

DOSEN PENGAMPU: SAUT PANE

UKURAN DISPERSI (PENYIMPANGAN)

DISUSUN OLEH
LEDY ROSIANA PASARIBU
2024340250011

UKURAN DISPERSI (PENYIMPANGAN)

Ukuran Dispersi atau ukuran penyimpangan adalah ukuran yang menunjukkan seberapa besar data menyebar atau bervariasi dari nilai rata-ratanya.

Dengan kata lain, ukuran dispersi menunjukkan tingkat heterogenitas data.

Dalam statistika, data tidak hanya dilihat dari nilai pusatnya (seperti mean, median, atau modus), tetapi juga dari bagaimana data tersebut menyebar. Ukuran penyebaran atau dispersi memberikan gambaran mengenai homogenitas atau heterogenitas data. Misalnya, dua kelompok data dapat memiliki rata-rata yang sama, tetapi berbeda tingkat variasinya.

Ukuran dispersi dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu **ukuran dispersi absolut** dan **ukuran dispersi relatif**.

I. Ukuran Dispersi Absolut

Ukuran dispersi absolut terdiri dari beberapa jenis utama:

I. Rentang (Range)

Rentang merupakan selisih antara nilai maksimum dan minimum dalam suatu data.

$$R = X_{maks} - X_{min}$$

Keterangan:

X_{maks} = nilai data terbesar

X_{min} = nilai data terkecil

Rentang mudah dihitung tetapi hanya memperhatikan dua nilai ekstrem.

Contoh:

Data tunggal:

Data: 8, 12, 5, 10, 15, 7.

Hitung **range**.

Penyelesaian:

Rumus:

$$\text{Range} = X_{\text{max}} - X_{\text{min}}$$

$$X_{\text{max}} = 15, X_{\text{min}} = 5$$

$$\text{Range} = 15 - 5 = 10.$$

Jawaban: 10

Data berkelompok:

Kelas (cm)	Frekuensi
10-14	5
15-19	9
20-24	6
25-19	4

Penyelesaian:

Rumus umum:

$$R = \text{Batas atas kelas tertinggi} - \text{Batas bawah kelas terendah}$$

$$\text{Batas bawah kelas pertama} = 10 - 0.5 = 9.5$$

$$\text{Batas atas kelas terakhir} = 29 + 0.5 = 29.5$$

$$R = 29.5 - 9.5 = 20.0$$

Jawaban: Range = **20 cm**

2. Simpangan Kuartil (Quartile Deviation / Semi-Interquartile Range)

adalah ukuran penyebaran data yang menunjukkan rentang nilai tengah dari suatu kumpulan data, yaitu selisih antara kuartil ketiga (Q_3) dan kuartil pertama (Q_1).

Rumus:

$$Q_d = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Keterangan:

Q_3 : Kuartil atas (75% data)

Q_1 : Kuartil bawah (25% data)

Contoh:

Data tunggal:

Data (cm): 8, 12, 5, 10, 15, 7, 9.

Hitung Q_1 , Q_3 , dan IQR.

Penyelesaian:

Urutkan data naik: 5, 7, 8, 9, 10, 12, 15.

$n = 7$. Posisi:

$$p_1 = \frac{n+1}{4} = \frac{7+1}{4} = \frac{8}{4} = 2, p_3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{3 \times 8}{4} = 6.$$

Karena kedua posisi bilangan bulat, ambil nilai pada urutan tersebut:

$$Q_1 = x_2 = 7, Q_3 = x_6 = 12.$$

IQR:

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1 = 12 - 7 = 5.$$

Jawaban: $Q_1 = 7$, $Q_3 = 12$, $\text{IQR} = 5$.

Data berkelompok:

Kelas (cm)	Frekuensi
10-14	5
15-19	9
20-24	6
25-19	4

Hitung Q_1 , Q_3 , dan IQR

Penyelesaian:

-Hitung N : $N = 5 + 9 + 6 + 4 = 24$.

-Posisi kuartil (frekuensi kumulatif target):

$$\text{target } Q_1 = \frac{N}{4} = \frac{24}{4} = 6, \text{ target } Q_3 = \frac{3N}{4} = 18.$$

Buat frekuensi kumulatif (cf):

Kelas	f	cf (kumulatif)
10-14	5	5
15-19	9	14
20-24	6	20
25-29	4	24

Posisi 6 → berada di kelas **15–19** (karena cf melewati 6 pada kelas ini).

Untuk kelas 15–19: $L(\text{batas bawah kelas}) = 15 - 0.5 = 14.5$.

$c_f(\text{cf sebelum kelas}) = 5$. $f = 9$. Panjang kelas $h = 5$.

$$Q_1 = 14.5 + \frac{6 - 5}{9} \times 5 = 14.5 + \frac{1}{9} \times 5 = 14.5 + 0.555 \dots = 15.0556.$$

Posisi 18 → berada di kelas **20–24** (cf mencapai 20 di kelas ini).

Untuk kelas 20–24: $L = 20 - 0.5 = 19.5$. c_f sebelum = 14. $f = 6$. $h = 5$.

$$Q_3 = 19.5 + \frac{18 - 14}{6} \times 5 = 19.5 + \frac{4}{6} \times 5 = 19.5 + 3.333 \dots = 22.8333.$$

IQR:

$$\text{IQR} = 22.8333 - 15.0556 = 7.7777 \approx 7.78 \text{ (cm)}.$$

Jawaban (dibulatkan): $Q_1 \approx 15.06\text{cm}$, $Q_3 \approx 22.83\text{cm}$,

3. Simpangan Rata-rata (Mean Deviation)

Mengukur rata-rata dari nilai mutlak penyimpangan setiap data terhadap rata-ratanya.

Rumus:

$$D = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

Untuk data berkelompok:

$$D = \frac{\sum f |X_i - \bar{X}|}{\sum f}$$

Keterangan:

X_i : nilai data ke- i

\bar{X} : rata-rata

f : frekuensi data

n : jumlah data

Contoh:

Data tunggal:

Data panjang (cm): 10, 12, 14, 16, 18.

Hitung: mean (\bar{x}) dan deviasi rata-rata (MAD).

Penyelesaian:

Hitung mean:

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 14 + 16 + 18}{5} = \frac{70}{5} = 14.$$

Hitung nilai absolut deviasi terhadap mean:

$$|10 - 14| = 4, \quad |12 - 14| = 2, \quad |14 - 14| = 0, \quad |16 - 14| = 2, \quad |18 - 14| = 4.$$

Jumlahkan: $4 + 2 + 0 + 2 + 4 = 12$.

MAD:

$$\text{MAD} = \frac{12}{5} = 2.4.$$

Jawaban AI: $\bar{x} = 14\text{cm}$; $\text{MAD} = 2.4 \text{ cm}$

Data berkelompok:

Data berkelompok

Data berikut menunjukkan **waktu (dalam menit)** yang dibutuhkan oleh 50 pekerja untuk menyelesaikan suatu tugas di pabrik:

Kelas (waktu/menit)	Frekuensi (f_j)	x_i
10-14	5	12
15-19	8	17
20-24	12	22
25-29	15	27
30-34	10	32

Hitunglah Deviasi Rata-rata (Mean Deviation) dari data tersebut!

Penyelesaian:

Hitung rata-rata (mean) data berkelompok

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_i}{\sum f}$$

$$\sum f x_i = (5 \times 12) + (8 \times 17) + (12 \times 22) + (15 \times 27) + (10 \times 32)$$

$$\sum f x_i = 60 + 136 + 264 + 405 + 320 = 1185$$

Jumlah frekuensi $\sum f = 50$

$$\bar{x} = \frac{1185}{50} = 23.7$$

Hitung deviasi tiap kelas dari rata-rata ($|x_i - \bar{x}|$)

$ x_i $	f	$ x_i - \bar{x} $	$f \times x_i - \bar{x} $
12	5	11.7	58.5
17	8	6.7	53.6
22	12	1.7	20.4
27	15	3.3	49.5
32	10	8.3	83.0

$$\sum f |x_i - \bar{x}| = 58.5 + 53.6 + 20.4 + 49.5 + 83.0 = 265.0$$

Hitung Deviasi Rata-rata (Mean Deviation)

$$\text{Deviasi Rata-rata (DR)} = \frac{\sum f |x_i - \bar{x}|}{\sum f}$$

$$DR = \frac{265.0}{50} = 5.3$$

Deviasi Rata-rata dari data waktu kerja adalah **5,3 menit**.

4. **Varsians (Variance)**

Varsians adalah **kuadrat dari simpangan baku**, menunjukkan keragaman data.

Rumus:

$$s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Data berkelompok:

$$s^2 = \frac{\sum f(X_i - \bar{X})^2}{\sum f}$$

Contoh:

Data Tunggal:

Waktu (dalam menit) yang diperlukan 5 pekerja untuk menyelesaikan suatu tugas adalah: 12, 15, 14, 10, 9. Hitung **varians populasi** dan **varians sampel**.

Penyelesaian:

Rumus

Langkah 1 — Hitung Rata-rata (Mean)

$$\bar{X} = \frac{12 + 15 + 14 + 10 + 9}{5}$$
$$\bar{X} = \frac{60}{5} = 12$$

Rata-rata waktu = 12 menit

Langkah 2 — Hitung $(X_i - \bar{X})$ dan $(X_i - \bar{X})^2$

X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
12	0	0
15	3	9
14	2	4
10	-2	4
9	-3	9

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 0 + 9 + 4 + 4 + 9 = 26$$

Langkah 3 — Hitung Varians Populasi (σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{26}{5} = 5.2$$

Varians populasi = 5,2 menit²

Langkah 4 — Hitung Varians Sampel (s^2)

$$s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$s^2 = \frac{26}{4} = 6.5$$

Varians sampel = 6,5 menit²

Data berkelompok:

Nilai ulangan (dikelompokkan) pada suatu kelas dibagi interval dan frekuensi seperti berikut:

Kelas (interval)	Frekuensi (f)
0-9	3
10-19	5
20-29	8
30-39	4

Hitung **varians populasi** dari data berkelompok tersebut. (Gunakan titik tengah tiap kelas.

Penyelesaian:

Rumus (data berkelompok)

Titik tengah kelas: m_i .

Mean: $\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum f_i}$.