

Materi Kuliah Fisika Mekanika

Kesetimbangan dan Elastisitas

Dosen :
Tri Surawan, M.Si

**Fakultas Teknik
Universitas Jayabaya**

Yang akan dipelajari :

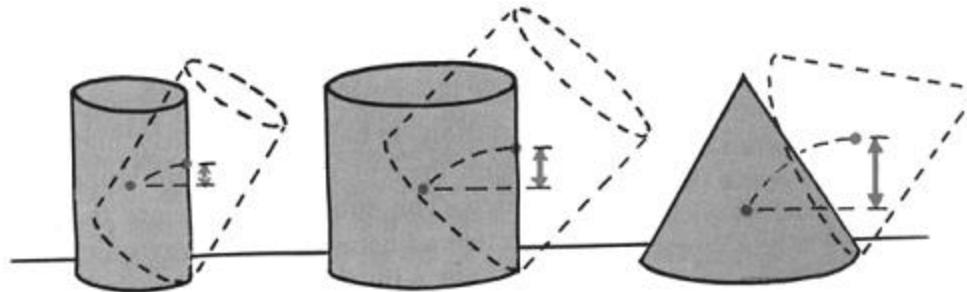
1. Kondisi Kesetimbangan
2. Pusat Gravitasi
3. Penyelesaian Soal Keseimbangan Benda Tegar
4. Tegangan, Regangan dan Modulus Elastis
5. Elastisitas dan Plastisitas

Kondisi Kesetimbangan

- Secara sederhana, setimbang dapat didefinisikan sebagai suatu keadaan dimana resultan seluruh gaya-gaya yang bekerja pada suatu benda adalah nol.
 - Biasanya keadaan setimbang diidentikkan dengan keadaan benda yang diam, tetapi benda yang berada dalam keadaan setimbang tidak harus diam.
 - Benda berada dalam keadaan diam, harus memiliki nilai percepatan linier $a = 0$ (untuk gerak translasi)
percepatan sudut $\alpha = 0$ (untuk gerak rotasi)
- Keadaan setimbang itu terdapat dua macam, yaitu :
 - **Setimbang statik (benda diam).**
 $v = 0$ dan $\omega = 0$
 $\sum F = 0$ dan $\sum \tau = 0$
 - **Setimbang mekanik (benda bergerak translasi atau rotasi).**
 - Setimbang translasi \rightarrow benda bertranslasi dengan v konstan.
 - Setimbang rotasi (untuk benda tegar) \rightarrow benda berotasi dengan ω konstan.

Titik Pusat Gravitasi pada Benda

- Letak pusat massa suatu benda menentukan kestabilan (kesetimbangan) benda tersebut.
 - Jika dari titik pusat massa benda ditarik garis lurus ke bawah dan garis tersebut jatuh pada bagian alas benda, dikatakan benda berada dalam keadaan setimbang stabil.
 - Namun, apabila garis lurus yang ditarik dari titik pusat massa jatuh di luar alas benda maka benda dikatakan tidak stabil (labil).



Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa semakin lebar suatu benda, gaya yang dibutuhkan untuk menggulingkannya akan semakin besar karena jarak yang dibutuhkan untuk menaikkan titik pusat massa benda (ditandai tanda panah) juga semakin besar.

Titik Pusat Gravitasi pada Benda

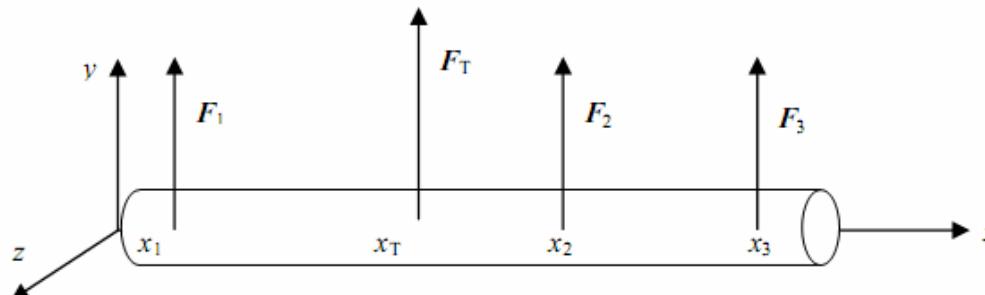
Gravitasi bekerja pada semua benda statik yang ada di permukaan bumi.

- Gaya gravitasi bumi bekerja pada titik pusat massa benda dan dapat menghasilkan torsi yang dapat memicu benda untuk bergerak melingkar.

Titik kesetimbangan merupakan titik pusat berat benda :

yaitu titik dimana torsi yang dihasilkan pada sembarang titik sama dengan torsi yang dihasilkan oleh berat tiap elemen massa yang menyusun benda tersebut.

Misalnya, sebuah benda dikenai tiga buah gaya seperti tampak pada gambar.



Secara matematis, dapat dinyatakan :

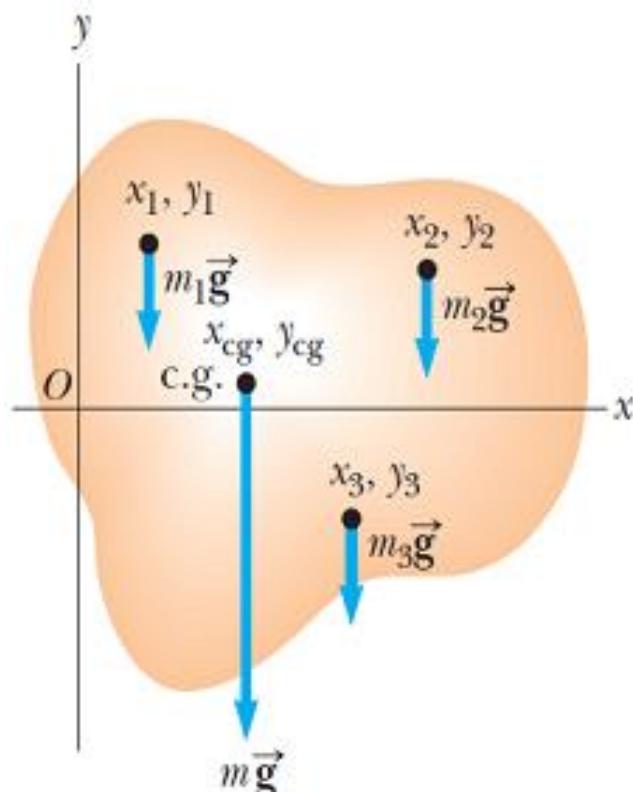
- Jumlah gaya total = 0
$$\Sigma F_T = F_1 + F_2 + F_3 = 0$$
- Torsi total = 0
$$\Sigma x_T F_T = x_1 F_1 + x_2 F_2 + x_3 F_3 = 0$$

Gaya F_T merupakan resultan dari gaya-gaya yang bekerja pada benda dan lokasi F_T adalah titik kesetimbangan benda.

Titik Pusat Gravitasi pada Benda

Bila sebuah benda sembarang yang berada dalam medan gravitasi, maka percepatan gravitasi g akan bekerja pada semua elemen massa yang menyusun benda tersebut.

Persamaan untuk menunjukkan letak titik koordinat pusat massa pada sumbu-sumbunya adalah :



$$\mathbf{x}_{pm} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{m}_n \mathbf{x}_n}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \dots + \mathbf{m}_n} = \frac{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n \mathbf{x}_n}{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n}$$

$$\mathbf{y}_{pm} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{y}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{y}_2 + \dots + \mathbf{m}_n \mathbf{y}_n}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \dots + \mathbf{m}_n} = \frac{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n \mathbf{y}_n}{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n}$$

$$\mathbf{z}_{pm} = \frac{\mathbf{m}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{m}_2 \mathbf{z}_2 + \dots + \mathbf{m}_n \mathbf{z}_n}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \dots + \mathbf{m}_n} = \frac{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n \mathbf{z}_n}{\sum_{n=1}^N \mathbf{m}_n}$$

Penyelesaian Soal Kesetimbangan Benda Tegar

- Titik pusat massa suatu benda menunjukkan letak pusat berat benda tersebut.
- Jika kita dapat mengetahui titik pusat massa suatu benda maka kita bisa menentukan letak titik beratnya.
- **Titik berat benda menunjukkan titik kesetimbangan benda.**
- Dengan mengetahui letak titik pusat massa suatu benda, banyak hal yang dapat kita lakukan terhadap benda tersebut.

Contoh soal

Seorang dewasa 75 kg duduk pada salah satu ujung papan 9,0 m, dan pada ujung lainnya duduk anaknya 25 kg.

- Di mana poros diempatkan agar papan seimbang, jika massa papan diabaikan?
- Di mana poros diempatkan agar papan seimbang, jika massa papan 15 kg?

Penyelesaian :

Diketahui :

massa orang dewasa (M) = 75 kg

massa anak (m) = 25 kg

panjang papan (L) = 9,0 m

- Letak poros diempatkan jika massa papan diabaikan :

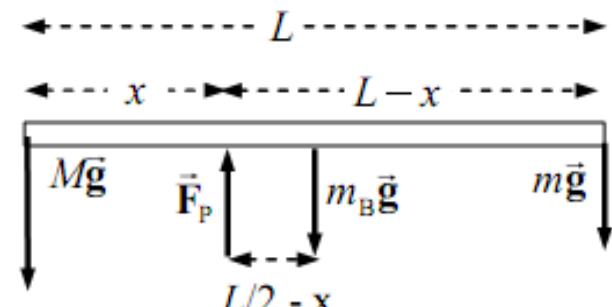
$$\sum \tau = Mgx - mg(L-x) = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{m}{m+M} L = \frac{(25 \text{ kg})}{(25 \text{ kg} + 75 \text{ kg})} (9.0 \text{ m}) = 2.25 \text{ m}$$

- Letak poros diempatkan, jika massa papan 15 kg :

$$\sum \tau = Mgx - mg(L-x) - m_B g(L/2-x) = 0$$

$$x = \frac{(m + m_B/2)}{(M + m + m_B)} L = \frac{(25 \text{ kg} + 7.5 \text{ kg})}{(75 \text{ kg} + 25 \text{ kg} + 15 \text{ kg})} (9.0 \text{ m}) = 2.54 \text{ m}$$

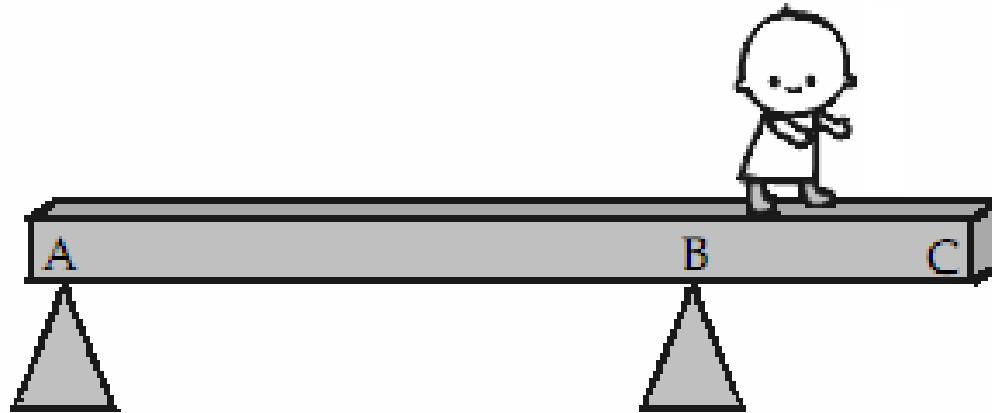


Poros berada pada 2,25 m dari orang dewasa

Poros berada pada 2,54 m dari orang dewasa

Contoh

Batang AC bermassa 40 kg dan panjangnya 3 m. Jarak tumpuan A dan B adalah 2 m (di B papan dapat berputar). Seorang anak bermassa 25 kg berjalan dari A menuju C. Berapa jarak minimum anak dari titik C agar papan tetap setimbang (ujung batang A hampir terangkat)?
($g = 10 \text{ m/s}^2$)



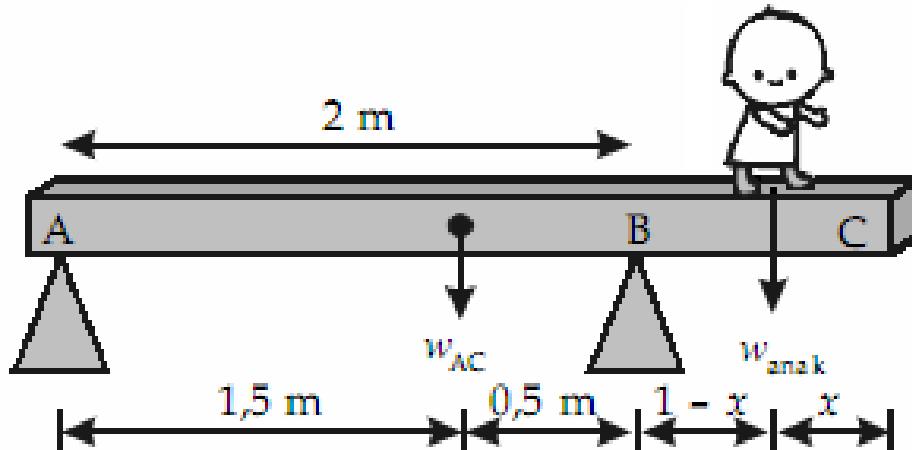
Penyelesaian

Diketahui:

$$m_{\text{anak}} = 25 \text{ kg}, m_{\text{AC}} = 40 \text{ kg}, AC = 3 \text{ m}, \text{ dan } AB = 2 \text{ m.}$$

$$w_{\text{anak}} = m_{\text{anak}} \cdot g = (25 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = 250 \text{ N}$$

$$w_{\text{AC}} = m_{\text{AC}} \cdot g = (40 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2) = 400 \text{ N}$$



$$\sum \tau = 0$$

$$w_{\text{AC}} (0,5 \text{ m}) = w_{\text{anak}} (1 - x)$$

$$(400 \text{ N}) (0,5 \text{ m}) = (250 \text{ N})(1 - x)$$

$$200 \text{ Nm} = (250 \text{ N}) - (250x \text{ Nm})$$

$$250x \text{ Nm} = 50 \text{ N}$$

$$x = 0,2 \text{ m}$$

Jarak minimum anak dari titik C adalah 0,2 m atau 20 cm.

Contoh soal

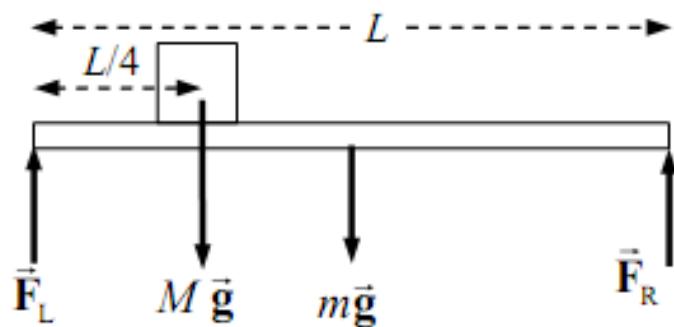
Sebuah papan mendatar 140 kg ditopang pada tiap ujungnya. Sebuah benda 320 kg diam pada jarak seperempat dari ujung kiri papan. Berapa gaya vertikal pada tiap penopang?

Penyelesaian :

Diketahui :

massa papan (m) = 140 kg

massa benda (M) = 320 kg



Gaya vertikal pada ujung kanan penopang adalah :

$$\sum \tau = F_R L - mg \left(\frac{1}{2} L \right) - Mg \left(\frac{1}{4} L \right) = 0$$

$$F_R = \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{4}M \right) g = \left[\frac{1}{2}(140 \text{ kg}) + \frac{1}{4}(320 \text{ kg}) \right] (9.80 \text{ m/s}^2) = 1.47 \times 10^3 \text{ N}$$

Gaya vertikal pada ujung kiri adalah :

$$\sum F_y = F_L + F_R - mg - Mg = 0$$

$$F_L = (m + M)g - F_R = (460 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) - 1.47 \times 10^3 \text{ N} = 3.04 \times 10^3 \text{ N}$$

Tegangan (Stress)

Sebuah benda yang mengalami gaya tarik sebesar F yang sama besar dan berlawanan arah dikatakan mengalami tegangan.

Tegangan didefinisikan sebagai perbandingan besar gaya F terhadap luas penampang bidang A .

Secara matematis dirumuskan:

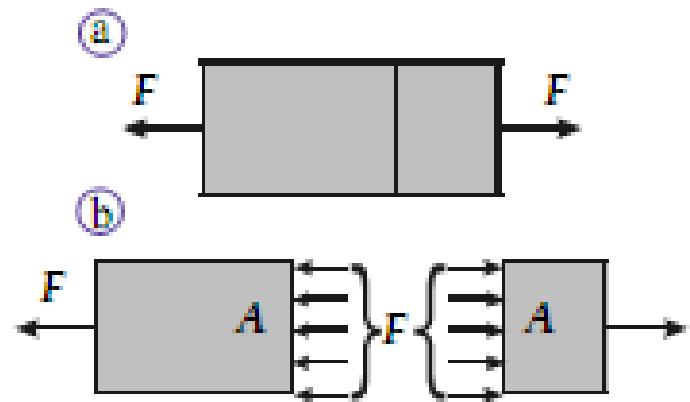
$$S = \frac{F}{A}$$

Dimana :

F = gaya tekan/tarik (N)

A = luas penampang yang ditekan/ditarik (m^2)

S = tegangan/stress (N/m^2 atau pascal).



Regangan (Strain)

Regangan didefinisikan sebagai rasio perubahan ukuran panjang benda terhadap ukuran semula, jika benda dikenai gaya yang berlawanan.

Secara matematis dirumuskan:

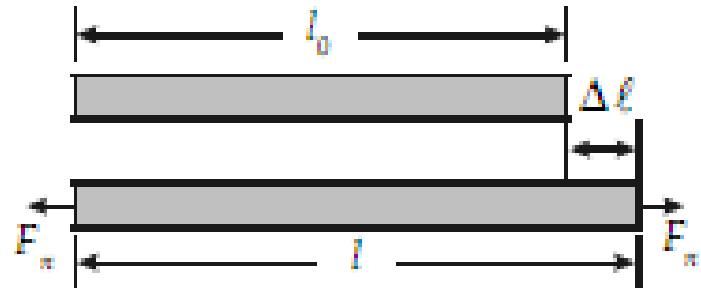
$$e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Dimana :

Δl = pertambahan panjang (m)

l_0 = panjang mula-mula (m)

e = regangan/strain (tidak punya satuan)



Regangan dapat bernilai positif atau negatif :

Regangan bernilai negatif jika perubahan panjang yang terjadi adalah negatif atau benda memendek (jenis stress yang bersifat menekan).

Regangan bernilai positif jika benda ketika dikenai stress akan mengalami pertambahan panjang.

Modulus Young (modulus elastisitas)

Tegangan yang diperlukan untuk menghasilkan suatu regangan tertentu bergantung pada sifat bahan dari benda yang mendapat tegangan tersebut.

Modulus Young atau modulus elastisitas suatu benda adalah perbandingan antara tegangan dan regangan suatu benda.

Secara matematis dirumuskan :

$$Y = \frac{S}{e} = \frac{F \ell_o}{A \Delta \ell}$$

dimana:

Y = modulus young (N/m^2)

S = stress (N/m^2)

e = strain

Setiap bahan memiliki nilai modulus Young yang berbeda dengan bahan yang lain.

Modulus Young beberapa bahan
(Harga Pendekatan)

Bahan	Modulus Young (N/m^2)
Aluminium	$0,7 \times 10^{11} N/m^2$
Kuningan	$0,91 \times 10^{11} N/m^2$
Tembaga	$1,1 \times 10^{11} N/m^2$
Gelas	$0,55 \times 10^{11} N/m^2$
Besi	$0,91 \times 10^{11} N/m^2$
Timah	$0,16 \times 10^{11} N/m^2$
Nikel	$2,1 \times 10^{11} N/m^2$
Baja	$2 \times 10^{11} N/m^2$
Tungsten	$3,6 \times 10^{11} N/m^2$

Contoh

Sebuah kawat logam dengan diameter 1,25 mm dan panjangnya 80 cm digantungi beban bermassa 10 kg. Ternyata kawat tersebut bertambah panjang 0,51 mm.

Tentukan:

- tegangan (stress),
- regangan (strain), dan
- modulus Young bahan yang membentuk kawat.

Penyelesaian :

Diketahui: $d = 1,25 \text{ mm}$, $l_0 = 80 \text{ cm}$, $m = 10 \text{ kg}$, dan $\Delta l = 0,51 \text{ mm}$.

Jawab :

a. Tegangan :

$$S = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\frac{1}{4} \pi d^2} = \frac{(10 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{\left(\frac{1}{4}\right)(3,14)(1,25 \times 10^{-2} \text{ m})} = 8,13 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

b. Regangan :

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{5 \times 10^{-4}}{0,8} = 6,375 \times 10^{-4}$$

c. Modulus Young :

$$Y = \frac{S}{e} = \frac{8,13 \times 10^7 \text{ N/m}^2}{6,375 \times 10^{-4}} = 1,28 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

Contoh

Sebuah batang baja berjari-jari 9 mm dan panjangnya 80 cm. Batang ditarik oleh gaya sebesar 6×10^4 N. (modulus Young baja $2,0 \times 10^{11}$ N/m²)

- Berapakah tegangan tarik pada batang?
- Berapakah perubahan panjang batang ?

Penyelesaian :

Diketahui :

$$\text{Panjang baja} = L = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$\text{Luas penampang baja} = A = \pi r^2 = (3,14)(9 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2$$

Jawab :

Tegangan tarik yang dialami baja :

$$S = \frac{F}{A} = \frac{6 \times 10^4 \text{ N}}{(3,14)(9 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2} = 2,3 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

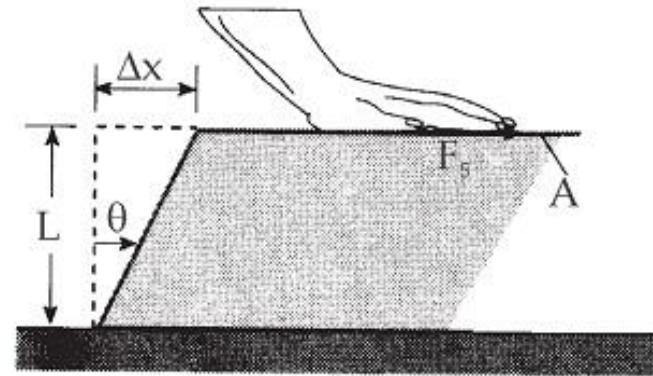
Perubahan panjang baja :

$$\Delta\ell = \frac{S \ell_0}{Y} = \frac{(2,3 \times 10^8 \text{ N/m}^2) 0,8 \text{ m}}{2,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2} = 9,2 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Modulus Geser (modulus torsi)

Tegangan geser terjadi apabila suatu bahan dikenai gaya yang sejajar terhadap luas permukaan bahan :

$$\text{Tegangan geser} = \frac{F_s}{A}$$



Regangan geser terjadi apabila suatu bahan mengalami tegangan geser

$$\text{Regangan geser} = \frac{\Delta x}{L} = \tan \theta$$

Perbandingan antara tegangan geser terhadap regangan geser dinamakan **modulus geser (M_s)**.

$$M_s = \frac{\text{Tegangan geser}}{\text{Regangan geser}}$$

$$M_s = \frac{F_s / A}{\Delta x / L} = \frac{F_s / A}{\tan \theta}$$

Modulus Bulk

- **Modulus Bulk** adalah hubungan antara tekanan yang mengubah volume benda terhadap strain volume.
- Secara matematik dinyatakan :

$$B = \pm \frac{F/A}{\Delta V/V} = \pm \frac{p}{e_v}$$

- Tanda positif berarti volume benda bertambah.
- Tanda minus berarti volume benda berkurang.

Contoh soal

Berapa besar tekanan diperlukan untuk menekan balok besi hingga volumenya menjadi 0,10 persennya?

(Modulus Bulk Besi = $90 \times 10^9 \text{ N/m}^2$)

Penyelesaian :

Hubungan antara tekanan dan perubahan volume adalah :

$$\Delta V = -V_0 \frac{\Delta P}{B}$$

Maka, besar tekanan diperlukan adalah :

$$\Delta P = -\frac{\Delta V}{V_0} B = -\left(0.10 \times 10^{-2}\right) \left(90 \times 10^9 \text{ N/m}^2\right) = \boxed{9.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2}$$

Elastisitas dan Plastisitas

- **Bahan elastis** adalah suatu bahan apabila mendapat tarikan atau tekanan tertentu kemudian dilepaskan akan kembali ke bentuk semula.
 - Contoh : pegas, karet, dsb.
- Setiap bahan memiliki nilai batas elastisitas masing-masing yang dinyatakan sebagai **konstanta modulus Young**.
 - Jika gaya yang diberikan melebihi batas elastisitas yang dapat ditahan benda, maka benda akan mengalami deformasi permanen.
- **Bahan plastis** adalah suatu bahan apabila mendapat tarikan atau tekanan tertentu kemudian dilepaskan tidak akan kembali ke bentuk semula.
 - Contoh : lilin, tanah liat, dsb

Hukum Hooke

Hukum Hooke menyatakan bahwa :

Pada daerah elastisitas pegas, besarnya pertambahan panjang sebanding dengan gaya yang bekerja pada pegas.

Secara matematis dinyatakan:

$$F = k \cdot \Delta x$$

Dimana :

F = gaya yang dikerjakan pada pegas (N)

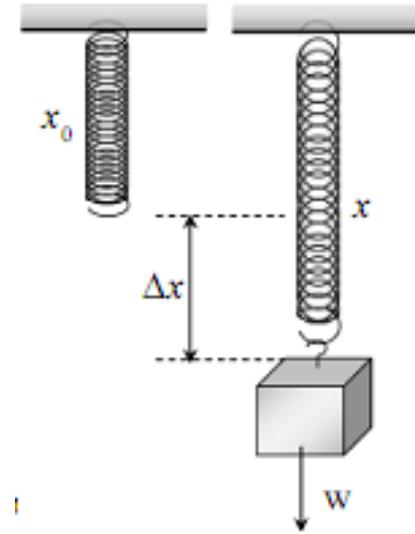
Δx = pertambahan panjang (m)

k = konstanta pegas (N/m)

Pada saat ditarik, pegas mengadakan gaya yang besarnya sama dengan gaya tarikan tetapi arahnya berlawanan yang disebut **Gaya Pegas (F_p)** :

$$F_p = -F$$

$$F_p = -k \cdot \Delta x$$



Contoh

Sebuah pegas memiliki panjang 20 cm. Saat ditarik dengan gaya 12,5 N panjang pegasnya menjadi 22 cm. Berapakah panjang pegas jika ditarik gaya sebesar 37,5 N?

Penyelesaian

Diketahui :

$$x_0 = 20 \text{ cm}$$

$$F_1 = 12,5 \text{ N}$$

$$x_1 = 22 \text{ cm}$$

$$\Delta x_1 = 22 - 20 = 2 \text{ cm}$$

$$F_2 = 37,5 \text{ N}$$

$$\Delta x_2 = ?$$

$$x_2 = ?$$

Jawab :

Dari keadaan pertama dapat dihitung konstanta pegas sebagai berikut.

$$F_1 = k \Delta x_1$$
$$12,5 = k \cdot 2 \cdot 10^{-2} \quad k = \frac{12,5}{2 \times 10^{-2}} = 625 \text{ N/m}$$

Berarti panjang pegas saat diberi gaya F_2 dapat diperoleh:

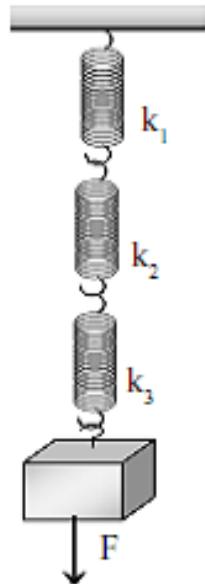
$$F_2 = k \Delta x_2$$
$$37,5 = 625 \cdot \Delta x_2$$
$$\Delta x = \frac{37,5}{625} = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

Jadi panjangnya menjadi:

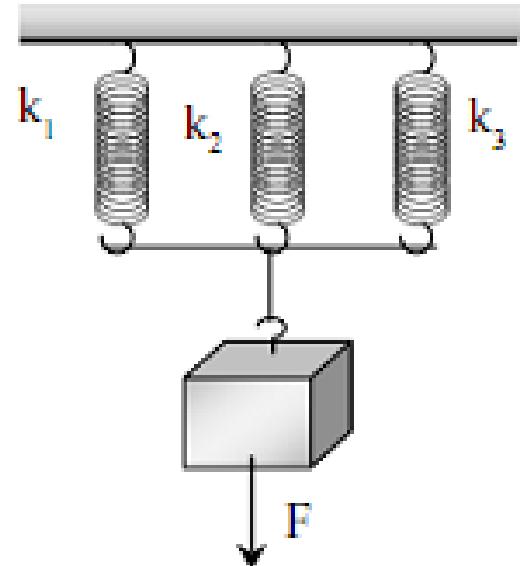
$$x_2 = x_0 + \Delta x_2 = 20 + 6 = 26 \text{ cm}$$

Rangkaian Pegas

Susunan seri pegas :



Susunan paralel pegas :



Konstanta pegas penggantinya
adalah :

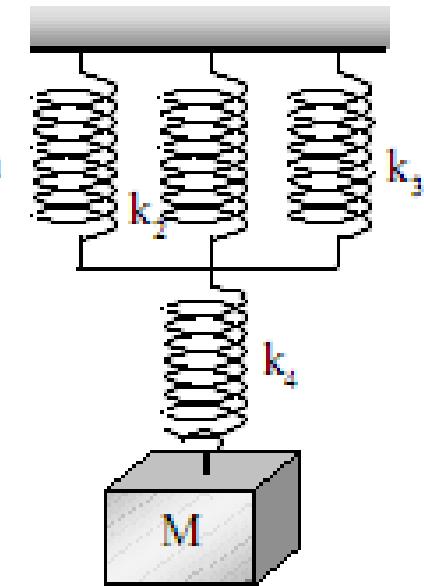
$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

Konstanta pegas penggantinya
adalah :

$$K_p = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$$

Contoh soal

Empat buah pegas memiliki konstanta masing-masing sebesar $k_1 = 100 \text{ N/m}$, $k_2 = 200 \text{ N/m}$, $k_3 = 300 \text{ N/m}$. Ketiga pegas tersebut disusun paralel dan kemudian diseri dengan pegas lainnya yang memiliki konstanta $k_4 = 300 \text{ N/m}$, sehingga susunannya seperti pada gambar di samping.



Tentukan:

- konstanta pegas total pengganti
- pemanjangan susunan pegas jika digantungi beban dengan massa 0,6 kg dan anggaplah $g = 10 \text{ m/s}^2$
- pemanjangan pegas k_4 saja.

Penyelesaian

Diketahui :

$$k_1 = 100 \text{ N/m}; k_2 = 200 \text{ N/m}; k_3 = 300 \text{ N/m}; k_4 = 300 \text{ N/m}$$
$$m = 0,6 \text{ kg}; \text{ dan } g = 10 \text{ m/s}^2$$

a. Konstanta pegas total pengganti

* Pegas k_1 , k_2 , dan k_3 tersusun paralel berarti penggantinya adalah :

$$k_p = k_1 + k_2 + k_3 = 100 + 200 + 300 = 600 \text{ N/m}$$

* Pegas k_p dan k_4 seri berarti konstanta pengganti totalnya adalah :

$$\frac{1}{k_{\text{total}}} = \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_4} = \frac{1}{600} + \frac{1}{300} = \frac{1}{600} + \frac{2}{600} = \frac{3}{600}$$

Jadi : $k_{\text{total}} = \frac{600}{3} = 200 \text{ N/m}$

b. Pemanjangan susunan pegas adalah :

$$\Delta x_{\text{total}} = \frac{F}{k_{\text{total}}} = \frac{m \cdot g}{k_{\text{total}}} = \frac{(0,6)(10)}{200} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

c. Pemanjangan pegas k_4 saja adalah :

$$\Delta x_4 = \frac{F}{k_4} = \frac{m \cdot g}{k_4} = \frac{(0,6)(10)}{300} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

Terima Kasih