PERTEMUAN 6-7
PERANCANGAN SISTEM FLUIDA

MODUL KE 6 : ALIRAN DISEKITAR BENDA
MODUL KE-7 LAPISAN BATAS *(BOUNDARY LAYER)* FLUIDA

- *Gaya hambat, hambatan pada benda yang terendam.*
- *Gaya angkat.*
- *Gaya-gaya geser dan gaya- gaya tekanan.*
- *Pengertian lapisan batas.*
- *Turbulensi bebas dan fenomena transport.*

1. PENDAHULUAN

Dalam Bahasan ini, kita akan memusatkan pada gaya-gaya fluida yang bekerja pada sebuah benda dalam suatu aliran,yang terjadi akibat gerak relatif antara fluida dan benda bersangkutan. Gaya apung dan gaya gravitasi yang di alami oleh benda tidak termasuk karena gaya-gaya itu statik dan tidak menimbulkan efek-efek dinamik serta kerjanya tidak tergantung pada gerak relatif antara fluida dan benda bersangkutan.

2. GAYA-GAYA FLUIDA PADA SEBUAH BENDA DALAM ALIRAN

Apabila sebuah fluida yang viskous ,tak dapat mampat,dan banyak sekali mengalir melalui sebuah benda yang terbenam di dalamnya,atau apabila sebuah benda bergerak dalam fluida yang sama(*fluida dalam keadaan diam*), ada dua macam gaya yang bekerja di permukaan benda itu , gaya-gaya di permukaan benda ini adalah tekanan dan geseran viskous. Pada bagian permukaan benda yang luasnya sangat kecil (*infinitesimal area*) ,gaya tekanan mempunyai arah normal terhadap bagian itu sedangkan gaya geseran viskous sejajar atau menyinggung bagian tersebut. Komponen gaya-gaya ini yang searah dengan arah gerak benda (*atau arah gerak fluida terhadap benda*) apabila dijumlahkan untuk keseluruhan permukaan benda akan menghasilkan *hambatan profil* atau *hambatan bentuk (form drag)*. Gelombang mungkin juga terbangkitkan dipermukaan zat cair apabila ada benda (*kapal,kapal selam,atau hidrofoil,misalnya*) yang bergerak dipermukaan atau dekat permukaannya. Karena penjalaran gelombang-gelombang tersebut membutuhkan energi,maka harus ada gaya yang terjadi dalam interaksi antara benda dan fluidanya. Hambatan yang terjadi akibat pembangkitkan gelombang ini disebut *hambatan gelombang (wave drag).* Dalam aliran gas dapat mampat,hambatan gelombang antara lain juga ditimbulkan oleh kejutan kompresi *(compression shocks).*

Apabila komponen gaya-gaya akibat tekanan dan geseran viskous di daerah yang luasnya sangat kecil diambil dalam arah normal terhadap arah gerak benda (*atau arah gerak fluida terhadap benda*) dan dijumlahkan untuk keseluruhan permukaan benda,gaya yang dihasilkan disebut gaya angkut (*lift*). Pada aerofoil ,gaya angkat ini juga menimbulkan gaya hambatan yang disebut hambatan terinduksi *(induced drag).*

Dalam aliran steady fluida ideal (tidak viskous) yang banyaknya tidak terhingga,hanya gaya-gaya akibat tekanan yang ada sedangkan gaya hambatan pada umumnya sama dengan nol kecuali dalam aliran free-cavity. Walau bagaimanapun ,gaya angkat bisa terjadi dalam fluida ideal bila benda yang bersangkutan dipengaruhi oleh vorteks nonrotasi,atau sirkulasi. Sesungguhnya,baik dalam fluida viskous maupun dalam fluida ideal,untuk menghasilkan gaya angkat diperlukan adanya vorteks atau sirkulasi.

3. GAYA HAMBAT (HAMBATAN)

Hambatan diekpresikan sebagai hasil kali koefisien hambatan, tekanan dinamik arus bebas, dan luas karateristik Koefisien hambatan merupakan fungsi sejumlah parameter seperti bentuk benda,angka Reynolds, angka Mach, angka Froude, kekasaran permukaan dan turbulensi arus bebas. Pada umumnya hambatan diekspresikan sebagai :

$$\text{Hambatan} = c\frac{\rho\, u_s^2}{2}A \qquad \text{..... (1)}$$

dengan

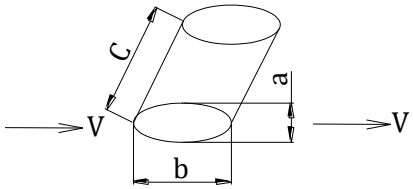
C = koefisien hambatan(koefisien hambatan didefinisikan sebagai nisbah gaya hambat terhadap gaya yang direpresentasikan dengan hasil kali antara tekanan dinamik arus bebas dan luas.

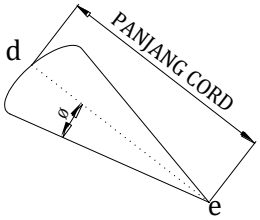
C*f* = koefisien hambatan gesekan kulit

C = koefisien hambatan untuk bentuk-bentuk hambatan lain

$\rho\, u_s^2/2$ = tekanan dinamik arus bebas

A = luas karateristik





Dalam hal hambatan gesekan kulit,luas karaktristik adalah luas daerah yang mengalami geseran . Dengan rumusan yang umum untuk hambatan yang meliputi baik gesekan kulit dan hambatan bentuk ,kuas karaktristik adalah luas proyeksi bagian depan benda. Akhirnya untuk gaya kasus gaya angkat , luas karaktristik adalah luas daerah yang sejajar dengan arah aliran . Jadi, dalam Gambar untuk sebuah silinder elips dengan panjang *c*, sumbu pendek *a* yang diproyeksikan ke garis arus dan sumbu panjang *b* yang sejajar dengan aliran, luas hambatan bentuk *ac* sedangkan luas gaya angkat adalah *bc*. Karena gaya angkat oleh fluida biasaannya berhubungan dengan aerofoil,seperti dalam Gambar, yang mempunyai sudut terjang (*angle of attack) a* bermacam-macam terhadap arus yang datang,luas karateristik gaya angkat seringkali adalah luas chord,yaitu panjang de kali lebar aerofoil bukannya luas yang sejajar dengan arus yang datang. Karena harga koefisien C dalam Persamaan (1) dapat disesuaikan untuk tiap definisi , maka kita perlu memahami betul definisi harga koefisien yang digunakan dalam perhitungan.

Hambatan Gesekan Kulit

Hambatan geser murni untuk fluida viskous telah dibahas sebelumnya untuk aliran sejajar pada pelat rata yang mulus. Koefisien hambatan C *f* ternyata bergantung pada apakah lapisan batas laminer atau turbulen . Jika lapisan batas laminer, *C f* bergantung pada angka Reynolds aliran yang didasarkan pada kecepatan arus bebas *Us* dan panjang pelat x. Jika lapisan batas turbulen, *C f* bergantung pada angka Reynolds aliran,kekasaran pelat serta pada lokasi transisi dari lapisan batas laminer menjadi lapisan batas turbulen,yang pada gilirannya bergantung pada kekasaran pelat dan tingkat turbulensi arus bebas.

Kurva-kurva koefisien hambatan yang dibuat sebagai fungsi angka Reynolds untuk permukaan-permukaan pelat yang mulus dapat dilihat dalam gambar, yang juga menggambarkan sebuah kurva untuk permukaan-permukaan kasar semacam lambung kapal.

Contoh soal :

Sebuah model kapal laut yang mulus sepanjang 15 ft ditarik dalam air tawar dengan kecepatan 5.5 knot (9,3 ft/s). Hambatan total yang terukur adalah 17 lb*f* Luas permukaan lambung yang basah adalah 38 ft² Prakirakan hambatan gesekan kulit.

Penyelesaian :

Hambatan gesekan kulit dapat diduga dengan mengandalkan bahwa permukaan lambung yang basah sama dengan sebuah pelat rata sepanjang 15 ft yang luas seluruhnya 38 ft.

$$Re_x = \frac{u_s x}{v} = \frac{(9{,}3)(15)}{1{,}21 \times 10^{-5}} = 1{,}15 \times 107$$

Dari gambar : C *f* =0,0029. Maka hambatan gesekan kulit adalah :

$$\text{Hambatan}_{\,gesekan} = Cf\left[\frac{\rho\, u_s^2}{2}\right]A = (0{,}0029)(1{,}94)\left[\frac{9{,}3^2}{2}\right](3{,}8) = 9{,}25 lb_f$$

Hambatan Tekanan

Hambatan tekanan murni dialami oleh aliran yang melewati sebuah pelat rata yang normal terhadap garis arus. Gaya-gaya geseran bekerja dalam arah normal terhadap arus karena itu tidak memberikan sumbangan langsung kepada gaya hambatan. Namun gaya ini bisa berpengaruh terhadap pertumbuhan lapisan batas di sepanjang permukaan dan mempengaruhi distribusi tekanan walaupun kecil. Koefisien hambatan untuk hambatan tekanan murni bergantung pada bentun permukaan dan angka Reynolds aliran yang didasarkan pada suatu dimensi karakteristik *D*. Koefisien hambatan untuk sebuah pelat yang panjangnya tertentu bergantung pada rasio *D/L*, serta Re_D , karena efek-efek di bagian ujung. Untuk harga-harga *D/L* 0,4 hingga 1,0 pada Re*D* > 1000,CD = 1,16 ,yang sedikit lebih besar dibanding harga-harga untuk sebuah piringan lingkaran (*CD = 1,12*).

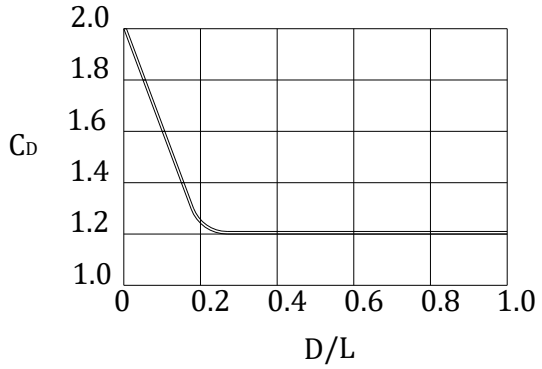
Contoh soal :

Hitung gaya hambatan yang dialami oleh separuh bagian bawah sebuah papan reklame dengan tinggi 6 m dan lebar 30 m di permukaan tanah yang diembus angin berkecepatan 25 m/s yang normal terhadap papan reklame. Andaikan udara dalam kondisi baku.

Penyelesaian :

Hambatan disini akan separuh dari hambatan yang dialami oleh persegi panjang 6 x 10 m , karena aliran yang lewat paruhan atas pada dasarnya sama dengan aliran paruh bawah. Jadi

$Re_D = \frac{u_s D}{v} = \frac{(25)(6)}{1{,}46\times10^{-5}} = 1{,}0 \times 10^7$,Yang lebih besar dari 10^3
Dari gambar .CD = 1,2 untuk D/L = 0,2 Karena itu hambatan adalah
Hambatan = $=\frac{(1{,}2)(1{,}225)(25)^2(3)(30)}{2} = 41kN$



Gambar , efek aspect ratio pada koefisien hambatan untuk pelat persegi yang normal terhadp aliran
(dari pengukuran-pengukuran oleh C.Wiesselsberger dan O. Flachsbart)

Hambatan Kombinasi Gesekan Kulit dan Tekanan (Hambatan Kulit)

Aliran yang melewati sebuah silinder lingkaran atau sebuah bola boleh dianalisis secara analitik menggunakan harga-harga pendekatan tertentu yang berlaku untuk aliran laminer. Hasil-hasil eksperimen untuk aliran turbulen dapat diuraikan dengan mengacu ke pertumbuhan dan pemisahan lapisan batas. Ada baiknya bila kita menelaah aliran-aliran ini secara lebih mendalam. Kurva-kurva yang menyatakan hubungan antara koefisien hambatan dan angka Reynolds, pada setiap kurva dapat menggambarkan hasil-hasil dari sejumlah pengukuran.

Kurva untuk gerak yang sangat lambat (*disebut creeping motion*) dalam hal silinder diperoleh dari solusi persamaan-persamaan Navier-Stokes oleh Lamb. Koefisien hambatan yang diperolehnya adalah :

$CD = \frac{8\pi}{2Re_D - Re_D lnRe_D}$, yang berlaku untuk Re_D kurang dari kira-kira 0,5

Solusi yang mirip untuk bola dibuat oleh Stokes pada tahun 1850 menghasilkan hambatan sebagai berikut :

$$Hambatan = 3\mu u_s \pi D \qquad \text{.....(2)}$$

Dan ini berlaku untuk Re_D > 0,1 . bila Persamaan (1) dan (S2) digabungkan , kita mendapatkan bahwa untuk rentang angka Reynolds ini adalah :

$$CD = \frac{24}{Re_D} \qquad \text{.....(3)}$$

Solusi Stokes juga memperlihatkan bahwa sepertiga dari hambatan itu adalah hambatan tekanan dan dua pertiga lainnya adalah hambatan akibat geseran viskous.

Oseen pada tahun 1910 menyempurnakan solusi Stokes dengan menyertakan,melalui pendekatan,suku-suku kelembaman (inersia) yang diabaikan oleh Stokes. Solusi Oseen menghasilkan

$$C_D = \frac{24}{Re_D}\left[1 + \frac{3}{16}Re_D\right] \qquad \text{.....(4)}$$

yang berlaku untuk **Re < 1** (*dari kurva-kurva Stokes,Oseen*)
Menarik untuk dicatat bahwa hasil-hasil eksperimen bila diplot terletak di tengah-tengah antara kurva Stokes dan kurva Oseen, jadi karena ini grafik logaritma ,data eksperimen harus memenuhi persamaan

$$C_D = \frac{24}{Re_D}\left[1 + \frac{3}{16}Re_D\right]^{1/2} \qquad \text{.....(5)}$$

yang betul-betul teliti untuk angka-angka Reynolds hingga 100.

Jika sebuah bola jatuh di dalam suatu fluida yang banyaknya tidak terhingga (dimensi fluida jauh lebih besar dibanding diameter bola), gaya apung dan gaya hambat pada kecepatan terminal atau kecepatan steady sama dengan gaya gravitasi yang di alami oleh bola. Jadi untuk **Re** < 0,1 hukum Stokes akan berlaku :

$$\gamma_f \frac{\pi D^3}{6} + 3\mu u_s \pi D = \gamma_s \frac{\pi D^3}{6}$$

Jika kecepatan jatuh , berat jenis fluida dan berat jenis bola, dan diameter bola D diketahui,viskositas fluida adalah:

$$\mu = \frac{D^2(\gamma_s - \gamma_f)}{18u_s} \qquad \text{.....(6)}$$

Dan persamaan ini menghasilkan metode untuk mengukur viskositas dinamik. Jika fluida terdapat dalam jumlah yang terbatas,pengaruh dinding-dinding wadahnya sedemikian rupa sehingga koefisien hambatan yang dihasilkan lebih tinggi ketimbang bila fluida tidak terbatas. Jika, misalnya,bila tadi jatuh dipusat sebuah silinder vertikal berdiameter, kecepatan relatif fluida yang bersebelahan dengan bola meningkat, hambatan juga meningkat dan bola akan jatuh dengan kecepatan lebih rendah dibanding dilingkungan fluida yang banyaknya tidak terbatas. Kecepatan hasil pengukuran harus di koreksi terhadap kecepatan setaranya dalam fluida tak terbatas menggunakan persamaan :

$$u_s = \left[1 + 2{,}4\frac{D}{D_c}\right]u_m \qquad (7)$$

Contoh soal :

Sebuah bola baja berdiameter 1/16 inci (ρ_s = 15,15 slug/ft³) jatuh dengan kecepatan steady 0,01056 ft/s dalam sejenis minyak yang kerapatannya *ρf* =1,684 slug/ft³ dan diwadahi sebuah silinder vertikal berdiameter 3,75 inci. Berapakah viskositas minyak tersebut ?

Penyelesaian :

Dari Persamaan $u_s = \left[1 + 2{,}4\frac{0{,}0625}{3{,}75}\right](0{,}01056) = 0{,}0110\ ft/s$

Dari Persamaan $\mu = \frac{(0{,}0625/12)^2(15{,}15-1{,}684)(32{,}17)}{(18)(0{,}0110)} = 0{,}0594 slug\ /ft.s$

Persamaan (6) terpenuhi,karena :

$$Re_D = \frac{u_s D\rho f}{\mu} = \frac{(0{,}0110)(0{,}0625)/12)(1{,}684)}{0{,}0594} = 0{,}00162 < 0{,}1$$

Dan betul-betul terletak dalam rentang berlakunya persamaan Stokes

Hambatan Gelombang

Ketika sebuah perahu atau kapal berlayar di permukaan air ,gelombang terbangkitkan baik di haluan maupun di buritan.pembangkitan gelombang-gelombang ini memerlukan energi,dan energi ini pasti berasal dari sistem propulsi perahu atau kapal. Sistem propulsi dengan demikian memasok energi atau gaya guna mengatasi hambatan gesekan kulit (*plus hambatan yang ditimbulkan oleh bagian-bagian lain seperti bilah kemudi dan struktur baling-baling*) serta untuk membangkitkan gelombang-gelombang permukaan . Bagian dari hambatan total yang ditimbulkan oleh pembangkitan gelombang disebut *hambatan gelombang* atau *wave drag* . hambatan gelombang juga dialami oleh kaki pendarat pada pesawat amfibi ,dan oleh kapal selam serta hidrofoil yang terendam tetapi tidak cukup dalam sehingga masih bisa membangkitkan gelombang di permukaan air.

Hambatan gelombang tidak diukur secara langsung ,tetapi diperhitungkan sebagai hambatan sisa sesudah semua hambatan yang dapat dihitung atau diduga dikurangkan dari hambatan total.

Contoh soal :

Model mulus sebuah kapal laut sepanjang 15 ft ditarik di permukaan air tawar dengan kecepatan 5,5 knot (9,3 ft/s) dan hambatan total yang dialaminya terukur sebesar 17 lb . Bagian permukaan lambung yang basah oleh air adalah 38 ft². Prakirakan hambatan gelombang dengan hambatan , dengan anggapan bahwa hambatan yang lain hanyalah yang ditimbulkan oleh gesekan kulit.

Penyelesaian :

Diketahui contoh soal hambatan $_{gesekan}$ = 9,25

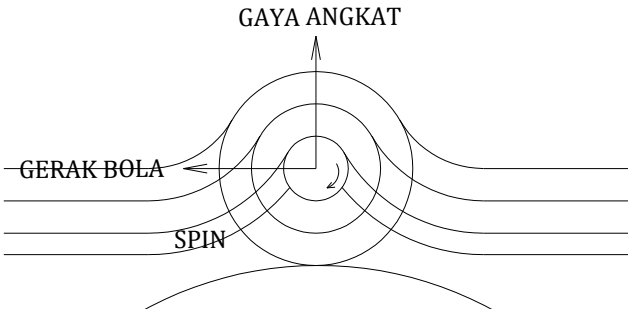
Hambatan gelombang adalah :

Hambatan $_{gesekan}$ = hambatan *total* - hambatan gesekan
= 17-9,25
= 7,25 lbr

Dalam aliran gas supersonik , hambatan aerofil dipengaruhi oleh gelombang-gelombang Mach (*pola-pola kejut*) dan hambatan jenis ini juga disebut *hambatan gelombang*. Hambatan boleh diukur langsung pada model atau ditentukan dari pengukuran-pengukuran kecepatan dan tekanan di daerah wake dengan menerapkan persamaan momentum.

4. GAYA ANGKAT

Gejala tentang gaya angkat yang terjadi dalam sebuah fluida ideal (*tidak viskous*) akibat penambahan sebuah vorteks bebas (*vorteks non rotasi*) / sirkulasi diseputar sebuah silinder dalam suatu aliran rektiliner yang dikenal sebagai efek Magnus. Gejala ini telah disinggung oleh Newton dalam tahun 1672 dan diteliti melalui eksperimen oleh Magnus dalam 1853. Dalam fluida sejati(*viskous*), efek ini dapat terjadi pada bola pingpong, misalnya dengan membuat bola itu berpusing ketika terlontar di udara. Karena kecepatan relatif antara udara dan bola sama dengan nol di permukaan bola, pusingan (*spin*) bola menghasilkan sebuah sirkulasi yang menyerupai sebuah vorteks bebas di sebelah luar lapisan batas. Sebuah top pusing akan menghasilkan gaya ke bawah sedangkan bottom spin menghasilkan gaya ke atas. Gambar di bawah menggambarkan efek yang ditimbulkan oleh bottom spin pada sebuah bola pingpong. Pusingan yang bersumbu vertikal akan menghasilkan sebuah gaya ke samping ini dikenal sebagai hook atau slice dalam olahraga golf, misalnya. Baik dalam kasus fluida ideal maupun sejati ,sirkulasi diperlukan untuk menghasilkan gaya angkat



Gambar, efek bottom spin pada sebuah bola yang bergerak fluida viskous.

Gaya angkat untuk mengangkat bidang angkat umumnya didefinisikan dengan persamaan:

$$\text{Gaya angkat} = C_L = \frac{\rho u_s^2}{2} A \qquad \text{.....(8)}$$

Dengan C_L koefisien gaya angkat $\frac{\rho u_s^2}{2}$ tekanan dinamik arus bebas,dan A luas chord bidang angkat .

Bidang angkat (*lifting vane*) adalah bentuk-bentuk yang mgnhasilkan gaya angkat, misalnya layang-layang, aerofil, hidrofil dan bilah baling-baling. Karena semua gaya angkat pada dasarnya sama maka kita cukup mempelajari perilaku salah satu diantaranya.

Gaya angkat yang dialami oleh sebuah silinder lingkaran dalam suatu fluida tidak viskous berkerapatan ρ ,dengan kecepatan arus bebas Γdan kuat sirkulasi adalah :

$$\text{Gaya angkat} = \rho u_s \Gamma \quad \text{per satuan panjang silinder} \qquad \text{.....(9)}$$

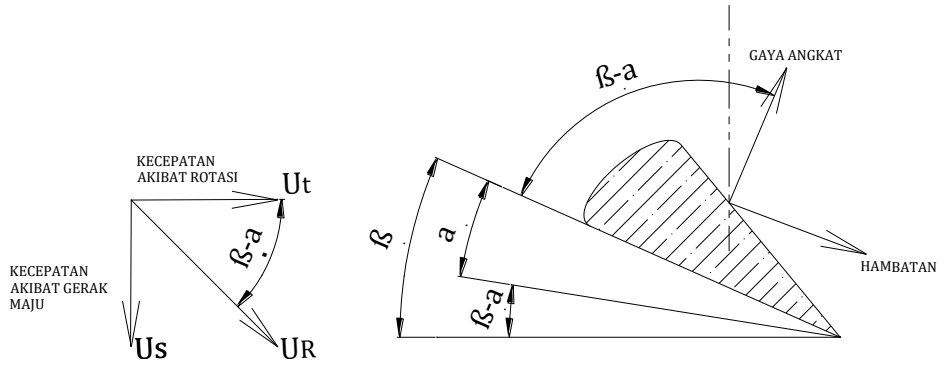
Teorema Kutta (1902) dan Joukowski (1905) memperluas hasil ini untuk mencakup semua bentuk dalam kondisi aliran yang sama. Yang menjadi masalah disini adalah menentukan sirkulasi untuk bidang angkat tertentu. Secara kualitatif, ini dapat dijabarkan dengan mengacu pada gambar , yang memperlihatkan garis-garis arus yang melewati sebuah aerofoil dengan sudut terjang (*angle of attack*) *a* dengan dan tanpa sirkulasi. Sirkulasi yang dibutuhkan untuk mengayun garis rus stagnasi belakang *A* yang bersinggungan dengan ujung belakang aerofoil mempunyai besar yang sesuai kebutuhan.

Joukowski menemukan sebuah metode matematika untuk membuat transformasi dari lingkaran ke bentuk aerofoil sehingga karena itu dapat mengubah pola garis arus diseputar silinder lingkaran menjadi pola garis arus diseputar aerofoil. Metode ini memungkingkannya menghitung gaya angkat teoritis yang dialami oleh aerofoil hasil transformasi tersebut . Von karman dan Von Misses menyempurnakan model matematika Joukowski sehingga orang dapat memperoleh bentuk-bentuk yang lebih mendekati potongan sayap sesungguhnya. Teori Joukowski menunjukan bahwa koefisien gaya angkat untuk sebuah aerofoil dalam suatu fluida ideal apabila tebal aerofoil mendekati nol(*menjadi sebuah pelat rata*) adalah.

$$C_L = 2\pi \,.\sin \alpha_0 = 2\pi\alpha_0 \qquad \text{.....(10)}$$

Untuk sudut terjang yang kecil . Sudut α_0 adalah selisih antara sudut terjang sesungguhnya dan sudut terjang ketika gaya angkat sama dengan nol. Untuk pelat rata dan aerofoil simetris tanpa camber (lengkungan) , α_0 sama dengan α , karena daya angkatnya nol untuk sudut terjang nol . Persamaan (10) menyatakan bahwa condong sebuah garis yang menghubungkan C_L (*ordinat*) dengan α_0 (*absis*) adalah 2π dan dalam praktek ini dapat terjadi pada aerofoil yang tipis dan bersudut α kecil . Kondisi stall (*merosot jatuh*), yang terjadi akibat berkurangnya gaya angkat serta bertambahnya sudut terjang karena terpisahnya aliran diseluruh bagian atas aerofoil,adalah efek yang hanya dialami oleh fluida sejati,dan tidak dapat diterangkan dengan menggunakan teori fluida ideal,

Teori untuk gaya angkat dalam fluida sejati sebagian besar merupakan buah karya Lachester (sekitar tahun 1907) tetapi kemudian disempurnakan oleh Prandtl. Sebuah aerofoil dalam fluida sejati harus mencpitakan sirkulasi,atau medan vorteksnya sendiri,tepat seperti bola ping-pong yang sedang berpusing,agar dapat mengalami gaya angkat. Ketika gerak baru dimulai,vorteks itu lambat sekali dan menyerupai vorteks dalam aliran non rotasi dalam fluida ideal.



Gaya angkat pada sebuah sayap yang luasnya tertentu sama dengan nol pada ujung-ujungnya,dan karena itu sirkulasi pun tampaknya sama dengan nol di situ sehingga sistem vorteks tidak dapat memanjang sampai tak terhingga. Loop sebuah vorteks harus tertutup,dan loop ini terdiri dari vorteks-vorteks ujung yang memancar dari belakang ujung-ujung aerofoil sampai ke starting vorteks. Vorteks awal perlahan-lahan menjadi nol akibat disipasi viskous, dan pola vorteks dengan demikian lebih menyerupai ladam kuda ketimbang persegi panjang yang kaku.

Kipas baling-baling

Baling-baling adalah sebuah bidang angkat yang baik gaya angkat maupun hambatan yang dialami oleh sebuah elemen kipasnya turut menghasilkan gaya dorong dan momen gaya. Jika gerak maju baling-baling dalam air yang tenang adalah u_s,maka air mendekati baling-baling tersebut dengan kecepatan yang sama dan sejajar dengan poros. Jika laju gerak tepi lingkar baling-baling adalah $U_t = \omega r$ dan air mendekati baling-baling dengan keceatan tangensial U_t maka gerak relatif yang dihasilkan dinyatakan dengan gerak vektorU_R . Dalam hal ini ,sudut terjang sama dengan a dan sudut kipas pada radius tertentu adalah β. Gaya angkat dan hambatan yang dihasilkan pada elemen kipas dapat dilihat dalam gambar diatas,dimana gaya dorong, yang sejajar dengan poros untuk sebuah elemen kipas sepanjang Δr, adalah :

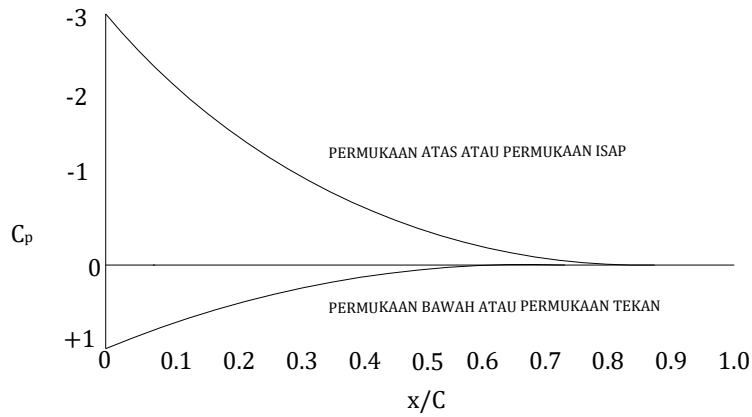
Gaya dorong = gaya angkat cos $(\beta - \alpha)$ – hambatan sin $(\beta - \alpha)$

Dan momen gaya adalah:

Momen gaya = [gaya angkat sin $(\beta - \alpha)$ + hambatan cos $(\beta - \alpha)$ $J\Gamma$

Pengukuran Gaya Angkat

Gaya angkat yang dialami oleh aerofoil boleh dihitung atau diukur secara langsung dalam sebuah terowongan angin atau dalam terowongan air asalkan kondisi non kavitasi terjaga pada kasus yang belakangan ini . Untuk aliran dua-dimensi ,pengukuran tekanan-tekanan yang diukur pada dinding-dinding bagian uji terowongan atau tekanan-tekanan diseluruh penampang aerofoil



Jika P_x, adalah tekanan permukaan pada jarak X dari tepi depan sebuah aerofoil dengan panjang chord C, p_s tekanan arus bebas ρ kerapatan arus bebas dan U_s kecepatan arus bebas yang mendekat ,maka tekanan permukaan boleh diekspresikan sebagai sebuah koefisien tekanan yang tidak berdimensi.

$C_p = \frac{p_x - p_s}{\rho u_s^2/2} \approx 1 - \left[\frac{u_x}{u_s}\right]^2$,dalam pendekatan ini fluida diandaikan tidak viskous.

Contoh grafik tak berdimensi dari hasil pengukuran terhadap aerofoil NACA 0015 (foil simetrik dengan tebal maksimum 15 persen dari panjang chord) dalam sebuah terowangan angin dapat dilihat pada gambar diatas.

Tinggi rata-rata daerah di antara kurva-kurva ,yang diekspresikan tanpa dimensi dengan cara sama seperti C_p, disebut koefisien gaya normal C_N bila diekspresikan terhadap sudut terjang *a*, koefisien gaya angkat adalah :

$$C_L = C_N \cos\alpha - C_C \sin\alpha$$

dengan C_C koefisien gaya chord yang normal terhadap C_N. Karena C_C sin *a* biasanya kecil sekali dibanding C_N cos *a* ,

$$C_L = C_N \cos\alpha$$

Tinggi rata-rata daerah diantara kurva-kurva tekanan untuk permukaan atas dan bawah aerofoil menyatakan C_N dan cara menghitungnya adalah sebagai berikut:

$$C_N = \frac{luasdaerahkurva - kurva}{(panjangsetarax/C = 1{,}0) \times (panjangsetaraC_p = 1{,}0)}$$

dengan luas dan panjang yang diekspresikan dalam satuan linier yang sama.

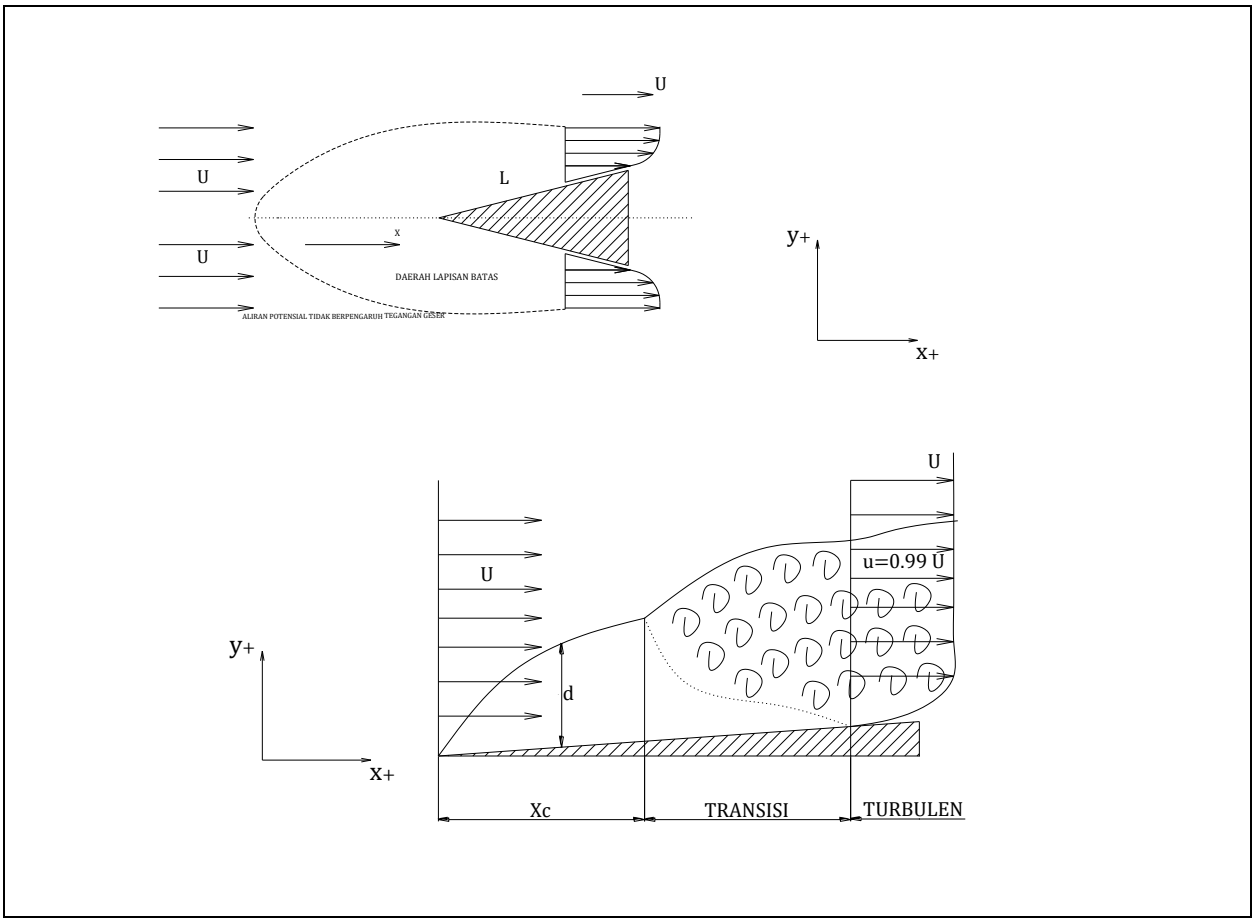
Penentuan C_L pada sudut terjang sebesar 8^0 dari pengukuran tekanan menghasilkan C_L = 0,85, sedangkan hasil yang diperoleh dari $C_L = 2\pi\sin\alpha$ adalah 0,87 Sementara itu harga teoritis adalah 0,88. Dengan demikian, perhitungan dari teori fluida yang ideal berkesuaian dengan harga-harga gaya angkat dari pengukuran.

Menurut persamaan Bemoulli , kenaikan tekanan maksimum dari harga arus bebas disebut tekanan dinamik. Jadi, disebuah titik stagnasi pada sebuah aerofoil, harga maksimum $p_x - p_s$ adalah $\rho u_s^2/2$ dan harga maksimum koefisien tekanan C_p dalam persamaan diatas adalah satu.

MODUL KE-7
LAPISAN BATAS *(BOUNDARY LAYER)* ALIRAN FLUIDA

1. LAPISAN BATAS ALIRAN FLUIDA DAN APLIKASINYA

Pada aliran laminar faktor kekentalan sangat dominan keberadaannya, sehingga bentuk distribusi kecepatannya berbentuk parabola. Dengan menaikan/memperbesar energi/inersia maka kecepatannya akan cenderung merata. Hal ini disebabkan bertambah cepatnya pertukaran momentum antar lapisan, kecuali di bagian tepi batasnya (*boundary*).



Pada aliran fluida rill kecepatan aliran pada sisi batasnya sama dengan nol, sehingga pada daerah sekitar tepi batasnya kecepatan bervariasi secara cepat dari nol menjadi hampir seragam pada aliran utamanya. Pada daerah di sekitar tepi batas tersebut kekentalan berperan sangat dominan dan hampir seluruh energi yang hilang disebabkan oleh gsekan (*viscous shear*). Daerah inilah yang dikenal atau disebut daerah **Lapisan Batas.**

Aliran yang terpengaruh oleh lapisan batas pada umumnya dibagi dalam dua bagian:

a. Aliran dalam lapiasan batas
b. Aliran di luar lapisan bats dimana pengaruh kekentalan dapat diabaikan (aliran potensial).

Distribusi lapisan batas pada suatu lempengan adalah seperti terlihat pada gambar diatas. δ adalah besar/tebal lapisan batas bervariasi sepanjang lempeng. Daerah lapisan batas terdiri dari tiga bagian : laminar,tansisi dan turbulen. Bila pada suatu aliran kita mengenal bilangan Reynolds, maka pada aliran "dalam lapisan batas" kita juga mengenal bilangan Reynolds lokal, aliran sepanjang permukaan lempeng sebagai berikut :

$$R_{ex} = \frac{U\,x}{v}$$

dimana :

U = kecepatan aliran potensial (m/det)
X = jarak dari ujung pelat (dari titik nol)(m)
V = kekentalan kinematik (m^2/det)

Tipe lapisan batas (laminar,tansisi dan turbulen) dapat diketahui dari besarnya bilangan Reynolds lokal (R_{ex}). Gradien kecepatan lokal pada daerah sekitar tepi batas dalam lapisan batas turbulen lebih besar dibandingkan pada lapisan batas laminar, sehingga tegangan geser pada sisi batas lapisan batas turbulen lebih besar dibandingkan pada lapisan batas laminar. Pada lapisan batas diketahui bahwa kecepatannya bervariasi dari nol potensial. Sehingga dapat diperkirakan secara kasar bahwa tebal lapisan batas adalah di antara dua lapisan tersebut diatas. Perhitungan tebal lapisan batsa dapat dialkukan melalui pendekatan matematik dengan teori perpindahan tebal lapisan batas (*displacement thickness*)

$$Uh = U.\delta * +(h-\delta).U + \int_0^{\delta} u.dy \quad (kontinuitas)$$

$$U.\delta = U.\delta - \int_0^{\delta} u.dy \quad dibagi\ U, maka:\ \delta *= \delta \int_0^{\delta} \frac{u}{U}.dy$$

$$= \int_0^{\delta} dy - \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Distribusi kecepatan (u) pada lembar batas menurut T.Von-Kerman :

$$u = (x,y) \approx U\left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right) \qquad ,sehingga \qquad \delta *= \delta - \int_0^{\delta} \frac{U.\left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right)}{U}.dy$$

$$= \delta - \frac{2}{\delta}\frac{1}{2}.\delta^2 + \frac{1}{3}.\frac{\delta^3}{\delta^2} = \delta - \delta\frac{1}{3}.\delta = \frac{1}{3}.\delta$$

Sehingga hubungan tebal δ dan $\delta *$ menurut T.Von karman adalah :

$$\delta *= \frac{1}{3}.\delta\ \ ; dimana\ laminar: \delta = \frac{5{,}5}{(R_{ex})^{1/2}};\ \delta * \frac{1{,}83\ x}{(R_{ex})^{1/2}}$$

2. LAPISAN BATAS LAMINAR

Untuk aliran laminer yang sejajar pelat, tegangan geserannya adalah : $\pi = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$
Tegangan geser pada dinding :

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{U0}{\delta} \left\{ \frac{d\frac{u}{U0}}{d\frac{y}{\delta}} \right\} \quad , y = 0$$

Turunan ini dihitung dengan menggunakan profil yang sama yang kita misalkan dalam menentukan a, dengan demukian :

$\left\{ \frac{d\frac{u}{U0}}{d\frac{y}{\delta}} \right\} = \beta$; yang konstan, sehingga persamaan ini menjadi :

$\rho U_0^2 . a \frac{d\delta}{dx} = \mu \frac{U0}{\delta} \beta$; yang merupakan persamaan difrensial sederhana untuk δ.
Dengan x = 0 pada ujung Tegangan geser pada dinding :

$$\tau_0 = \frac{\rho U_0}{2} \sqrt[2]{\beta a} \frac{1}{\sqrt{Re_x}}$$

Dan tahapan pada pelat :

$$D = \int_0^l \tau_0 \, dx = \frac{\rho U_0^2}{2} l \sqrt{2\beta a} \frac{2}{\sqrt{Re_l}}$$

Jadi ,

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} = \frac{2\sqrt{2\beta a}}{\sqrt{Re_l}}$$

Kegunaan metoda pendekatan terutama terletak pada pemecahan soal-soal, dimana penyelesaian eksak tidak atau sukar didapat.

3. LAPISAN BATAS TURBULEN

Dalam menghitung karakteristik lapisan batas turbulen kita menggunakan prosedur yang serupa dengan untuk aliran laminer. Akan tetapi ada perbedaan. Untuk aliran laimner , kita hitung tegangan geser fkuida permukaan dan gradien kecepatan du/dy, dan untuk itu kita gunakan suatu profil kecepatan yang kita misalkan. Untuk aliran turblen dijumpai kesukaran, salah satu sebabnya adalah karena adanya sub lapisan laminer eksprimen, yang dapat dinyatakn dengan bermacam-macam cara. Salah satu bentuk sebagai kelanjutan hasil eksperimen adalah :

$$\tau_0 = 0{,}288 . \rho U_0^2 \left(\frac{v}{U_0 \delta}\right)$$

Dan persamaan lapisan batas $\rho U_0^2 . a \frac{d\delta}{dx} = \tau_0$ setelah diientegrasikan menjadi :

$$\delta^{3/4} - \delta_0^{3/4} = 0{,}285.\frac{x}{a}\left(\frac{v}{U0}\right)$$

dimana

$\delta = 0{,}058\left(\frac{v}{U0}\right)\left(\frac{x}{a}\right)$; dan$\tau_0 = 0{,}0465\left(\frac{a}{Re_x}\right) \quad \rho U_0^2$

Dan kofisien gesekan untuk satu sisi :

$$C_D = 0{,}118\left(\frac{a}{Re}\right)$$

Untuk menghitung, dapat digunakan profil turbulen berdasarkan hukum pangkat : $\frac{u}{u\tau} = 8{,}7\left(\frac{yu\tau}{v}\right)$; pada daerah yang turbulen penuh. Dengan menghitung harga u pada δ, dimana u=Uo, perbandingan kedua kecepatan ini menjadi : $\frac{u}{Uo} = \left(\frac{y}{\delta}\right)$ yang dapat digunakan dalam : $a = \int_0^1 \left(1 - \frac{u}{Uo}\right)\frac{u}{Uo}\, d\left(\frac{y}{\delta}\right)$ untuk menghitung a.

Contoh soal:

Sekeping pelat datar yang tipis dan panjang diletakkan sejajar dengan aliran berkecepatan 20 ft/s pada suhu 20℃. Pada jarak x berapakah dari muka pinggir-depan pelat itu lapisan batasnya mempunyai ketebalan 1 inci?

Penyelesaian :

Karena tidak diketahui bilangan Reynolds, maka harus di tebak yang mana dari persamaan (aliran laminar atau turbulen) yang berlaku. Dari tabel didapat untuk air, $v = 1{,}09x10^{-5}ft^2$/s ,maka $\frac{U}{v} = \frac{20ft}{1{,}09x10^{-5}ft^2} = 1{,}84x10^6 ft^{-1}$

Dengan $\delta = 1\ inci$=1/12 fit maka dicoba persamaan aliran berlapis laminar

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{(Ux\ \ v)^{1/2}}\, atau\ x = \frac{\delta^2(U\ v)}{5^2} = (\frac{1}{2}ftt)^2(1{,}84x10^6 ft^{-1}) = 511ft$$

Sekarang dapat diuji bagian Reynolds untuk melihat apakah rumus ini berlaku :

$Re_x = \frac{U_x}{v} = \frac{(20ft\ s)(511ft)}{1{,}09\ x\ 10^{-5}\ ft^2\ s} = 9{,}4\ x\ 10^8$; ini tidak mungkin, sebab bilangan reynolds maksimum untuk aliran berlapis melewati pelat rata-rata adalah 3 x 10^6, maka dicoba lagi dengan persamaan aliran turbulen yaitu : $\frac{\delta}{x} = \frac{0{,}16}{(Ux\ v)^{1/7}}$

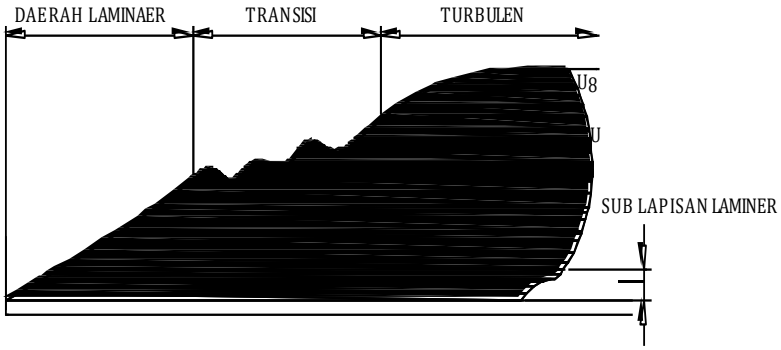
$$x = \left[\frac{\delta(U\ v)^{1/7}}{0{,}16}\right] = \left[\frac{\left(\frac{1}{2}ft\right)(1{,}84x10^6 ft^{-1})^{1/7}}{0{,}16}\right] = (4{,}09)^{\frac{7}{6}} = 5{,}17ft$$

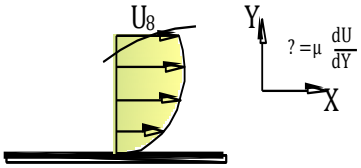
Dibuktikan :

$Re_x = \frac{U_x}{v} = \frac{(20ft\ s)(5{,}17ft)}{1{,}09\ x\ 10^{-5}ft^2\ s} = 9{,}5\ x\ 10^6$ jadi terbukti turbulen)

Apabila suatu fluida dialirkan diatas sebuah plat rata maka selama aliran akan terjadi gesekan antara fluida dengan permukaan plat rata, selanjutnya akan terlihat bahwa mulai dari tepi depan plat itu terbentuk suatu daerah dimana pengaruh gaya viskos (*viscous forces*) masih terasa. Gaya-gaya viskos ini biasa diterangkan dengan tegangan geser antara lapisan-lapisan fluida, dimana tegangan geser ini dianggap berbanding dengan gradient kecepatan (*velocity gradient*)

normal maupun dengan viskositas dinamik (*dynamic viscosity*). Pada gambar berikut menunjukan berbagai daerah aliran lapisan batas diatas plat rata yaitu :





Lapisan batas (*boundary layer*) merupakan suatu daerah aliran yang terbantuk dari tepi depan plat, dimana terlihat pengaruh viskositas. Untuk menandai posisi y dimana batas itu berakhir dipilih suatu titik sembarang; titik ini biasanya dipilih sedemikian rupa pada koordinat *y* dimana kecepatan menjadi 99% dari nilai arus bebas. Pada permulaan, pembentukan lapisan batas merupakan daerah laminar, tetapi pada suatu jarak kritis dari depan, bergantung dari medan aliran dan sifat-sifat fluida, gangguan-gangguan kecil pada aliran itu membesar, dan mulailah terjadi proses transisi hingga aliran menjadi turbulen. Daerah aliran turbulen dapat digambarkan sebagai kocokan rambang dimana gumpalan fluida bergerak kesana kemari disegala arah. Transisi dari aliran laminar menjadi turbulen terjadi apabila

$$\frac{''_{\infty}x}{V} + \frac{\rho''_{\infty}X}{\mu} > 5X10^5$$

dimana : $''_{\sim}$ = kecepatan aliran bebas (m/s)
X = jarak dari tepi depan (m)
V = μ / ρ = viskositas kinematik

Pengelompokan khas di atas disebut angka Reynolds, dan angka ini tak berdimensi apabila untuk semua sifat-sifat di atas digunakan perangkat satuan yang konsisten ;

$$Re_x = \frac{nx}{v} \qquad (5\text{-}2)$$

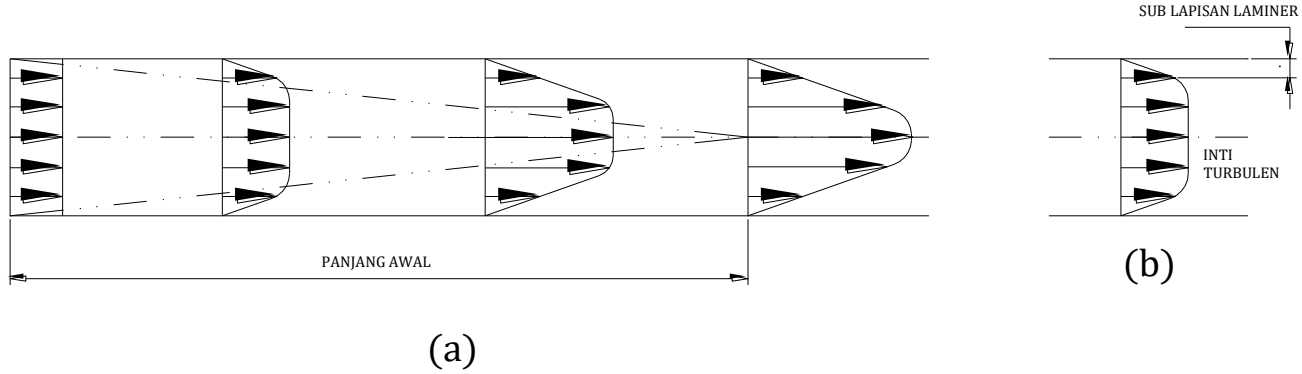
Walaupun untuk tujuan analitik angka Reynolds kritis untuk transisi diatas plat rata biasa dianggap 5 x 10^5, dalam situasi praktis nilai kritis ini sangat bergantung pada kekasaran permukaan dan "*tingkat keterbulenan*"("*turbulence level*") arus bebas. Jangkau normal untuk permulaan transisi ialah antara 5 x 10^5 dan 10^6. Jika terdapat gangguan besar dalam gangguan itu, transisi mungkin sudah mulai pada angka Reydolds serendah 10^5, dan pada aliran tanpa fliktuasi (perubahan-perubahan kecepatan), transisi ini mungkin baru mulai pada Re = 2 x 10^6 atau lebih. Pada kenyataannya, proses transisi ini mencakup suatu jangkauan angka Reynolds dua kali angka pada waktu transisi itu mulai. Bentuk relatif profil laminar hampir mendekati parabola, sedang profil turbulen mempunyai bagian dekat dinding hamper mendekati garis lurus. Di luar sub - lapisan ini, profil kecepatan relative agak rata dibandingkan dengan profil laminar.

Perhatikan aliran dalam tabung pada gambar berikut, terlihat pada waktu masuk, terbentuk suatu lapisan batas. Lama kelamaan, lapisan batas ini memenuhi seluruh tabung, maka aliran itu sudah berkembang penuh. Jika aliran itu laminar, profil kecepatan itu terbentuk parabola, seperti terlihat pada gambar (a). Bila aliran itu terbulen, bentuk profil itu lebih tumpul, seperti pada gambar

(b). Angka Reynolds (Re) digunakan sebagai criteria untuk menunjukan apakah aliran dalam tabung atau pipa itu laminar atau turbulen. Apabila diperoleh nilai,

$$Re_d = \frac{U_m \,.\, d}{v} > 2300$$

v = Viskositas Kinematik
$U_m = Kecepatan\, rata - \ rata$
Aliran tersebut biasanya Turbulen



Gambar,profil kecepatan untuk (a) aliran laminar dalam tabung dan (b) aliran tabung turbulen

Untuk transisi terdapat suatu jangkau angka Reynolds, yang bergantung dari kekerasan pipa dan kehalusan aliran. Jangkau transisi yang biasanya digunakan ialah ;

$$2000 < Red < 4000$$

Walaupun dalam kondisi yang ketat dalam laboratorium aliran laminar masih bisa didapatkan pada angka Reynolds 25.000. Hubungan kontinuitas untuk aliran satu-dimensi dalam tabung ialah ;

$$\dot{m} = \rho\, u_m\, A$$

dimana : $m \ = \ laju\, mass\, aliran$
$\rho \ = \ kerapatan\, fluida$
$u_m = \ kecepatan\, rata - rata$
$A \ = luas\, penampang$

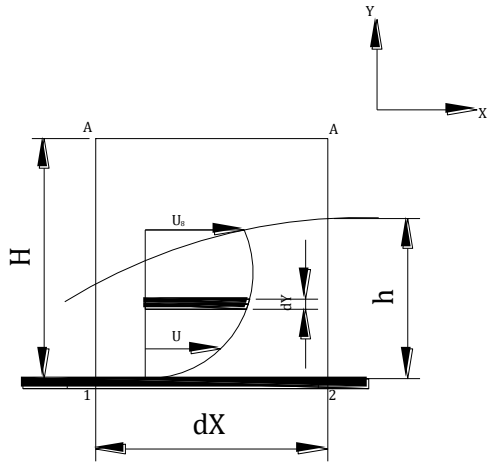
Kecepatan massa didefisinikan sebagai berikut :

$$kecepatan\, massa = G = \frac{m}{A} = \rho\, u_m$$

Sehingga angka Reynolds dapat ditulis,

$$Re_d = \frac{Gd}{\mu}$$

Sistem alliran lapisan batas laminar pada plat rata, dimana kecepatan aliran bebas diluar lapisan bebas ($''_{\sim}$), dan tebal lapisan batas (δ), sebagaimana ditunjukan pada gambar berikut :



Dari gambar diperoleh bahwa :

Kecepatan, u = 0 terdapat pada jarak y = 0
dan kecepatan, u∽ = terdapat pada jarak y = δ

Dari suatu analisa diperoleh hubungan antara, u∽ , δ , v , x , yaitu :

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{140}{13}\frac{v.x}{u\sim} \; atau \; \delta = 4{,}64\sqrt{\frac{v\,.\,x}{u\sim}}$$

Bila, $Re_x = \frac{u\sim.\,x}{v}$

$$\boldsymbol{maka \;\; \delta = \frac{4{,}46 \;\; x}{\sqrt{Re}}}$$

dimana :

$Re \;=\; bilangan\ Reynold$
$\delta \;=\; tebal\ lapisan\ batas$
$v \;=\; viskositas\ kinematik$
$u\sim \;=\; kecepatan\ aliran\ fluida$
$\times \;=\; jarak\ perpindahan\ fluida$
$\rho \;=\; kerapatan\ fluid$

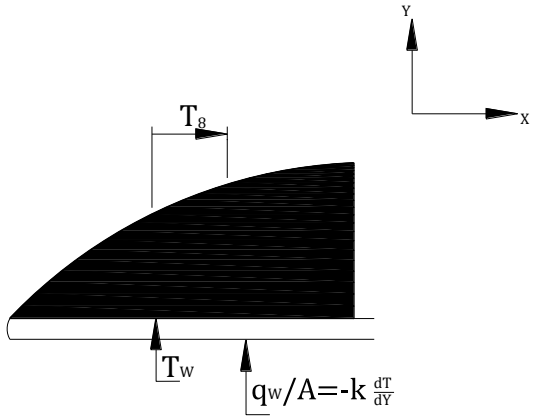
4. LAPISAN – BATAS TERMAL (Aplikasi Pada Perpindahan Kalor)

Lapisan – batas hidrodinamik (*hydrodynamic boundary layer*) didefiniskan sebagai daerah aliran dimana gaya-gaya dirasakan, lapisan batas termal (*thermal boundary layer*) definisikan sebagai daerah gradient suhu dalam aliran. Gradien suhu itu adalah akibat proses pertukaran kalor antara fluida dan dinding. Perhatikan system pada gambar. Suhu pada dinding ialah (*Tw*) dan suhu fluida di luar lapisan batas termal ialah (*T*∽), sedangka tebal lapisan termal ialah (*St*) pada dinding, kecepatan ialah nol dan perpindahan kalor ke fluida berlangsung secara konduksi. Jadi fluks kalor setempat per satuan luas (*q”*), ialah :

$$q" = -k\frac{\partial T}{\partial y}]\; dinding$$

Dari hukum Newton tentang pendinginan, yaitu :

$$q" = h\,(T\omega - T\,\backsim)$$



Menurut Wilhelm Nusselt, yang banyak memberika sumbangan dalam teori perpindahan kalor konveksi, memberikan persamaan tak berdimensi, yaitu :

$$Nu_x = (h_x \,.\, x)/k$$

Sedangkan Koefisien perpindahan kalor rata-rata, adalah :

$$h = 2h_x$$

Hubungan antara bilangan Nusselt (Nu), bilangan prandt (Pr), dan bilangan reynold (Re) adalah :

$$\boldsymbol{Nu_x = 0,332 \;\; \mathrm{Pr}^{1/2} \; Re_x^{1/2}}$$

<u>Contoh:</u>

Udara pada 27 °C dan 1atm mengalir diatas sebuah plat rata dengan kecepatan 2m/s. Hitunglah tebal lapisan batas pada jarak 20 dan 40 cm dari tepi depan plat itu dan Hitunglah besarnya aliran massa yang memasuki lapisan batas antara x = 20 cm dan x = 40 cm, viskositas udara dapat dilihat pada table. Selanjutnya bila diasumsikan bahwa plat dipanaskan keseluruhan panjangnya hingga mencapai suhu 60℃. Hitunglah kalor yang dipindahkan (a) pada bagian 40 cm pertama plat, dan (b) 40 cm pertama plat.

<u>Penyelesaian:</u>

Nilai dari densitas (kerapatan) massa udara dapat dilihat pada tabel atau melalui persamaan berikut :

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{1{,}0132\,.10^5}{(287)\;(3000)} = 1{,}177\; kg/m^3$$

Untuk persamaan Angka Reynolds (Re), pada x = 20 cm dan x = 40 cm dapat dianalisa melalui persamaan berikut :

$$Re = \frac{\rho\ u_\infty\ x}{\mu} = \frac{(1{,}177)(2{,}0)(0{,}2)}{1{,}98\ .\ 10^{-5}} = 23.770$$

$$\boldsymbol{Re = \frac{\rho\ u_\infty\ x}{\mu} = \frac{(1{,}177)(2{,}0)(0{,}4)}{1{,}98\ .\ 10^{-5}} = 47.540}$$

Untuk persamaan table lapisan batas, pada x = 20 cm dan x = 40 cm dapat dianalisa melalui persamaan berikut:

$$\boldsymbol{\delta = \frac{(4{,}64)(0{,}2)}{(23{,}770)^{1/2}} = 0{,}0062\ m}$$ **= 6,2 mm**

$$\boldsymbol{\delta = \frac{(4{,}64)(0{,}4)}{(47{,}540)^{1/2}} = 0{,}00851\ m}$$ **= 8,5 mm**

Untuk laju aliran massa ($\dot{m}$) yang memasuki lapisan batas, dapat diperoleh melalui persamaan berikut :

$$\boldsymbol{\dot{m} = \frac{5}{8}\rho\ u\ (\delta_{40} - \delta_{20}) = \frac{5}{8}(1{,}1777)(2{,}0)(0{,}00602) = 3{,}663\ .\ 10^{-3} kg/s}$$

Selanjutnya bila ingin menentukan kalor total yang dipindahkan pada panjang tertentu plat, jadi ingin menghitung koefisien perpindahan – kalor rata-rata. Untuk itu kita gunakam persamaan, dengan menggunakan sifat-sifat fluida pada suhu flm, yaitu :

$$\boldsymbol{T_f = \frac{27+60}{2}} = \mathbf{43{,}5}^\circ\mathrm{C} = \boldsymbol{316{,}5K} \quad [\boldsymbol{110{,}3}^\circ\mathrm{F}].$$

Dari tabel lampiran A (Dbawah ini Coi) didapat sifat-sifat Udara pada suhu 316,5 K :

$$\boldsymbol{v = 17{,}36 \times 10^{-6}\ m^2/s}$$
$$\boldsymbol{k = 0{,}02749\ \frac{W}{m}}.^\circ\mathrm{C}$$
$$\boldsymbol{Pr = 0{,}7}$$
$$\boldsymbol{c_p = 1{,}006\frac{kJ}{kg}}.^\circ\mathrm{C}$$

Pada **x = 20 cm**

$$\boldsymbol{Re_x = \frac{u \infty\ x}{v} = \frac{(2)(0{,}2)}{17{,}36x10^{-6}}\ 23{,}041}$$

$$\boldsymbol{Nu_X = \frac{h_X X}{K} = 0{,}332\ Re_x^{1/2}\ Pr^{1/2}}$$

$$\boldsymbol{= (0{,}332)(23{,}041)^{1/2}(0{,}7)^{1/2} = 44{,}74}$$

$$\boldsymbol{h_x = Nu_x\ \frac{k}{x} = \frac{(44{,}74)(0{,}02749)}{0{,}2}}$$

$$\boldsymbol{= 6{,}15\ W/m^2}.^\circ\mathrm{C}$$

Nilai rata-rata koefisien perpindahan kalor ialah :

$$\boldsymbol{h = (2)(6{,}15) = 12{,}3\ W/m^2}.^\circ\mathrm{C}$$

Laju Aliran kalor ialah :

$$\boldsymbol{q = \hbar A\ (T_w - T_\infty)}$$ **= 12,3x0,2x1x(60-27) = 81,18 Watt**

Pada x = 40 cm

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{v} = \frac{(2)(0{,}40)}{17{,}36\ x\ 10^{-6}}$$

$$Nu_x = (0{,}332)(46{,}082)½(0{,}7)^{1/3}$$

$$h_x = \frac{(63{,}28)(0{,}02749)}{0{,}4} = 4{,}349\ W/m^2\ °C$$

$$h = (2)(4{,}349) = 8{,}698\ W/m^2\ °C$$

$$q = (8{,}698)(0{,}4)x(1)(60 - 27) = 114{,}8\ W$$

5. HUBUNGAN ANTARA GESEK FLUIDA DAN PERPINDAHAN KALOR

Tegangan geser pada dinding dapat menggunakan koefisien gesek (friction coefficient) Cf, ataupun dengan menggunakan rumus ketebalan lapisan batas, yaitu :

$$\tau_w = Cf\ \frac{\rho\ {u_\infty}^2}{2}$$

atau :

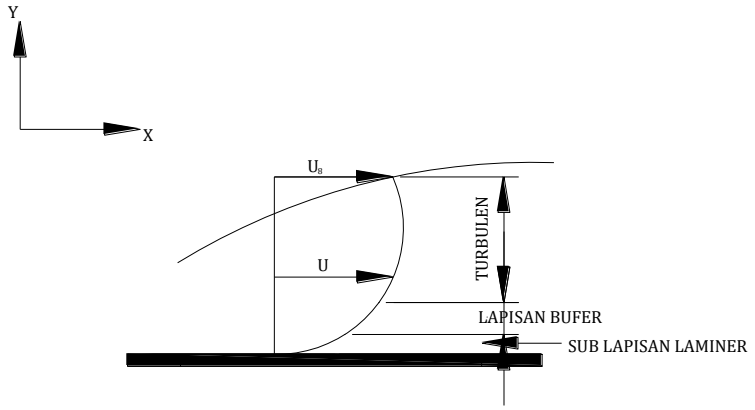
$$\tau_w = (3/2)\left(\frac{\mu\ u_\infty}{4{,}64}\right)\left(\frac{u_\infty}{v\ x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Dengan menggabungkan beberapa bilangan : Nu, Re, Pr, maka diperoleh persamaan,

$$\frac{Nu_x}{Re_x\ Pr} = \frac{h_x}{p\ CP\ u_\infty} = 0{,}332\ Pr^{2/3}\ \ {Re_x}^{-1/2}$$

2. PERPINDAHAN KALOR LAPISAN BATAS TERBULEN

Lapisan batas turbulen, yaitu lapisan yang sangat tipis dekat plat bersifat laminar, dimana aksi viskos berlangsung dalam keadaan seperti aliran laminar. Permukaan plat, yaitu pada jarak yang lebih besar terdapat aksi turbulen, yang disebut lapisan buffer (*buffer layer*). Lebih jauh lagi, aliran menjadi sepenuhnya Turbulen.



Gambar,profil kecepatan untuk (a) aliran laminar dalam tabung dan (b) aliran tabung turbulen

Daftar A-5 Sifat-sifat udara pada tekanan atmosfer†
Nilai μ, k, c_p, dan Pr tidak terlalu bergantung pada tekanan dan dapat digunakan untuk jangkau tekanan yang cukup luas.

T, K	ρ kg/m³	c_p, kJ/kg·°C	μ, kg/m·s × 10⁶	ν, m²/s × 10⁶	k, W/m·°C	α, m²/s × 10⁶	Pr
100	3,6010	1,0266	0,6924	1,923	0,009246	0,02501	0,770
150	2,3675	1,0099	1,0283	4,343	0,013735	0,05746	0,756
200	1,7684	1,0061	1,3289	7,490	0,01809	0,10165	0,739
250	1,4128	1,0053	1,488	9,49	0,02227	0,15841	0,722
300	1,1774	1,0057	1,983	16,84	0,02624	0,22100	0,718
350	0,9980	1,0090	2,075	20,76	0,03003	0,2888	0,707
400	0,8826	1,0140	2,286	25,90	0,03365	0,37160	0,699
450	0,7833	1,0207	2,484	31,71	0,03707	0,46222	0,689
500	0,7048	1,0295	2,671	37,90	0,04038	0,5664	0,690
550	0,6423	1,0392	2,848	44,34	0,04360	0,68532	0,690
600	0,5879	1,0551	3,018	51,34	0,04659	0,78512	0,690
650	0,5430	1,0635	3,177	58,51	0,04953	0,86778	0,682
700	0,5030	1,0752	3,332	66,25	0,05230	0,96772	0,684
750	0,4709	1,0856	3,481	73,91	0,05509	1,07774	0,686
800	0,4405	1,0978	3,625	82,29	0,05779	1,19951	0,689
850	0,4149	1,1095	3,765	90,75	0,06028	1,30997	0,692
900	0,3925	1,1212	3,899	99,3	0,06279	1,42711	0,696
950	0,3716	1,1321	4,023	108,2	0,06525	1,55010	0,699
1000	0,3524	1,1417	4,152	117,8	0,06752	1,67779	0,702
1100	0,3204	1,160	4,44	138,6	0,0722	1,969	0,704
1200	0,2947	1,179	4,69	159,1	0,0782	2,251	0,707
1300	0,2707	1,197	4,93	182,1	0,0837	2,583	0,705
1400	0,2515	1,214	5,17	205,5	0,0891	2,920	0,705
1500	0,2355	1,230	5,40	229,1	0,0946	3,262	0,705
1600	0,2211	1,248	5,63	254,5	0,100	3,609	0,705
1700	0,2082	1,267	5,85	280,5	0,105	3,977	0,705
1800	0,1970	1,287	6,07	308,1	0,111	4,379	0,704
1900	0,1858	1,309	6,29	338,5	0,117	4,811	0,704
2000	0,1762	1,338	6,50	369,0	0,124	5,260	0,702
2100	0,1682	1,372	6,72	399,6	0,131	5,715	0,700
2200	0,1602	1,419	6,93	432,6	0,139	6,120	0,707
2300	0,1538	1,482	7,14	464,0	0,149	6,540	0,710
2400	0,1458	1,574	7,35	504,0	0,161	7,020	0,718
2500	0,1394	1,688	7,57	543,5	0,175	7,441	0,730

† Dari *Natl. Bur. Stand (U. S.) Circ.* 564, 1965

°C = 273 K