$



Dimana L adalah induktansi diri kumparan atau disebut Induktansi

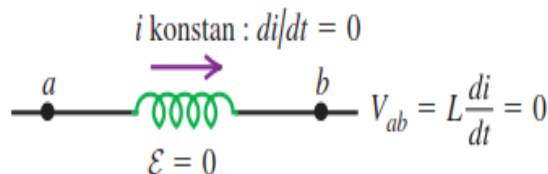
Secara umum, Induktansi dinyatakan :

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

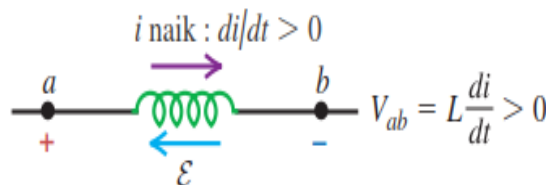
Komponen elektronik yang memiliki induktansi tertentu disebut

induktor,  asanya diberi simbol :

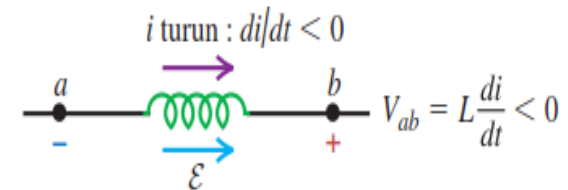
Induktor pada rangkaian



Induktor dengan aliran arus konstan dari a ke b, maka tidak ada beda potensial



Induktor dengan aliran arus naik dari a ke b, maka beda potensial akan turun.



Induktor dengan aliran arus turun dari a ke b, maka beda potensial akan naik.

Contoh soal

Pada saat ketika arus dalam induktor meningkat dengan laju 0,0640 A/s, besarnya ggl induksi diri adalah 0,0160 V.

- (a) Berapakah induktansi dari induktor?
- (b) Jika induktor adalah solenoid dengan 400 lilitan, berapa fluks magnetik rata-rata setiap lilitan ketika arusnya 0,720 A?

Penyelesaian :

(a) Ggl induksi pada kumparan dinyatakan : $\mathcal{E} = L \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right|$

Laju kenaikan arusnya adalah : $\frac{\Delta i}{\Delta t} = 0.0640 \text{ A/s}$

Induktansi dari induktor adalah :

$$L = \frac{\mathcal{E}}{|\Delta i / \Delta t|} = \frac{0.0160 \text{ V}}{0.0640 \text{ A/s}} = 0.250 \text{ H}$$

(b) Induktansi kumparan pada kumparan dinyatakan : $L = \frac{N\Phi_B}{i}$

Fluks magnetik rata-rata setiap lilitan kumparan ketika arusnya 0,720 A adalah :

$$\Phi_B = \frac{Li}{N} = \frac{(0.250 \text{ H})(0.720 \text{ A})}{400} = 4.50 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Contoh soal

Sebuah solenoida panjang lurus memiliki 800 lilitan. Ketika arus dalam solenoida adalah 2,90 A, fluks rata-rata yang melalui setiap lilitan solenoida adalah $3,25 \times 10^{-3}$ Wb. Berapa seharusnya besar laju perubahan arus agar terjadi ggl induksi diri pada solenoida sama dengan 7,50 mV?

Penyelesaian :

Induktansi solenoida adalah :

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{(800)(3.25 \times 10^{-3} \text{ Wb})}{2.90 \text{ A}} = 0.8966 \text{ H}$$

Ggl induksi pada solenoida dinyatakan : $\mathcal{E} = L \left| \frac{\Delta i}{\Delta t} \right|$

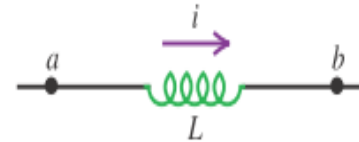
Maka, besar laju perubahan arus agar terjadi ggl induksi diri pada solenoida sama dengan 7,50 mV adalah :

$$\left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{|\mathcal{E}|}{L} = \frac{7.50 \times 10^{-3} \text{ V}}{0.8966 \text{ H}} = 8.37 \times 10^{-3} \text{ A/s} = 8.37 \text{ mA/s.}$$

Induktor dan Energi Medan Magnet

Misalkan arus yang melewati induktor meningkat, maka kelajuan $di/dt > 0$. Tegangan pada terminal a dan b adalah $V_{ab} = L di/dt$ dan laju energi P yang dibawa oleh induktor adalah :

$$P = V_{ab}i = Li \frac{di}{dt}$$



Energi total U pada induktor ketika aliran arus meningkat sampai mencapai arus I adalah :

$$U = L \int_0^I i di = \frac{1}{2}LI^2$$

Kerapatan energi magnetik dalam ruang hampa dinyatakan :

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Kerapatan energi magnetik dalam material dinyatakan :

$$u = \frac{B^2}{2\mu}$$

Dimana :

μ adalah permeabilitas

Contoh soal

Sebuah solenoid panjang 25,0 cm dengan luas penampang dari 0,500 cm² terdiri 400 lilitan kawat dan mengalirkan arus 80,0 A. Hitunglah:

- (a) Besar medan magnet di solenoid;
- (b) kerapatan energi dalam medan magnet jika solenoida diisi dengan udara;
- (c) energi total yang terkandung dalam medan magnet solenoida (asumsikan medan seragam);
- (d) induktansi dari solenoid.

Penyelesaian :

- (a) Besar medan magnet di solenoida adalah :

$$B = \mu_0 n I = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(400)(80.0 \text{ A})}{0.250 \text{ m}} = 0.161 \text{ T}$$

- (b) Kerapatan energi dalam medan magnet jika solenoida diisi dengan udara adalah :

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(0.161 \text{ T})^2}{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})} = 1.03 \times 10^4 \text{ J/m}^3$$

- (c) Energi total yang terkandung dalam medan magnet solenoida adalah :

$$U = uV = u(lA) = (1.03 \times 10^4 \text{ J/m}^3)(0.250 \text{ m})(0.500 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 0.129 \text{ J}$$

- (d) Energi yang tersimpan dalam induktor dinyatakan : $U = \frac{1}{2}LI^2$

Maka, induktansi dari solenoid adalah :

$$L = \frac{2U}{I^2} = \frac{2(0.129 \text{ J})}{(80.0 \text{ A})^2} = 4.02 \times 10^{-5} \text{ H}$$

Contoh soal

Dalam akselerator proton yang digunakan dalam eksperimen fisika partikel elementer, lintasan proton dikendalikan dengan magnet melengkung yang menghasilkan medan magnet 4,80 T. Berapa besar energi medan magnetik dalam ruang dengan volume 10,0 cm³ di mana terdapat medan magnet $B = 4,80 \text{ T}$ tersebut?

Penyelesaian :

Kerapatan energi karena medan magnet $B = 4,80 \text{ T}$ adalah :

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(4.80 \text{ T})^2}{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})} = 9.167 \times 10^6 \text{ J/m}^3$$

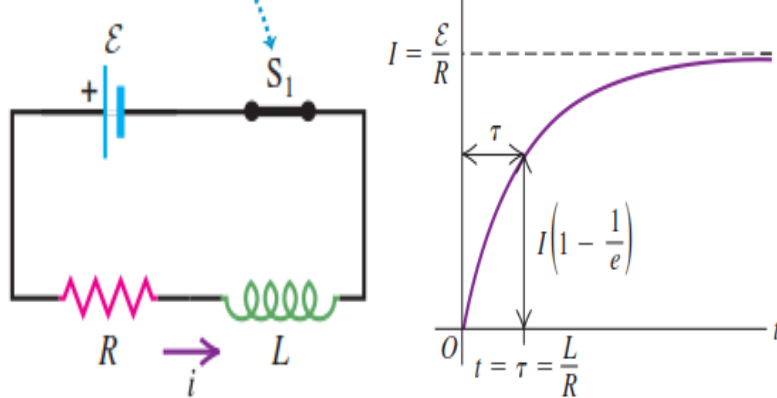
Besar energi medan magnetik dalam ruang dengan volume 10,0 cm³ di mana terdapat medan magnet $B = 4,80 \text{ T}$ adalah :

$$U = uV = (9.167 \times 10^6 \text{ J/m}^3)(10.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 91.7 \text{ J}$$

Rangkaian R-L

Sebuah rangkaian yang meliputi resistor dan induktor, dan mungkin sumber ggl, disebut **Rangkaian R-L**.

Saklar S_1 ditutup pada $t = 0$.



Jika rangkaian R-L dihubungkan dengan sumber ggl, maka terjadi peningkatan arus secara eksponensial dengan laju arus :

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-(R/L)t}$$

Konstanta waktu :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Hingga mencapai arus akhir sebesar :

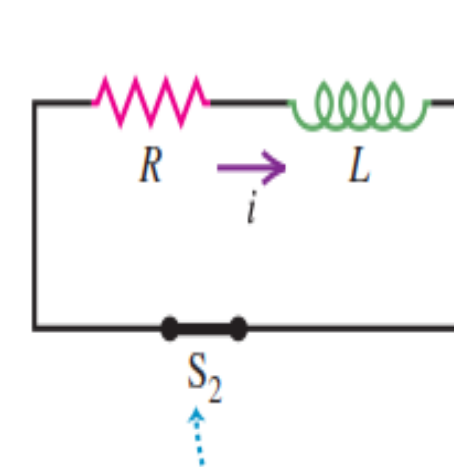
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t})$$

Peluruhan arus dalam Rangkaian RL

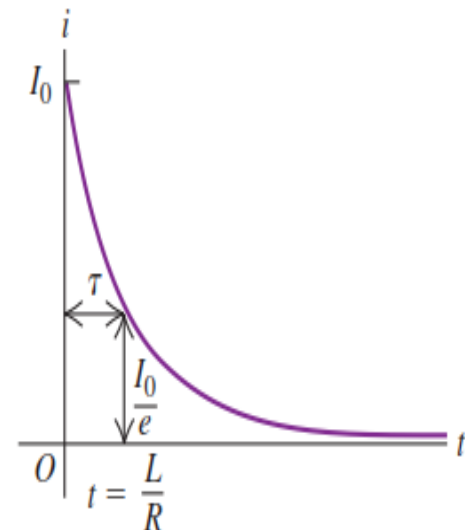
Ketika rangkaian R-L dilepaskan dari sumber ggl, kemudian rangkaian R-L dihubungkan singkat, maka terjadi peluruhan arus dalam rangkaian yang dinyatakan sebagai :

$$i = I_0 e^{-(R/L)t}$$

Dimana I_0 adalah arus awal ketika $t = 0$.



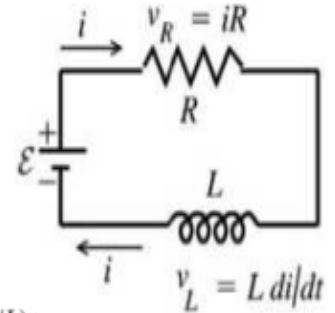
Saklar S_2 ditutup pada at $t = 0$.



Contoh soal

Sebuah induktor dengan induktansi 2,50 H dan resistansi 8,00 Ω terhubung ke terminal baterai dengan ggl 6,00 V dan resistansi internal diabaikan. Hitunglah :

- (a) laju awal peningkatan arus dalam rangkaian;
- (b) laju peningkatan arus sesaat ketika arus 0,500 A;
- (c) besar arus akhir dalam keadaan tunak.



Penyelesaian :

Menurut hukum Kirchhoff : $\mathcal{E} - v_R - v_L = 0$
$$\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$

- (a) Awalnya ($t = 0$), arus $i = 0$, sehingga :

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = 0$$

Maka, laju awal peningkatan arus dalam rangkaian adalah : $\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{6.00 \text{ V}}{2.50 \text{ H}} = 2.40 \text{ A/s}$

- (b) Menurut hukum Kirchhoff : $\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$

Maka, laju peningkatan arus sesaat ketika arus 0,500 A adalah :

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E} - iR}{L} = \frac{6.00 \text{ V} - (0.500 \text{ A})(8.00 \Omega)}{2.50 \text{ H}} = 0.800 \text{ A/s}$$

Sehingga :
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t})$$

- (c) Dalam keadaan tunak artinya $t = \infty$, sehingga $\mathcal{E} - iR = 0$

Maka, besar arus akhir dalam keadaan tunak adalah :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{6.00 \text{ V}}{8.00 \Omega} = 0.750 \text{ A}$$

Contoh soal

Sebuah baterai 35,0 V, sebuah resistor 50,0 Ω , dan sebuah induktor 1,25 mH terhubung secara seri dengan saklar terbuka. Semua resistansi internal diabaikan. Saklar tiba-tiba ditutup.

(a) Berapa lama setelah penutupan saklar, arus yang akan melalui induktor mencapai setengah dari nilai maksimum?

(b) Berapa lama setelah penutupan saklar, energi yang tersimpan dalam induktor akan mencapai setengah dari nilai maksimum?

Penyelesaian :

(a) arus akhir rangkaian R-L din $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-(R/L)t})$ Dengan konstanta waktu $\tau = \frac{L}{R}$

arus maksimum dinyatakan : $i_{\max} = \mathcal{E}/R$

arus akan mencapai setengah dari nilai maksimum ($i = \frac{1}{2} i_{\max}$), ketika :

Lama waktu setelah penutupan saklar, arus akan

mencapai setengah dari $t = \frac{L \ln 2}{R} = \frac{(\ln 2)(1.25 \times 10^{-3} \text{ H})}{50.0 \Omega} = 17.3 \mu\text{s}$

$$(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{1}{2}$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$$

$$-t/\tau = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

(b) Energi yang tersimpan dalam induktor $U = \frac{1}{2} Li^2$ akan :

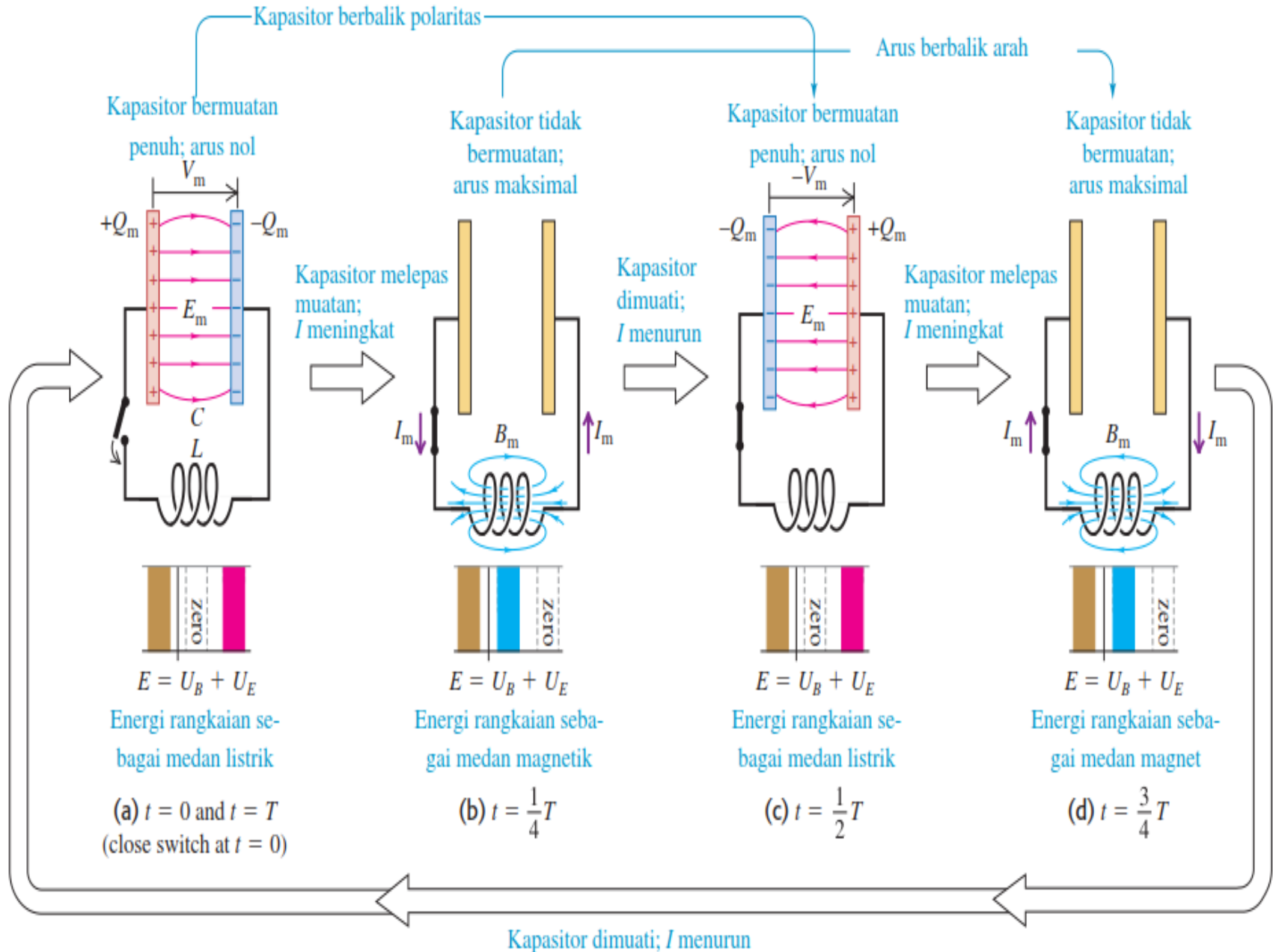
Energi akan mencapai setengah dari nilai maksimum ($U = \frac{1}{2} U_{\max}$) ketika

energi yang tersimpan dalam induktor akan mencapai setengah dari nilai maksimum

$$i = i_{\max} / \sqrt{2}$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 1/\sqrt{2}$$

Osilasi Rangkaian L-C



Osilasi Rangkaian L-C

Kami menggunakan aturan loop Kirchhoff untuk rangkaian LC. Hasilnya adalah persamaan gerak harmonik sederhana.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad \longrightarrow \quad q = Q \cos(\omega t + \phi)$$

Frekuensi sudut ω osilasi rangkaian L-C adalah $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$: dan $\omega = 2\pi f$

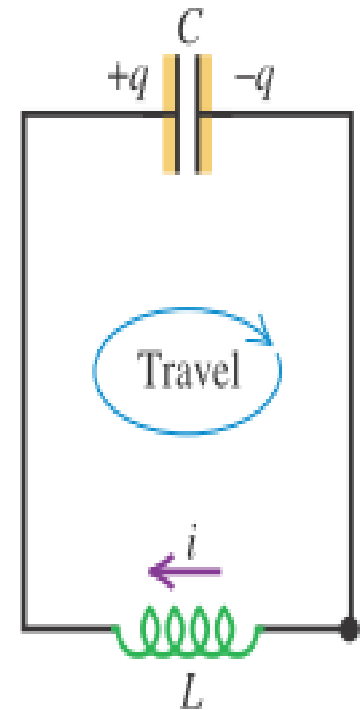
Arus sesaat $i = dq/dt$ dinyatakan $i = -\omega Q \sin(\omega t + \phi)$

Total energi di rangkaian L-C adalah konstan; berosilasi antara energi magnet dan energi listrik

$$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}$$

Ketika muatan pada kapasitor adalah q , maka besar arus i adalah :

$$i = \pm \sqrt{\frac{1}{LC}} \sqrt{Q^2 - q^2}$$



Contoh soal

Sebuah kapasitor 7,50 nF dimuati sampai 12,0 V, kemudian diputus dari power supply dan kemudian dihubungkan secara seri dengan kumparan. Periode osilasi dari rangkaian adalah $8,60 \times 10^{-5}$ s.

- Hitunglah :
- (a) induktansi dari kumparan;
 - (b) muatan maksimum pada kapasitor;
 - (c) energi total rangkaian;
 - (d) arus maksimum di rangkaian.

Penyelesaian :

(a) Periode dari rangkaian L-C dinyatakan :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\omega/2\pi} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$$

Maka, induktansi dari kumparan adalah :

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{(8,60 \times 10^{-5} \text{ s})^2}{4\pi^2 (7,50 \times 10^{-9} \text{ F})} \\ = 2,50 \times 10^{-2} \text{ H} = 25,0 \text{ mH}$$

(b) Muatan maksimum pada kapasitor adalah :

$$Q = CV = (7,50 \times 10^{-9} \text{ F})(12,0 \text{ V}) = 9,00 \times 10^{-8} \text{ C}$$

(c) Energi total rangkaian adalah :

$$U = Q^2/2C = \frac{(9,00 \times 10^{-8} \text{ C})^2}{2(7,50 \times 10^{-9} \text{ F})} = 5,40 \times 10^{-7} \text{ J}$$

(d) Arus maksimum terjadi ketika muatan kapasitor dibuang, sehingga induktor memiliki semua energi awal.

$$U_L + U_C = U_{\text{Total}}$$

$$\frac{1}{2}LI^2 + 0 = U_{\text{Total}}$$

Maka, arus maksimum di rangkaian adalah :

$$I = \sqrt{\frac{2U_{\text{Total}}}{L}} = \sqrt{\frac{2(5,40 \times 10^{-7} \text{ J})}{2,50 \times 10^{-2} \text{ H}}} = 6,58 \times 10^{-3} \text{ A} = 6,58 \text{ mA}$$

Contoh soal

Sebuah kapasitor 20,0 μF dimuati oleh power supply 150,0 V, kemudian diputus dari power supply dan dihubungkan secara seri dengan induktor 0,280 mH.

Hitunglah : (a) frekuensi osilasi dari rangkaian;

(b) energi yang tersimpan dalam kapasitor pada saat $t = 0$ ms
(saat dihubungkan dengan induktor)

(c) energi yang tersimpan dalam induktor pada $t = 1,30$ ms.

Penyelesaian :

(a) Frekuensi osilasi dinyatakan : $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Frekuensi sudut dinyatakan : $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Maka, frekuensi osilasi dari rangkaian

$$\begin{aligned} \text{adalah : } f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0,280 \times 10^{-3} \text{ H})(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} \\ &= 2,13 \times 10^3 \text{ Hz} = 2,13 \text{ kHz} \end{aligned}$$

(b) Energi yang tersimpan dalam kapasitor pada saat $t = 0$ ms adalah :

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(20,0 \times 10^{-6} \text{ F})(150,0 \text{ V})^2 = 0,225 \text{ J}$$

(c) Frekuensi sudut osilasi adalah : $\omega = 2\pi f = 1,336 \times 10^4 \text{ rad/s}$

Muatan dalam kapasitor adalah : $Q = CV = (20,0 \times 10^{-6} \text{ F})(150,0 \text{ V}) = 3,00 \times 10^{-3} \text{ C}$

Arus dalam rangkaian adalah :

$$i = -\omega Q \sin \omega t = -(1,336 \times 10^4 \text{ rad/s})(3,00 \times 10^{-3} \text{ C}) \sin[(1,336 \times 10^4 \text{ rad/s})(1,30 \times 10^{-3} \text{ s})] = 39,92 \text{ A}$$

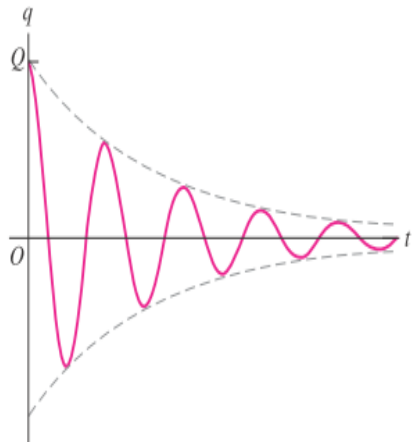
Maka, energi yang tersimpan dalam induktor pada $t = 1,30$ ms adalah :

$$U = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}(0,280 \times 10^{-3} \text{ H})(39,92 \text{ A})^2 = 0,223 \text{ J}$$

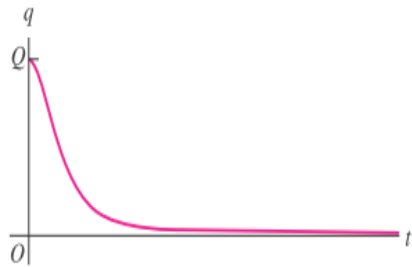
Rangkaian R-L-C

Peluruhan osilasi pada

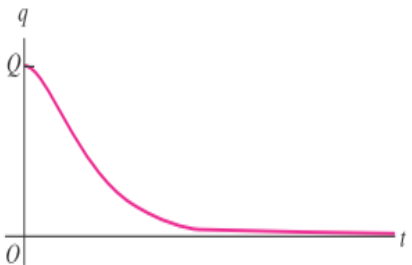
(a) Underdamped circuit (small resistance R)



(b) Critically damped circuit (larger resistance R)



(c) Overdamped circuit (very large resistance R)



Menurut aturan loop Kirchhoff, persamaan untuk rangkaian R-L-C dinyatakan

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Solusi untuk muatan q adalah :

$$q = Ae^{-(R/2L)t} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t + \phi\right)$$

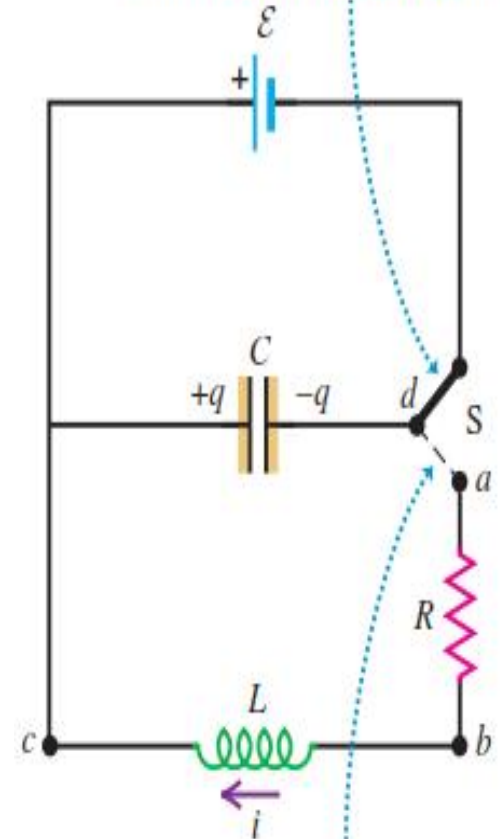
Frekuensi sudut ω' osilasi teredam diberikan oleh :

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Resistansi R yang dibutuhkan agar rangkaian seri R-L-C memiliki frekuensi setengah dari f teredam adalah

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega/2 \\ \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{LC}} \\ R &= \sqrt{\frac{3L}{C}} \end{aligned}$$

Ketika saklar S pada posisi ini, sumber ggl memuati kapasitor.



Ketika saklar S di posisi ini, kapasitor melepas muatan melalui resistor dan induktor.

Contoh soal

Sebuah rangkaian seri L-R-C memiliki $L = 0,450 \text{ H}$, $C = 2,50 \times 10^{-5} \text{ F}$, dan resistansi R .

- Berapakah frekuensi sudut dari rangkaian ketika $R = 0$?
- Berapa nilai R agar memberikan penurunan frekuensi sudut 5,0% dibandingkan dengan nilai yang dihitung di bagian (a)?

Penyelesaian :

(a) Ketika $R = 0$, maka frekuensi sudut dari rangkaian adalah :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.450 \text{ H})(2.50 \times 10^{-5} \text{ F})}} = 298 \text{ rad/s}$$

(b) Agar memberikan penurunan frekuensi sudut 5,0% artinya : $\frac{\omega'}{\omega_0} = 0.95$

Sehingga :
$$\frac{(1/LC - R^2/4L^2)}{1/LC} = 1 - \frac{R^2 C}{4L} = (0.95)^2$$

Maka , nilai R adalah :

$$R = \sqrt{\frac{4L}{C}(1 - (0.95)^2)} = \sqrt{\frac{4(0.450 \text{ H})(0.0975)}{(2.50 \times 10^{-5} \text{ F})}} = 83.8 \Omega$$

**Terima Kasih
Atas Perhatian Anda**