

# Rangkaian Listrik II

## Pertemuan Ke 2

# **RANGKAIAN ARUS BOLAK-BALIK**

Rangkaian arus bolak-balik (rangkaian AC) adalah rangkaian dengan sumber tegangan / sumber arus berbentuk gelombang arus bolak-balik, salah satu gelombang arus bolak-balik adalah gelombang sinusoida. Sumber tegangan dengan gelombang sinusoida banyak digunakan secara praktis di lapangan, sebagai sumber tenaga listrik terbesar, misalnya : pada industri, perkantoran, perumahan, laboratorium, peralatan transportasi, peralatan elektronik, dsb.

# Gelombang Sinusoida

Persamaan umum gelombang sinusoida untuk tegangan atau arus sebagai berikut :

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \alpha)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \beta)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \alpha_1)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \beta_1)$$

Dimana :

$v(t)$  : tegangan sesaat

$i(t)$  : arus sesaat

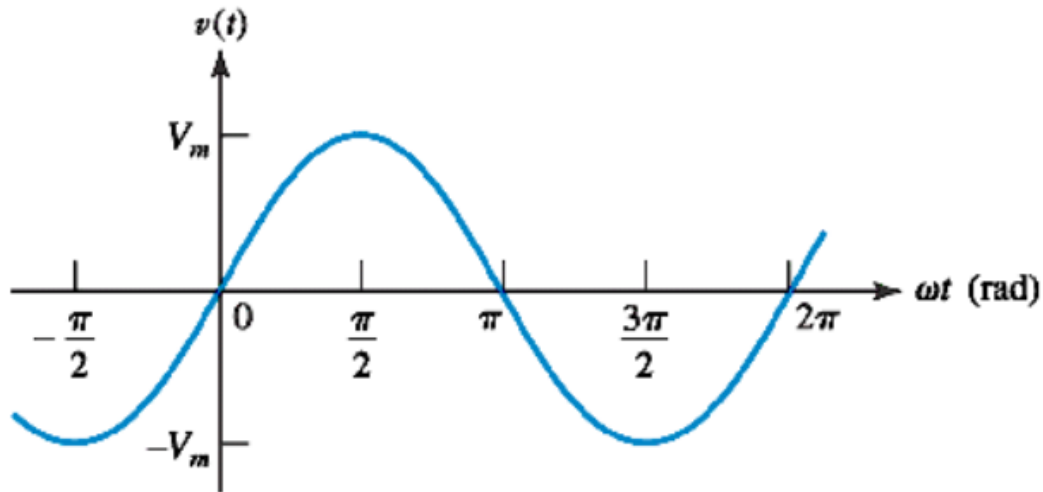
$V_m$  : tegangan maksimum (V)

$I_m$  : arus maksimum (A)

$\omega$  : kecepatan sudut (rad/sec)

$\alpha, \alpha_1$  dan  $\beta, \beta_1$  : sudut fasa (derajat)

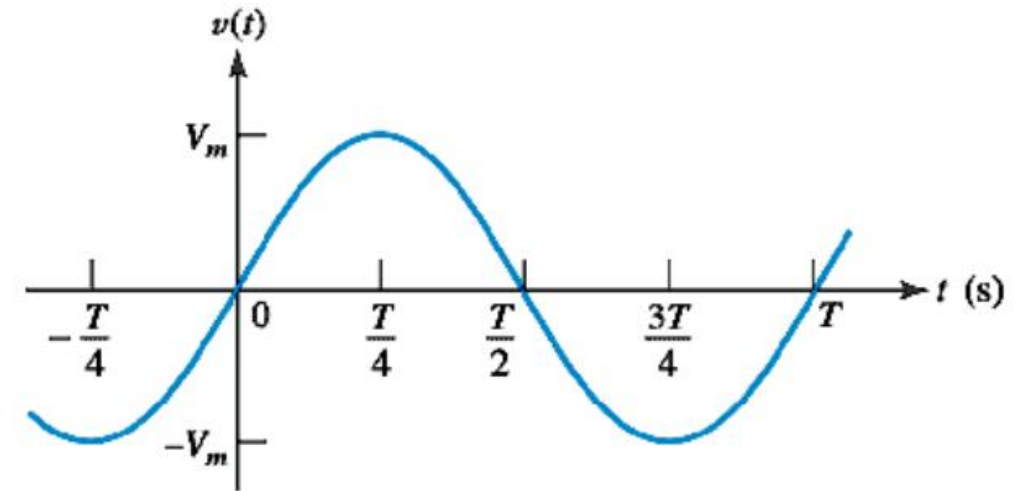
# Gelombang Tegangan Sinusoida



Kecepatan sudut :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad f = \frac{1}{T} \quad \begin{array}{l} T : \text{periode (det)} \\ f : \text{frekuensi (Hz)} \end{array}$$

$$\omega = 2\pi f$$



Persamaan gelombang tegangan :

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0^\circ)$$

Satu putaran penuh (*cycle*) adalah bentuk gelombang yang terdapat dalam satu periode, frekuensi adalah banyaknya putaran setiap detik, dengan satuan *cycle*/detik atau Hertz (Hz)

# Sifat Gelombang Sinusoida

Gelombang sinusoida mempunyai beberapa sifat antara lain :

- 1). Merupakan fungsi matematika yang sederhana

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \alpha)$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

- 2). Merupakan fungsi yang berulang (periodik)

Gelombang sinusoida setiap satu periode akan sama dengan gelombang semula, fungsi berulang harus memenuhi syarat :  $f(t) = f(t + T)$

- 3). Gelombang sinusoida mudah untuk dibangkitkan.

Tegangan sinusoida dibangkitkan oleh Generator arus bolak-balik (Generator Sinkron) pada pusat pembangkit tenaga listrik. Contoh : pada Pembangkit Listrik Tenaga Air (PLTA), Pembangkit Listrik Tenaga Diesel (PLTD), Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU), Pembangkit Listrik Tenaga Gas (PLTG), dsb.

# Nilai Rata-rata Gelombang Sinusoida

Misalkan gelombang tegangan sinusoida :  $v(t) = V_m \sin(\omega t)$

Nilai rata-rata Tegangan:

$$\begin{aligned}V_{rt} &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \\V_{rt} &= \frac{1}{T} \int_0^T V_m \sin(\omega t) dt \\V_{rt} &= \frac{V_m}{T} \int_0^T \sin \frac{2\pi}{T} t \, d\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \times \frac{T}{2\pi} \\V_{rt} &= \frac{V_m}{2\pi} \int_0^T \sin \frac{2\pi}{T} t \, d\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \\V_{rt} &= \frac{V_m}{2\pi} \left[ -\cos \frac{2\pi}{T} t \right]_0^T \\&= -\frac{V_m}{2\pi} [\cos 2\pi - \cos 0] \\&= -\frac{V_m}{2\pi} (1 - 1) \\V_{rt} &= 0\end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan maka tegangan rata-rata gelombang sinusoida adalah nol (0)

# Nilai Rata-rata Gelombang Sinusoida

Dengan cara yang sama untuk arus rata-rata gelombang sinusoida, apabila dihitung akan diperoleh hasil sebagai berikut :

Misalkan gelombang arus sinusoida  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$

Nilai rata-rata Arus :

$$I_{rt} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

$$I_{rt} = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin(\omega t) dt$$

$$I_{rt} = \frac{I_m}{T} \int_0^T \sin \frac{2\pi}{T} t d\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \times \frac{T}{2\pi}$$

$$I_{rt} = \frac{I_m}{2\pi} \int_0^T \sin \frac{2\pi}{T} t d\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\begin{aligned} I_{rt} &= \frac{I_m}{2\pi} \left[ -\cos \frac{2\pi}{T} t \right]_0^T \\ &= -\frac{I_m}{2\pi} [\cos 2\pi - \cos 0] \\ &= -\frac{I_m}{2\pi} (1 - 1) \end{aligned}$$

$$I_{rt} = 0$$

# Nilai Efektif Gelombang Sinusoida

Misalkan gelombang tegangan sinusoida  $v(t) = V_m \sin(\omega t)$

Nilai efektif gelombang sinusoida :

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$

$$V_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \sin^2 \omega t dt$$

$$= \frac{V_m^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt$$

$$\text{karena } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$V_{ef}^2 = \frac{V_m^2}{T} \int_0^T \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) dt$$

$$= \frac{V_m^2}{2T} \left[ \int_0^T dt - \int_0^T \cos 2 \cdot \frac{2\pi}{T} t dt \right]$$

$$= \frac{V_m^2}{2T} \left[ \int_0^T dt - \frac{T}{4\pi} \int_0^T \cos \frac{4\pi}{T} t d\left(\frac{4\pi}{T} t\right) \right]$$

$$V_{ef}^2 = \frac{V_m^2}{2T} \left\{ [t]_0^T - \frac{T}{4\pi} \left[ \sin \frac{4\pi}{T} t \right]_0^T \right\}$$

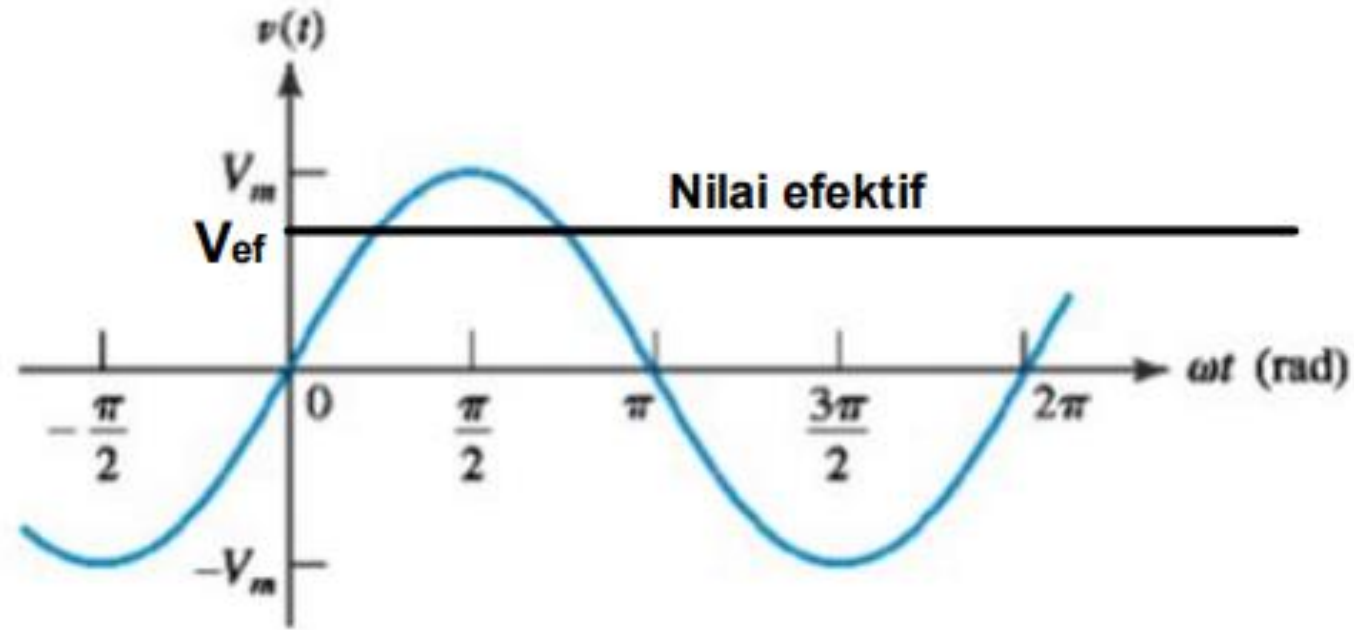
$$= \frac{V_m^2}{2T} \left\{ (T - 0) - \frac{T}{4\pi} (\sin 4\pi - \sin 0^\circ) \right\}$$

$$= \frac{V_m^2}{2T} (T)$$

$$V_{ef}^2 = \frac{V_m^2}{2}$$

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0,707 V_m$$

Dari hasil perhitungan diperoleh besarnya tegangan efektif sebesar 0,707 kali tegangan maksimumnya, nilai tegangan efektif gelombang sinusoida merupakan nilai searahnya gelombang sinusoida, hal ini diperlihatkan pada gambar berikut ini :



Gambar Nilai efektif Gelombang Sinusoida

Untuk arus sinusoida apabila dihitung nilai efektifnya akan diperoleh :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m$$

Nilai efektif disebut juga nilai rms (*Root Mean Square*), artinya akar dari nilai rata-rata kuadrat, sehingga dalam pemakaiannya tegangan efektif atau arus efektif ditulis :

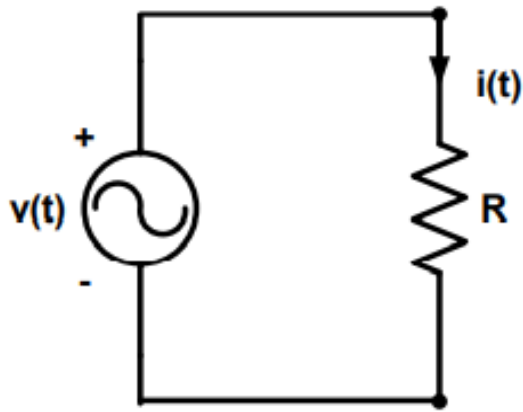
$$V_{ef} = V_{rms} = V$$

$$I_{ef} = I_{rms} = I$$

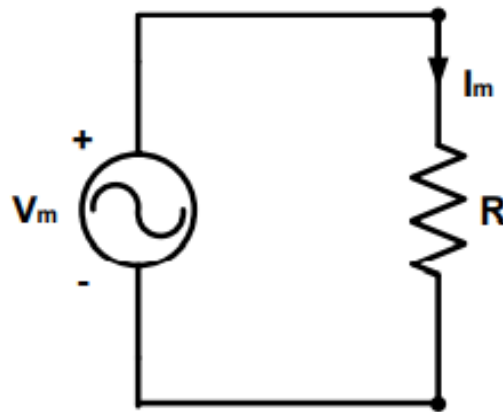
# Pengaruh Gelombang Sinusoida pada Unsur Rangkaian

## 1). Rangkaian Resistansi

Pada rangkaian resistansi (tahanan), apabila dihubungkan dengan sumber tegangan gelombang sinusoida, diperlihatkan pada gambar berikut :



(a)



(b)

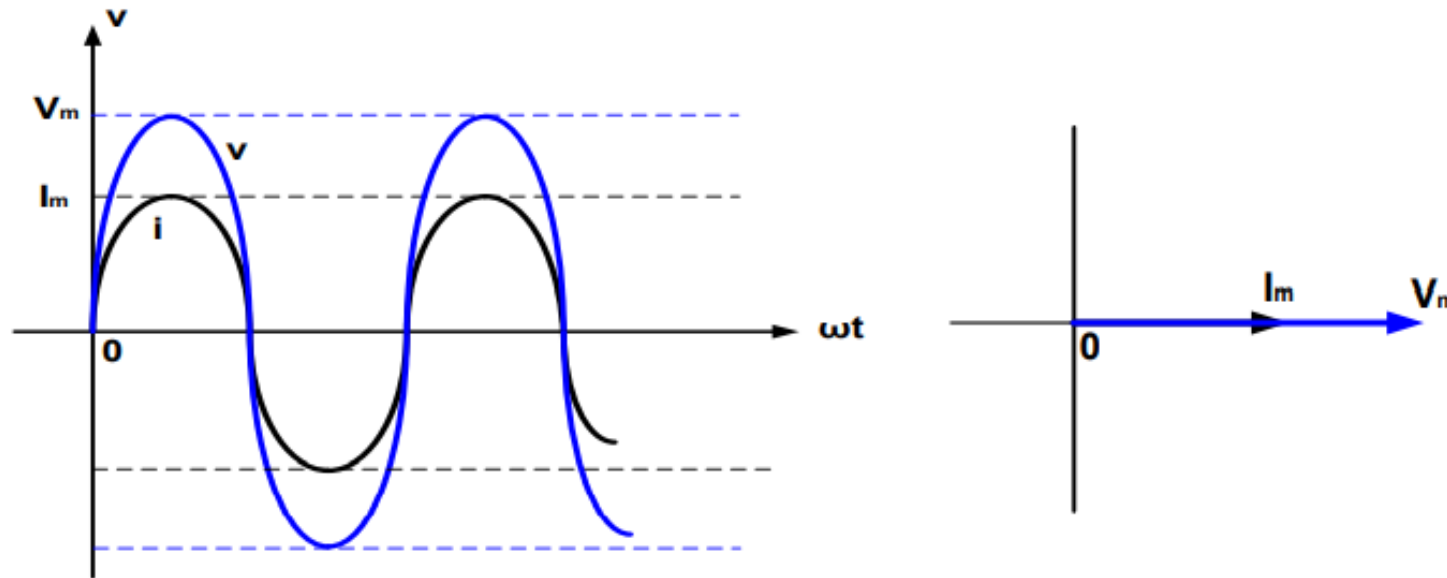
misalkan arus yang mengalir  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$   
Pada Gambar (a) adalah rangkaian resistansi pada daerah waktu, sehingga besar tegangan pada resistansi :

$$\begin{aligned} v(t) &= Ri(t) \\ v(t) &= RI_m \sin(\omega t) \\ v(t) &= V_m \sin(\omega t) \end{aligned}$$

Dimana :

$$\begin{aligned} V_m &= RI_m \\ \frac{V_m}{\sqrt{2}} &= R \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\ V_{ef} &= RI_{ef} \end{aligned}$$

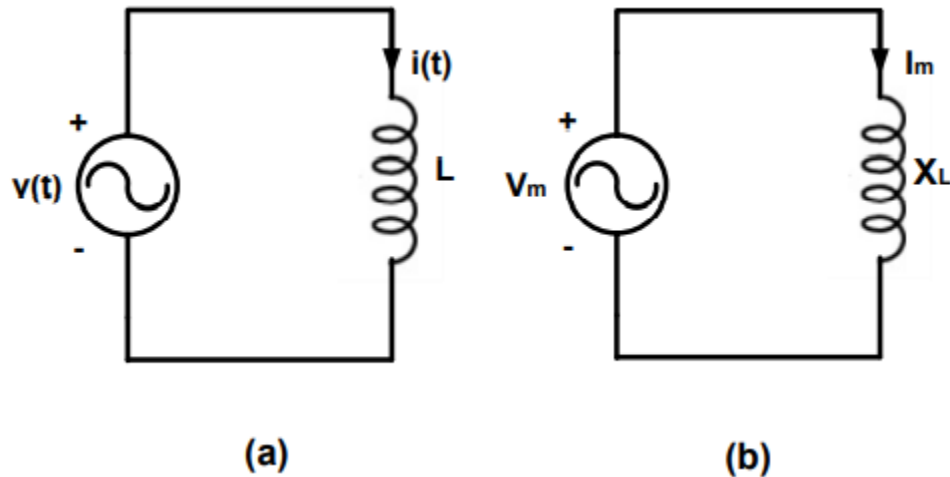
Gambar (b) merupakan rangkaian daerah frekuensi, dengan sumber tegangan yang tegangannya dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya, begitu juga arus yang mengalir dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya. Gambar gelombang tegangan sinusoida dan gelombang arus sinusoida pada resistansi diperlihatkan pada gambar berikut :



Pada rangkaian resistansi, tegangan ( $v$ ) dan arus ( $i$ ) adalah sefasa, tidak ada beda fasa (beda fasanya = 0), frekuensi sudut gelombang tetap, hanya amplitudonya yang berubah.

## 2). Rangkaian Induktansi

Pada rangkaian induktansi, apabila dihubungkan dengan sumber tegangan gelombang sinusoida, diperlihatkan pada gambar berikut :



misalkan arus yang mengalir  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$   
Pada Gambar (a) adalah rangkaian induktansi pada daerah waktu, sehingga besar tegangan pada induktansi :

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = L \frac{dI_m \sin \omega t}{dt}$$

$$v(t) = L \omega I_m \cos \omega t$$

$$v(t) = L \omega I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

Dimana :

$$V_m = \omega L I_m$$

$$V_m = X_L I_m$$

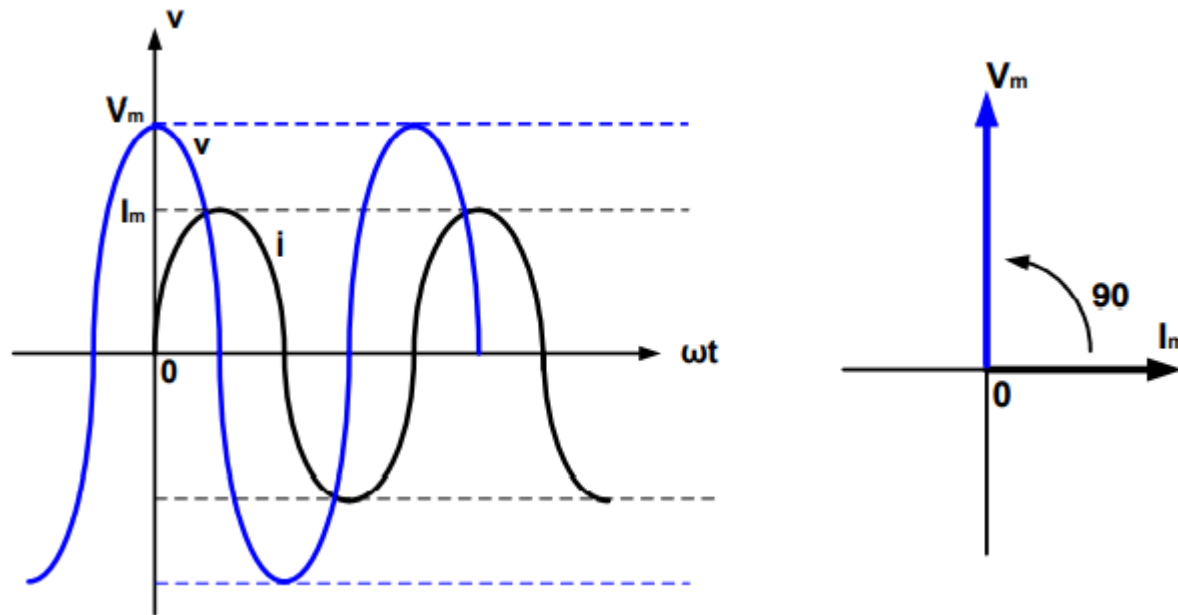
$$\frac{V_m}{\sqrt{2}} = X_L \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{ef} = X_L I_{ef}$$

$X_L$  – Reak tansi Induktif

$$X_L = \omega L = 2 \pi f L (\Omega)$$

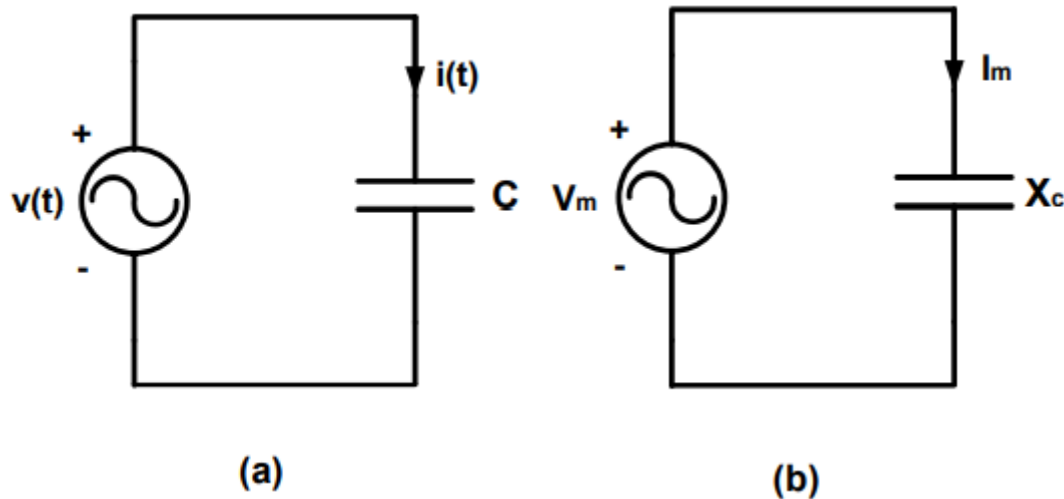
Gambar (b) merupakan rangkaian daerah frekuensi, dengan sumber tegangan yang tegangannya dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya, begitu juga arus yang mengalir dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya. Gambar gelombang tegangan sinusoida dan gelombang arus sinusoida pada induktansi diperlihatkan pada gambar berikut :



Pada rangkaian Induktansi, tegangan ( $v$ ) mendahului  $90^\circ$  terhadap arus ( $i$ ) atau arus tertinggal  $90^\circ$  terhadap tegangan, frekuensi sudut tetap, amplitudonya yang berubah.

### 3). Rangkaian Kapasitansi

Pada rangkaian kapasitansi apabila dihubungkan dengan sumber tegangan gelombang sinusoida, diperlihatkan pada gambar berikut :



misalkan arus yang mengalir  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$   
Gambar (a) adalah rangkaian kapasitansi pada daerah waktu, sehingga besar tegangan pada kapasitansi :

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) dt \\ &= \frac{1}{C} \int I_m \sin \omega t dt \\ &= \frac{I_m}{\omega C} \int \sin \omega t d(\omega t) \\ &= \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t) \\ &= \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ) \\ v(t) &= V_m \sin(\omega t - 90^\circ) \end{aligned}$$

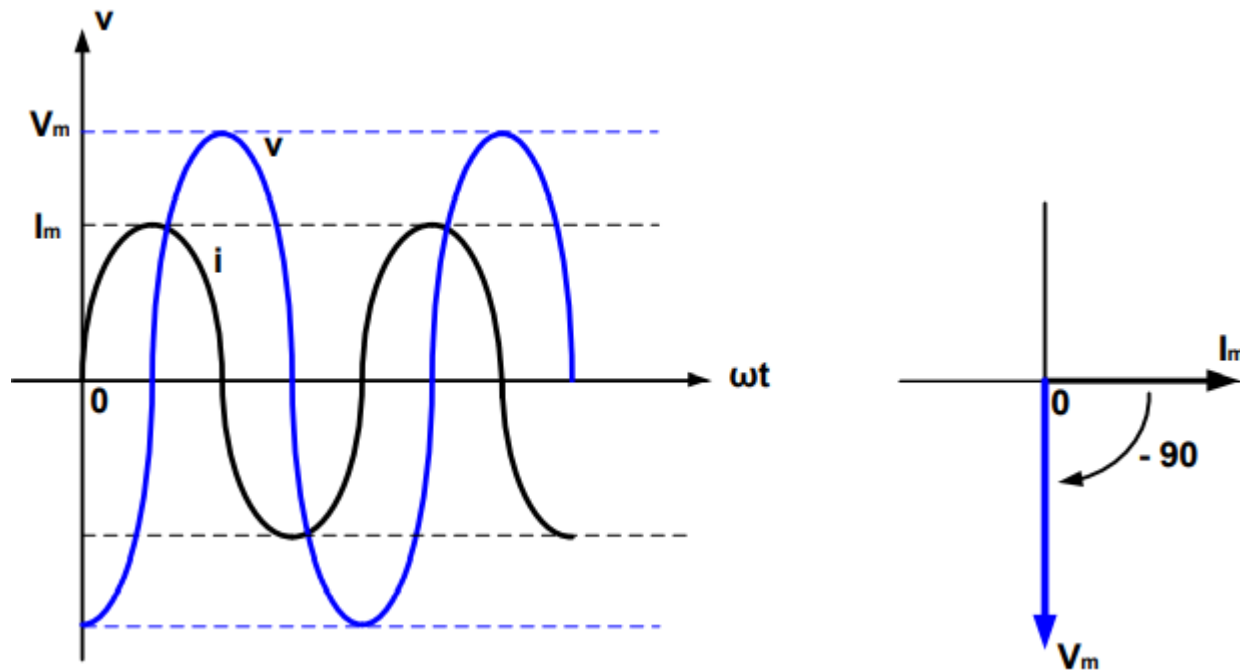
Dimana :

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{1}{\omega C} I_m \\ V_m &= X_C I_m \\ \frac{V_m}{\sqrt{2}} &= X_C \frac{I_m}{\sqrt{2}} \\ V_{ef} &= X_C I_{ef} \end{aligned}$$

$X_C$  – Reaktansi kapasitif

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} (\Omega)$$

Gambar (b) merupakan rangkaian daerah frekuensi, dengan sumber tegangan yang tegangannya dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya, begitu juga arus yang mengalir dapat berupa nilai maksimum atau nilai efektifnya. Gambar gelombang tegangan sinusoida dan gelombang arus sinusoida pada kapasitansi diperlihatkan pada gambar berikut :



Pada rangkaian kapasitansi, tegangan ( $v$ ) tertinggal ( $90^\circ$ ) terhadap arus ( $i$ ) atau arus mendahului ( $90^\circ$ ) terhadap tegangan, frekuensi sudut tetap, amplitudo berubah.

## Contoh Soal

1. Misalkan tegangan maksimum pada suatu rangkaian AC adalah sebesar 311 V, dengan frekuensi 50 Hz. Tuliskan Persamaan tegangan sesaat dan besarnya tegangan efektif
2. Diketahui sebuah tegangan sinusoida seperti berikut  $v = 282,8 \sin 314t$  volt. Tentukan :
  - a) Nilai puncak/amplitudonya,
  - b) Nilai tegangan rms,
  - c) Berapakah frekuensinya
  - d) Nilai tegangan saat  $t = 4\text{ms}$