

REVIEW TOPIK 1-6

Disusun Oleh:

- Uswatun Mawarni A.M – 2021340250003
- Salfa Apriliyani Kurniawan – 2021340250001
- Saut Pane (Dosen Pembimbing)

BAB 1

PEMBAHASAN

1.1 TEORI PELUANG I

❖ Hukum Penjumlahan

$$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Karena $P(AB) = 0$ maka $P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - 0$

Sehingga: $P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$

1.2 Teorema Bayes

□ Aturan Peluang Total

Rumusnya :

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_K) \times P(A|B_K)$$

1.3 Distribusi Peluang Binomial dan poisson

1.3.2 Distribusi Peluang Poisson

❖ Peluang kejadian distribusi poisson

Dirumuskan sebagai berikut:

$$P(X = x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

❖ Percobaan Distribusi Poisson

Variabel acak diskrit X dikatakan mempunyai distribusi poisson jika fungsi peluangnya berbentuk:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

1.4 TEORI DISTRIBUSI PELUANG II

Distribusi Normal

• Fungsi kepekatan distribusi Normal

Distribusi peluang normal memiliki fungsi kepekatan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

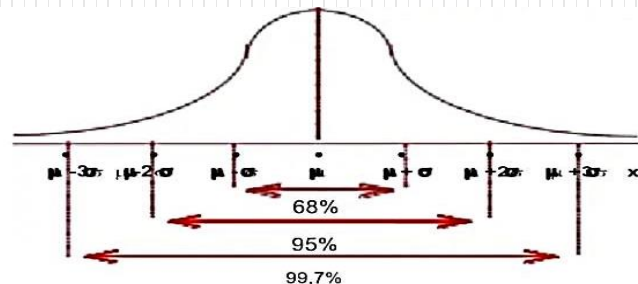
untuk $-\infty < X < \infty$

• kurva Distribusi Normal = kurva Normal

interpretasi dari kurva Normal

pada sebaran pengamatan (populasi atau sampel) yang berbentuk normal (genta) maka kira-kira:

- ❖ 68% dari seluruh pengamatan terletak dalam \pm satu(1) simpangan baku dari nilai tengahnya.
- ❖ 95% dari seluruh pengamatan terletak dalam \pm dua(2) simpangan baku dari nilai tengahnya.
- ❖ 99,7 % dari seluruh pengamatan terletak dalam \pm tiga(3) simpangan baku dari nilai tengahnya



1.5 TEORI PENDUGAAN – I (Sampel kecil – $n < 30$)

Jika θ adalah parameter populasi dan $\hat{\theta}$ adalah estimator titiknya, maka bentuk selang kepercayaan dari parameter θ adalah

$$P(\hat{\theta} - d < \theta < \hat{\theta} + d) = (1 - \alpha) 100\%$$

dimana d adalah *margin of error*, $(1 - \alpha)$ adalah tingkat kepercayaan dan α adalah tingkat signifikansi.

Selang kepercayaan biasanya juga ditulis dalam bentuk

$$\hat{\theta} - d < \theta < \hat{\theta} + d \text{ atau } \hat{\theta} \pm d.$$

1.6 TEORI PENDUGAAN II (Sampel besar $n > 30$)

• Rumus pendugaan interval rata – rata μ :

$$\text{Rumus: } \bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

BAB II

CONTOH SOAL DAN PENYELESAIAN

1. Teori peluang I

Menurut bagian produksi sebuah perusahaan, bahwa barang yang diproduksinya diklasifikasikan atas kualitasnya yaitu barang kualitas satu, barang kualitas dua dan barang kualitas tiga. Dengan peluang masing – masing sebesar 70%, 20% dan 10%. Bila sebuah barang diambil,

1. berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas satu atau kualitas dua?
2. berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas dua atau kualitas tiga?
3. berapa peluang bahwa barang tersebut kualitas satu atau kualitas dua atau kualitas tiga?

Penyelesaian:

Misalkan ,

$P(A)$ = peluang barang yang diambil kualitas satu

$P(B)$ = Peluang barang yang diambil kualitas dua

$P(C)$ = peluang barang yang diambil kualitas tiga

Diketahui :

$$P(A) = 70\% = 0,7$$

$$P(B) = 20\% = 0,2$$

$$P(C) = 10\% = 0,1$$

Jawab :

a.) $P(A \cup B) = \dots\dots?$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,2 = 0,9$$

Jadi, peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas satu atau kualitas dua adalah 0,9 (= 90%)

b.) $P(B \cup C) = \dots\dots?$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C)$$

$$= 0,2 + 0,1 = 0,3$$

Jadi, peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas dua atau tiga adalah 0,3 (=30%)

c.) $P(A \cup B \cup C) = \dots\dots?$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= 0,7 + 0,2 + 0,1 = 1$$

Jadi , peluang bahwa barang yang diambil tersebut barang kualitas tiga adalah 1 (=100%).

3. Distribusi peluang Binomial : Peluang kejadian distribusi poisson

kebangkrutan bank di suatu Negara yang disebabkan oleh kesulitan keuangan terjadi rata-rata 4 bank setiap tahun. Berapa peluang paling sedikit 3 bank bangkrut pada suatu tahun tertentu?

Penyelesaian :

Misalnya x = kejadian jumlah bank yang bangkrut

$$\mu = 4 \rightarrow e^{-4} = 0,0183$$

Paling sedikit 3 bank bangkrut, berarti $x \geq 3$

$$P(X \geq 3) = \dots?$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(0) - P(1) - P(2)$$

$$P(X) = \frac{\mu^x \cdot e^{-\mu}}{x!}$$

$$P(0) = \frac{4^0 \cdot e^{-4}}{0!} = \frac{4^0 (0,0183)}{0!} = \frac{1 \cdot (0,0183)}{1} = 0,0183$$

$$P(1) = \frac{4^1 \cdot e^{-4}}{1!} = \frac{4 \cdot (0,0183)}{1} = 0,0732$$

$$P(2) = \frac{4^2 \cdot e^{-4}}{2!} = \frac{16 (0,0183)}{1 \times 2} = 0,1464$$

Maka,

$$P(X \geq 3) = 1 - 0,0183 - 0,0732 - 0,1464 = 0,7621$$

Jadi, peluang bahwa paling sedikit 3 bank bangkrut pada suatu tahun tertentu adalah 0,7621 atau 76,21 %

2. Teori Peluang II : Teori bayes

Sebuah produk kacang mentah yang masih dalam tahap promosi kualitasnya berpeluang untuk ditingkatkan sebesar 0,80. Jika kualitasnya berhasil ditingkatkan, produk ini berpeluang laris terjual sebesar 0,90. Jika produk ini kualitasnya tidak dapat ditingkatkan, peluang laris terjual 20%. Berapa peluang produk tersebut akan laris terjual?

Penyelesaian :

Misalkan, B = kejadian kualitas produk itu dapat ditingkatkan

L = kejadian produk tersebut laris terjual

$$\text{Maka, } P(B) = 0,80 \rightarrow P(\bar{B}) = 0,20$$

$$P(L/B) = 0,90 \text{ dan } P(L/\bar{B}) = 0,20$$

Ditanya : $P(L) = \dots\dots?$

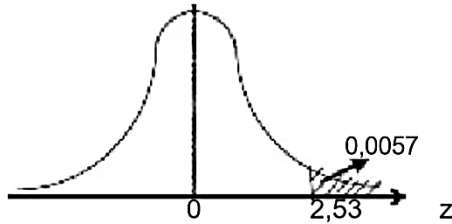
$$P(L) = 0,80 \times 0,90 + 0,20 \times 0,20 = 0,72 + 0,04 = 0,76$$

Jadi, peluang bahwa produk kacang mentah tersebut akan laris terjual adalah 0,76 (= 76%)

4. Distribusi Normal

Hitunglah nilai $P(Z > 2,53)$ dengan menggunakan tabel distribusi normal dan juga disertakan dengan kurva dari nilai tersebut !

penyelesaian :



$$P(Z > 2,53) = P(Z > 0) - P(0 < Z < 2,53) = 0,0057$$

Daerah yang diarsir dihitung luasnya. Luas daerah di sebelah kanan 2,53 sama dengan luas daerah di sebelah kanan 0 yaitu 0,5000 dikurangi dengan luas daerah dari 0 sampai 2,53. Luas daerah dari 0-2,53 adalah 0,4943. Jadi luas daerah di sebelah kanan 2,53 sama dengan $0,5000 - 0,4943 = 0,0057$.

5. Teori pendugaan – I

Akan diduga rata-rata pendapatan dari pelayan restoran di kota-kota besar di Jawa. Diambil sampel secara acak sebanyak 100 orang pelayan restoran, didapatkan rata-rata pendapatannya adalah Rp 130.000,- dengan simpangan baku Rp 20.000,-

Tentukan:

95% selang kepercayaan rerata pendapatan pelayan restoran di kota-kota besar di Jawa.
70% selang kepercayaan rerata pendapatan pelayan restoran di kota-kota besar di Jawa.

Jawab:

$$N = 100$$

$$x = \text{Rp } 130.000$$

$$s = \text{Rp } 20.000$$

a. 95% selang kepercayaan $\rightarrow 100\% - \alpha = 95\%$

$$\alpha = 5\%$$

$$\frac{1}{2} \alpha = 2,5\%$$

$$Z_{0,025} = 1,96$$

$(1 - \alpha)$ 100% selang kepercayaan untuk μ

$$\text{adalah} = \bar{x} + Z_{\frac{1}{2}\alpha} s / \sqrt{n}$$

$$= 130.000 +$$

$$1,96 (20.000 / \sqrt{100})$$

$$= 130.000 +$$

$$1,96 (2000)$$

$$=$$

$$130.0003920$$

Jadi 95% selang kepercayaan rerata pendapatan pelayan restoran di kota-kota besar di Jawa adalah $126.080 < \mu < 133.920$.

b. 70% selang kepercayaan

$$100\% - \alpha = 70\%$$

$$\alpha = 30\%$$

$$\frac{1}{2} \alpha = 15\%$$

$$Z_{0,15} = -1,03$$

6. Teori pendugaan II

kantong sedang diambil secara acak dari suatu penyalur beras dimana masing-masing beratnya 5.4, 5.3, 4.7, 4.6 kg. Berapakah 90% selang kepercayaan untuk rata-rata berat kantong beras di penyalur tersebut? Jika dianggap kantong-kantong beras tersebut sebarannya mendekati normal.

Jawab:

$$\text{Banyaknya sampel } (n) = 4$$

$$\text{Rataan sampel } (\bar{x}) = 5$$

$$\text{Simpangan baku } (s) = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\sqrt{\frac{(5.4-5)^2 + (5.3-5)^2 + (4.7-5)^2 + (4.6-5)^2}{4-1}} = 0,14$$

$$90\% \text{ selang kepercayaan } 100\% - \alpha = 90\%$$

$$\alpha = 10\%$$

$$\frac{1}{2} \alpha = 5\%$$

$$t_{\frac{1}{2}\alpha, n-1} = t_{0,05,3}$$

$$= 2.353$$

(1 - α) 100% selang kepercayaan untuk μ adalah

$$= \bar{x} + t_{\frac{1}{2}\alpha, n-1} s / \sqrt{n}$$

$$= 5 + 2.353$$

$$(0.41) / \sqrt{4}$$

$$= 5 + 0.482465$$

Jadi 90% selang kepercayaan untuk rata-rata berat kantong beras di penyalur tersebut adalah $4.52 < \mu < 5.48$



BAB III

LATIHAN SOAL MAHASISWA

1. For example, according to the records of the production department of a company PT ABC, in one production it produces 5,000 units of goods. After inspection, it turned out that there were 50 units of defective goods. If m = defective goods and m^c = goods that are not defective or good, and A = the event of picking up defective goods. Calculate the incidence of defective goods and non-defective goods at the company PT ABC?
2. Baru – baru ini, 200 wisman asal Australia berkunjung ke salah satu objek wisata. Sepuluh orang diantaranya adalah perempuan. Bila salah satu wisman tersebut dipilih secara acak, hitunglah peluang terpilihnya wisman perempuan?
3. Suatu pabrik menggunakan tiga buah mesin untuk menghasilkan sejenis barang. Produksi harian dari mesin pertama, kedua dan ketiga masing-masing sebesar 500,300, dan 200 unit. Informasi lainnya bahwa presentasi cacat produk mesin pertama, kedua dan ketiga masing-masing adalah dua persen (2%), tiga persen(3%) dan satu persen (1%)
Pertanyaan :
 - a. Jika sebuah produk dari pabrik tersebut diambil secara acak, berapa peluang produk tersebut cacat?
 - b. Jika sebuah produk diambil dan setelah diperiksa ternyata cacat, berapa peluang bahwa produk tersebut berasal dari (i) mesin pertama? ; (ii) mesin kedua?
4. For diseases that affect 0.5% of the population, there is a test kit with an accuracy of 99% to detect sufferers of the disease. However, the tool has a 0.10% chance of being false positive, that is, it incorrectly detects people who are not sick but are detected as sick. If a person is detected as sick by this tool, what is the actual probability that he is actually sick?
5. A printing press is taken down for repairs on average 2 times a year. The reduction of the machine for more than 3 times caused the production plan to not be achieved.
What is the probability that the production plan will be achieved?
What is the probability that the production plan is not achieved?

6. Suatu sampel acak sebesar 500 keluarga konsumen golongan masyarakat A dan 600 keluarga konsumen golongan masyarakat B telah dipilih untuk suatu penelitian dari golongan A ternyata 200 menyatakan senang terhadap suatu hasil produksi tertentu, sedangkan dari B, 150 keluarga menyatakan senang terhadap barang hasil produksi tersebut. Tentukan 95% selang kepercayaan untuk selisih proporsi sesungguhnya kedua golongan konsumen tersebut!

7. Dengan memakai table distribusi normal hitunglah :

$$P(0 < Z < 1,30)$$

$$P(-1,40 < Z < 0)$$

$$P(0,44 < Z < 1,14)$$

$$P(Z < 0,86)$$

Dan buat kurva pada masing-masing perhitungan !

8. Some factories have 2 machines to produce screws. From machine A, a sample of 200 screws was taken, 15 of which were damaged, while from machine B, a sample of 100 screws was taken, 12 of which were damaged. Find the 99% confidence interval

9. Sebuah hotel diiklankan disebuah Koran terbitkan local untuk dijual. Pembaca Koran tersebut ditaksir 100.000 orang dan peluang seorang pembaca akan memperlihatkan iklan tadi 0,00003

Berapa pembaca diharapkan akan memperlihatkan iklan tersebut?

Berapa peluang hanya seorang pembaca yang memperlihatkan iklan tersebut?

Berapa peluang bahwa yang memperlihatkan iklan tersebut tidak kurang dari 5 tapi tidak lebih dari 7 orang pembaca?

10. Guna meningkatkan pelayanan, seorang pimpinan suatu bank mengadakan penelitian terhadap 300 nasabah. Dari 300 nasabah bank tersebut ternyata 40 orang mengatakan tidak puas. Dengan tingkat keyakinan 99%, buatlah perkiraan interval presentase nasabah yang tidak puas.

11. Suatu Pabrik yang membuat suku cadang menduga proporsi cacat dari hasil produksinya, diambil sampel sebanyak 400 didapatkan cacat sebanyak 34. Berapa 85% selang kepercayaan proporsi hasil produksi yang cacat?

12. Nilai rata-rata ujian sekelompok siswa adalah 75 dengan simpangan baku 12. Jika datanya dianggap terdistribusi normal, tentukan peluang terpilihnya siswa dengan nilai kurang dari 83!

