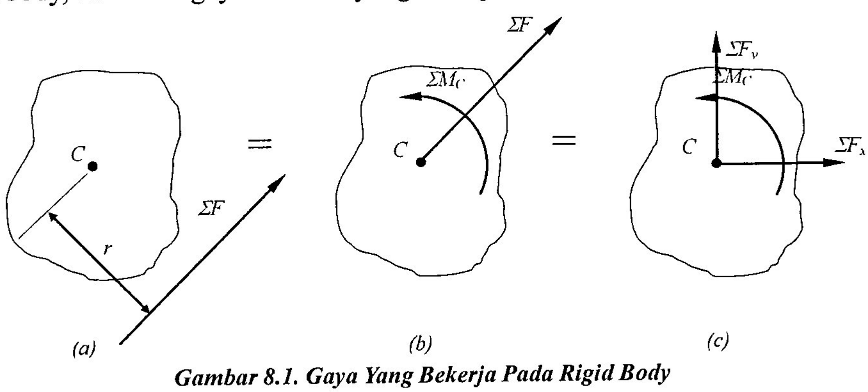
8 PRINSIP NEWTON UNTUK RIGID BODY

Prinsip ini sangat unggul untuk menganalisa problem dinamika rigid body yang merupakan hubungan antara besaran – besaran gaya/ momen, massa/ momen inersia dan percepatan/ percepatan sudut.

8.1. PERSAMAAN GERAK RIGID BODY YANG BERGERAK GENERAL PADA BIDANG DATAR

Pada Gambar 8.1 berikut, dimaksudkan untuk menjelaskan gerak general pada bidang datar dari rigid body, termasuk gaya/ momen yang bekerja.



Gambar 8.1. Gaya Yang Bekerja Pada Rigid Body

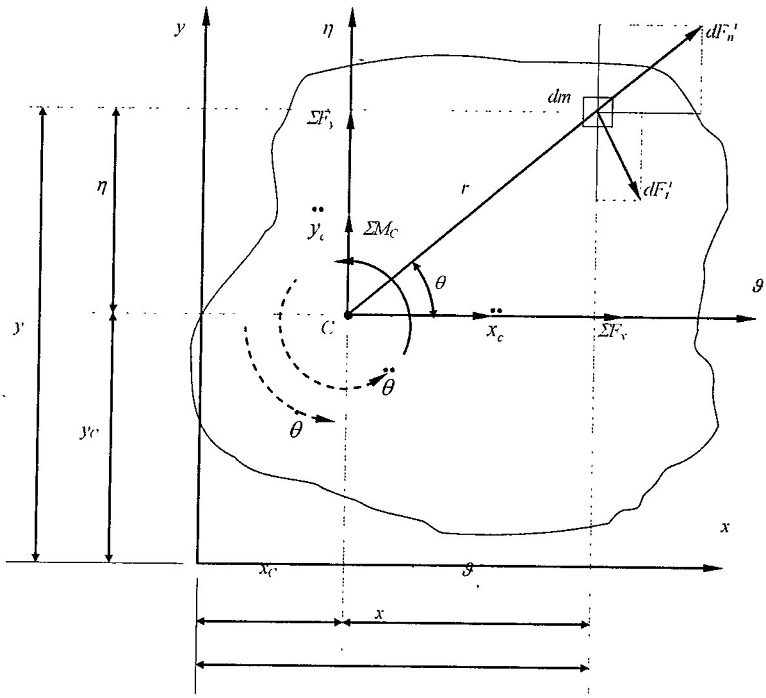
Dimana :

Gambar 8.1.a = Menunjukkan total gaya (ΣF) yang bekerja pada rigid body body, yang garis kerjanya berjarak r dari pusat rigid body C.

Gambar 8.1.b = Bila gaya (ΣF) dipindahkan melalui pusat body, maka timbul momen yang besarnya $\Sigma M_C = \Sigma F \cdot r$

Gambar 8.1.c = Gaya (ΣF) diuraikan ke arah x dan y menjadi ΣF_x dan ΣF_y Pada gambar Gambar 8.1.c di atas, ditunjukkan secara umum beban yang bekerja pada rigid body yang bergerak secara general pada bidang datar. Karena beban tersebut rigid body mempunyai gerakan ke arah x, arah y dan arah putar yang sesuai dengan arah ΣM_C.

Untuk mendapatkan persamaan gerak dari rigid body yang bergerak general pada bidang datar, dapat diperhatikan Gambar 8.2 sebagai berikut.



Gambar 8.2. Rigid Body Yang Bergerak General Pada Bidang Datar

Dimana :

$x\ o\ y$ = Sumbu tetap dengan pusat di O.

$\vartheta\ c\ \eta$ = sumbu gerak sejajar sumbu $x\ o\ y$ dengan pusat di C.

C = pusat berat rigid body

m = massa rigid body

$\ddot{x}_C\ b\ \ddot{y}_C$ = percepatan pusat berat C ke arah x dan ke arah y.

$\dot{\theta} b \ddot{\theta}$ = kecepatan sudut dan percepatan sudut rigid body.

ΣF_x = total gaya ke arah sumbu x yang bekerja pada rigid body.

ΣF_y = total gaya ke arah sumbu y yang bekerja pada rigid body.

ΣM_C = total momen terhadap pusat berat C dari rigid body.

Dengan memperhatikan elemen massa *dm* yang berjarak *r* dari pusat berat *C*, percepatan *dm* sama dengan percepatan *C* ditambah percepatan *dm* relative terhadap *C*, yaitu secara vektorial dapat dijelaskan sebagai berikut :

$$a = a_C + \dot{\theta}^2{}_r + \ddot{\theta}_r$$

$$a_C = \ddot{x}_C + \ddot{y}_C + \dot{\theta}^2{}_r + \ddot{\theta}_r \quad \text{...} \quad \textit{(8.1)}$$

Sedangkan gaya inersia yang timbul pada elemen massa *dm*, adalah sebagai berikut :

dF_x' = $dm\, x_t$, arahnya melawan arah $\ddot{x}_C$

dF_y' = $dm\, y_t$, arahnya melawan arah $\ddot{y}_C$

dF_n' = $dm\, \dot{\theta}^2{}_y$, arahnya menjauhi pusat *C*.

dF_t' = $dm\, \ddot{\theta}_r$, arahnya melawan arah $\ddot{\theta}$.

Menurut prinsip D' Alembert, maka berlaku persamaan sebagai berikut :

$$\sum F_x - \int dF_x' + \int dF_n' \cos\theta + \int dF_t' \sin\theta = 0$$

$$\sum F_y - \int dF_y' + \int dF_n' \sin\theta - \int dF_t' \cos\theta = 0$$

$$\sum M_C - \int dF_x' r \sin\theta - \int dF_y' r \cos\theta - \int dF_t' r = 0$$

atau :

$$\sum F_x - \int dm\, \ddot{x}_C + \int dm\, \dot{\theta}^2\, r\cos\theta + \int dm\, \ddot{\theta}\, r\sin\theta = 0$$

$$\sum F_y - \int dm\, \ddot{y}_C + \int dm\, \dot{\theta}^2\, r\sin\theta - \int dm\, \ddot{\theta}\, r\cos\theta = 0$$

$$\sum M_C - \int dm\, \ddot{x}_C\, r\sin\theta - \int dm\, \ddot{y}_C\, r\cos\theta - \int dm\, \ddot{\theta}\, rr = 0$$

Harga – harga $\ddot{x}_C$, $\ddot{y}_C$, $\dot{\theta}$ dan $\ddot{\theta}$ adalah tetap untuk seluruh rigid body, sehingga dapat dikeluarkan dari tanda integral, sehingga menjadi :

$$\sum F_x - \ddot{x}_C \int dm + \dot{\theta}^2 \int r cos\theta.dm + \ddot{\theta} \int r sin\theta.dm = 0 \quad ....$$

$$\sum F_y - \ddot{y}_C \int dm + \dot{\theta}^2 \int r sin\theta.dm - \ddot{\theta} \int r cos\theta.dm = 0 \quad ....$$

$$\sum M_C + \ddot{x}_C \int r sin\theta.dm - \ddot{y}_C \int r cos\theta.dm - \ddot{\theta} \int r^2.dm = 0 \quad .... \quad (8.2)$$

Dimana :

$\int dm = m$

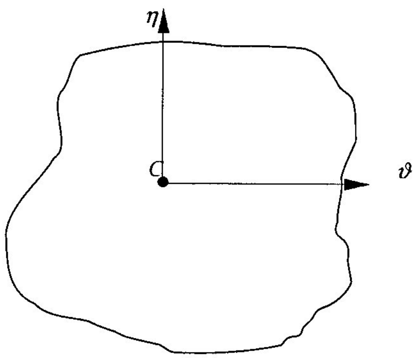
$\int r^2.dm = I =$ momen inersia rigid body terhadap sumbu, lewat pusat berat C.

$\int r.cos\theta.dm = \int \vartheta.dm$

$\int r.sin\theta.dm = \int \eta.dm$

Sedangkan besarnya $\int \vartheta.dm$ dan $\int \eta.dm$, dapat dihitung dengan menggunakan cara sebagai berikut :

Perhatikan rigid body dengan sumbu $\vartheta - \eta$, dari Gambar 8.2, seperti diperlihatkan pada Gambar 8.3, sebagai berikut :



Gambar 8.3. Rigid Body Dengan Sumbu $\vartheta - \eta$

Koordinat pusat berat C, menurut sumbu $\vartheta - \eta$, adalah $C\ (0,0)$, sehingga nilai $\vartheta_C = 0$ dan $\eta_C = 0$. Dengan menggunakan persamaan, pusat dihitung sebagai berikut :

$$\vartheta_C = \frac{\int \vartheta.dm}{\int dm}$$

$$\eta_C = \frac{\int \eta . dm}{\int dm}$$

Karena nilai $\vartheta_C = 0$ dan $\eta_C = 0$, maka :

$\int \vartheta . dm = 0$, dan

$\int \eta . dm = 0$

Persamaan 8.2, berubah menjadi :

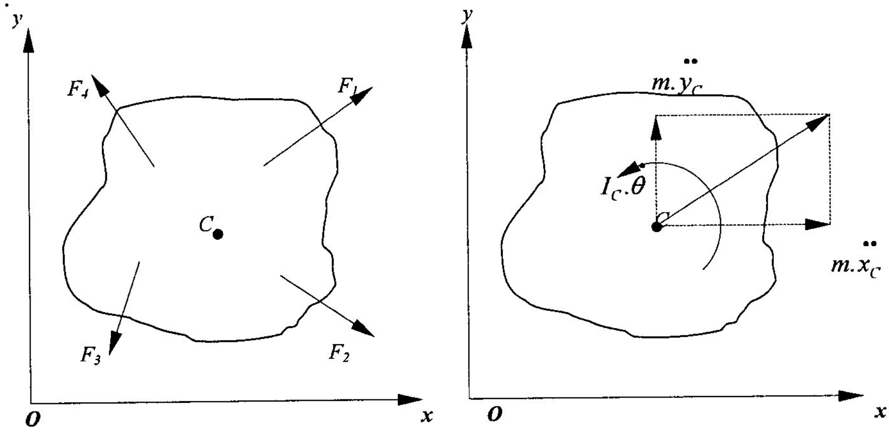
$$\sum F_x - \ddot{x}_C (m) + 0 + 0 = 0$$

$$\sum F_y - \ddot{y}_C (m) + 0 + 0 = 0$$

$$\sum M_C + 0 - 0 - \ddot{\theta}(I_C) = 0 \text{ , atau}$$

$$\left| \begin{array}{l} \sum F_x = m.\ddot{x}_C \\ \sum F_y = m.\ddot{y}_C \\ \sum M_C = I_C.\ddot{\theta} \end{array} \right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.3)$$

Persamaan 8.3 adalah persamaan gerak general pada bidang datar dari suatu rigid body, yang dapat juga dijelaskan secara gambar, seperti terlihat pada Gambar 8.4, sebagai berikut :

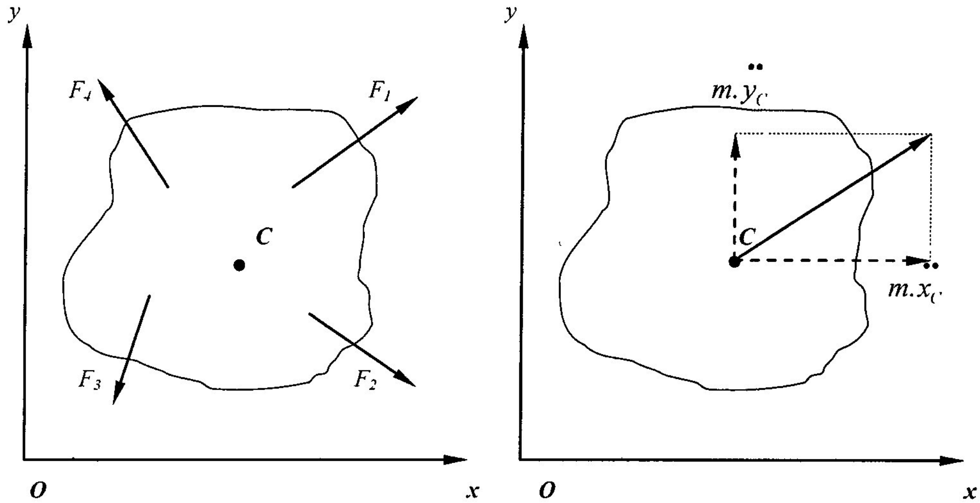


Gambar 8.4. Gerak General Rigid Body Pada Bidang Datar

Sekarang apabila rigid body tersebut di atas mempunyai gerak translasi, maka berarti bahwa $\Sigma M_C = 0$, dengan demikian harga $\theta = 0$, sehingga persamaan menjadi :

$$\left| \begin{array}{l} \sum F_x = m.\ddot{x}_C \\ \sum F_y = m.\ddot{y}_C \end{array} \right| \quad \text{...} \quad \textbf{(8.4)}$$

Persamaan 8.4 dapat juga dijelaskan secara gambar, seperti terlihat pada Gambar 8.5, sebagai berikut :

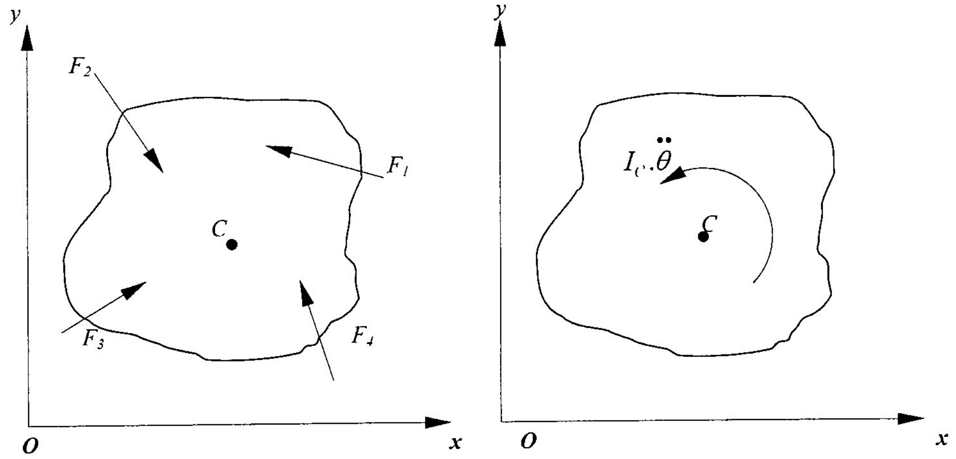


Gambar 8.5. Gerak Translasi Rigid Body Pada Bidang Datar

Dan sekarang apabila rigid body tersebut di atas mempunyai gerak rotasi terhadap sumbu lewat pusat beratnya, maka berarti bahwa harga $\ddot{x}_C = \ddot{y}_C = 0$, dengan demikian persamaan geraknya menjadi :

$$\left| \sum M_C = I_C.\ddot{\theta} \right| \quad \text{...} \quad \textbf{(8.5)}$$

Persamaan 8.5 dapat juga dijelaskan secara gambar, seperti terlihat pada Gambar 8.6, sebagai berikut :



Gambar 8.6. Gerak Rotasi Terhadap Sumbu Lewat Pusat C

8.2. PRINSIP D' ALEMBERT UNTUK RIGID BODY YANG BERGERAK GENERAL PADA BIDANG DATAR

Persamaan 8.3, dapat dituliskan menjadi persamaan bentuk lain, seperti persamaan sebagai berikut :

$$\left| \begin{array}{l} \sum F_x - m.\ddot{x}_C = 0 \\ \sum F_y - m.\ddot{y}_C = 0 \\ \sum M_C - I_C.\ddot{\theta} = 0 \end{array} \right|$$

Dengan mengganti harga – harga berikut :

$F_x' = -m.\ddot{x}_C$ =gaya inersia ke arah sumbu x, melalui pusat C yang arahnya berlawanan dengan arah $\ddot{x}_C$.

$F_y' = -m.\ddot{y}_C$ = gaya inersia ke arah sumbu y, melalui pusat C yang arahnya berlawanan dengan arah $\ddot{y}_C$.

$T_C' = -I_C.\ddot{\theta}$ = torsi yang bekerja pada rigid body, gaya yang arahnya berlawanan dengan arah $\ddot{\theta}$.

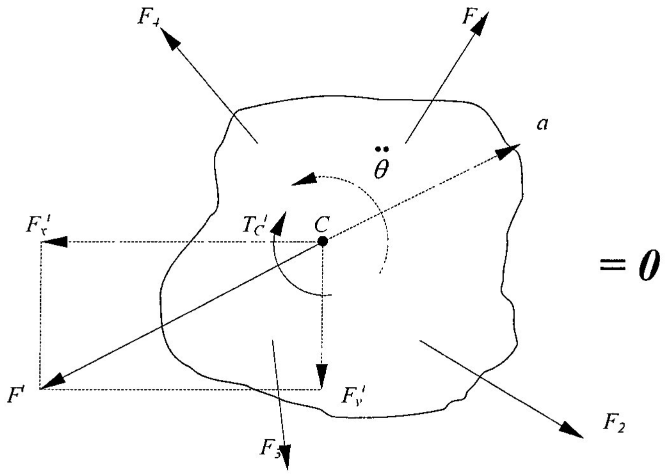
Maka persamaan di atas berubah menjadi :

$$\left|\begin{array}{l}\sum F_x + F_x{}' = 0 \\ \sum F_y + F_y{}' = 0 \\ \sum M_C + T_C{}' = 0\end{array}\right| \quad \text{...} \quad \textit{(8.6)}$$

Persamaan 8.6 dapat dituliskan secara lebih sederhana, menjadi persamaan sebagai berikut :

$$\left|\begin{array}{l}\sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_C = 0\end{array}\right| \quad \text{..} \quad \textit{(8.7)}$$

Dimana dalam persamaan 8.7 sudah termasuk gaya inersia maupun torsi yang timbul, yang dijelaskan pada Gambar 8.7 , sebagai berikut :



Gambar 8.7. Gaya Inersia dan Torsi Inersia Yang Bekerja Pada Rigid Body

Pada Gambar 8.7, dimana semua gaya inersia dan torsi inersia digambarkan, juga disebut free body diagram dalam kesetimbangan dinamis.

Sedangkan persamaan 8.7 yang berhubungan dengan free body diagram tersebut, dinamakan persamaan kesetimbangan dinamis.

Suatu cara analisa dinamik dengan menggambarkan free body diagram dalam kesetimbangan dinamis, dan dengan menggunakan persamaan kesetimbangan dinamis disebut sebagai Prinsip D' Alembert.

8.3. GERAK KONSTRAIN RIGID BODY PADA BIDANG DATAR

Pada umumnya analisa dinamis yang dilaksanakan adalah pada rigid body yang mempunyai gerakan konstrain (terbatas). Dengan analisa kinematik dari gerakan konstrain ini akan kita dapatkan persamaan – persamaan konstrainnya.

Kemudian persamaan – persamaan konstrain ini dengan persamaan gerak rigid body tersebut bersama – sama dapat dipergunakan untuk menyelesaikan problem – problem dinamika dari rigid body tersebut.

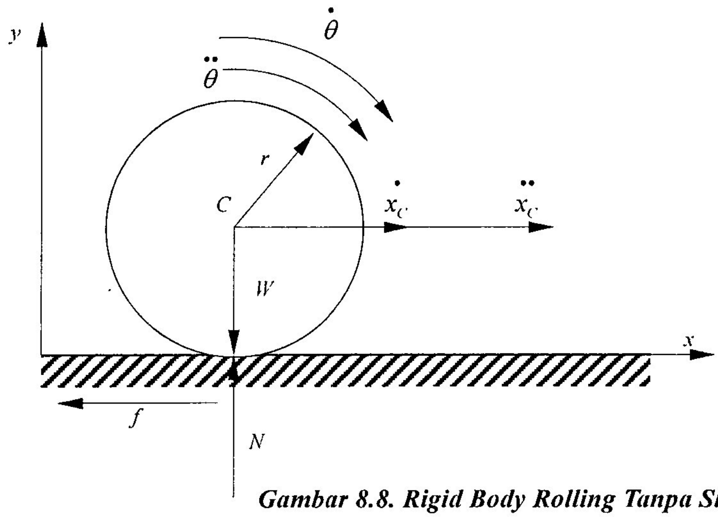
Gerakan konstrain rigid body antara lain meliputi :

a. Gerak Translasi

Seperti yang telah dijelaskan pada BAB – 07, bahwa gerakan rigid body dikatakan translation, bila semua partikel yang menumbuk rigid body tersebut melalui lintasan paralel.

b. Gerak rolling tanpa slip

Pada Gambar 8.8 di bawah, menunjukkan rigid body yang rolling tanpa slip di atas permukaan bidang datar.



Gambar 8.8. Rigid Body Rolling Tanpa Slip

Dimana :

r = jari – jari rigid body
C = pusat berat rigid body

$\dot{x}_C$ = kecepatan pusat berat C.

$\ddot{x}_C$ = percepatan pusat berat C.

$\dot{\theta}$ = kecepatan sudut rigid body.

$\ddot{\theta}$ = percepatan sudut rigid body.

Untuk kondisi rolling tanpa slip di atas, berlaku persamaan :

$$\left| \begin{array}{c} \dot{y}_C = \ddot{y}_C = 0 \\ \dot{x}_C = r.\dot{\theta} \\ \ddot{x}_C = r.\ddot{\theta} \end{array} \right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.8)$$

Dengan memperhatikan persamaan 8.8. di atas, maka berlaku persamaan sebagai berikut :

$$\left| \begin{array}{c} \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = m.\ddot{x}_C = m.r.\ddot{\theta} \\ \sum M_C = I_C.\ddot{\theta} \end{array} \right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.9)$$

c. Gerak rotasi terhadap sumbu yang tidak melalui pusat berat rigid body

Untuk gerak rotasi, dimana sumbu putarnya tidak melalui pusat berat rigid body, maka gerak pusat beratnya kita perhatikan arah normal dan tangensial. Arah normal adalah arah yang ditarik dari pusat putaran menuju pusat beratnya body, sedang arah tangensial adalah tegak lurus arah normal.

Kemudian semua gaya yang bekerja, termasuk gaya reaksi sumbu putar (engsel), kita proyeksikan pada arah normal dan tangensial, sehingga persamaan gerak rigid body, menjadi :

$$\left| \begin{array}{l} \sum F_n = m.a_n \\ \sum F_t = m.a_t \\ \sum M_C = I_C.\theta \end{array} \right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.10)$$

Apabila :

r = jarak dari pusat putaran sampai pusat berat

$\dot{\theta}$ = kecepatan sudut rigid body.

$\ddot{\theta}$ = percepatan sudut rigid body.

Maka untuk gerak rotasi ini berlaku :

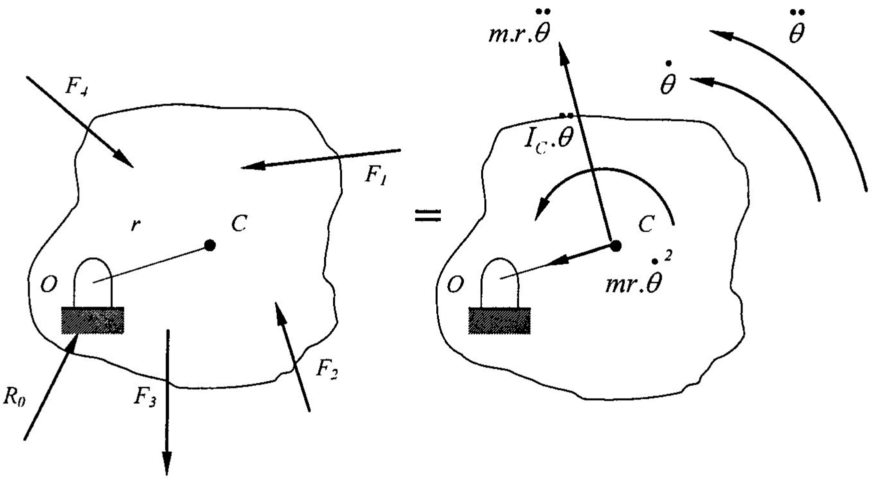
$a_n = r.\dot{\theta}^2$, dengan arah menuju pusat putaran

$a_t = r.\ddot{\theta}$, dengan arah sesuai dengan arah θ.

Dengan memasukkan harga a_n dan a_t tersebut ke dalam persamaan 8.10, maka persamaan gerak rigid body menjadi :

$$\left| \begin{array}{c} \sum F_n = m..r.\dot{\theta}^2 \\ \sum F_t = m.r.\ddot{\theta} \\ \sum M_C = I_C.\ddot{\theta} \end{array} \right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.11)$$

Gambar 8.9 berikut, menjelaskan persamaan 8.11.

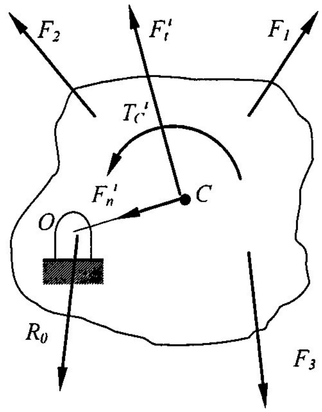


Gambar 8.9. Gerak Rotasi Terhadap Sumbu Yang Tidak Melewati Pusat Berat Rigid Body

Sedangkan persamaan kesetimbangan dinamis untuk gerak rotasi ini adalah sebagai berikut :

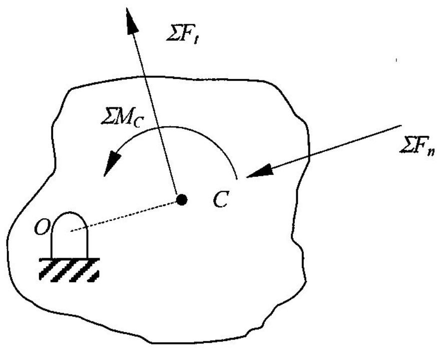
$$\sum F_n = 0$$
$$\sum F_t = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8.12)$$
$$\sum M = 0$$

Di dalam persamaan 8.12 ini, sudah termasuk di dalamnya gaya inersia maupun torsi inersia yang timbul.



Gambar 8.10. Gaya Inersia dan Torsi Inersia Yang Bekerja Pada Rigid Body

Persamaan gerak rotasi dari rigid body terhadap sumbu putar yang tidak melalui pusat beratnya, dapat ditunjukkan dalam bentuk lain, yaitu :



Gambar 8.11. Gerak Rotasi Dari Rigid Body Terhadap Sumbu Putar Yang Tidak Melalui Pusat Beratnya

Gaya – gaya yang bekerja pada rigid body seperti terlihat pada Gambar 8.9, dapat ditunjukkan seperti pada Gambar 8.11, di atas. Dimana total momen terhadap sumbu putar nol adalah :

$$\sum M_o = \sum M_C + \sum F_t.r$$

$$\sum M_o = I_C.\ddot{\theta} + m.r.\ddot{\theta}.r$$

$$\sum M_o = \left(I_C + m.r^2\right).\ddot{\theta}$$

Dimana :

$I_C + m.r^2 = I_o$

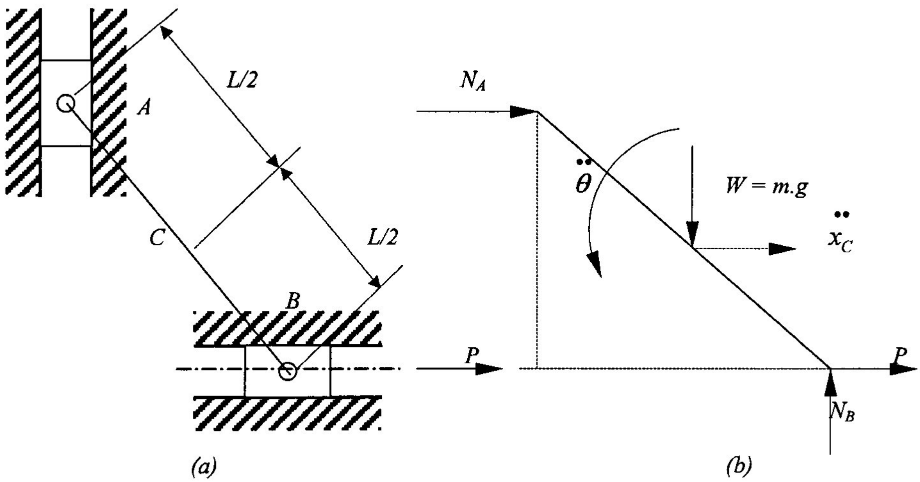
I_o = momen inersia rigid body terhadap sumbu O.

Maka persamaan gerak rigid body tersebut, menjadi :

$$\sum M_o = I_C.\ddot{\theta} \qquad \text{...} \qquad \textbf{\textit{(8.13)}}$$

d. Gerakan rigid body *(link)* dari mekanisme.

Untuk menjelaskan hal ini, dapat kita perhatikan mekanisme seperti pada Gambar 8.12 di bawah.



Gambar 8.12. Gerak Rigid Body

Batang AB mula – mula diam pada posisi seperti gambar, kemudian slider A dan B bergerak sepanjang slot – slot vertikal dan horizontal tanpa gesekan. Berat slider A dan B diabaikan. Kemudian kita akan menentukan percepatan sudut θ dari batang, serta reaksi normal di A dan B.

Dengan memperhatikan free body diagram batang seperti pada Gambar 8.12.b di atas, persamaan gerak batang, adalah :

$$\sum F_x = m.\ddot{x}_C \rightarrow N_A + P = m.\ddot{x}_C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

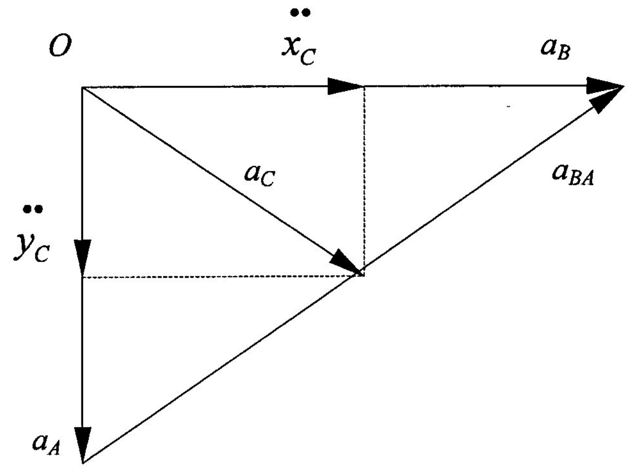
$$\sum F_y = m.\ddot{y}_C \rightarrow N_B + W = m.\ddot{y}_C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

$$\sum M_C = I_C.\ddot{\theta} \rightarrow N_A.\tfrac{l}{2}\cos\theta - N_B.\tfrac{l}{2}\sin\theta - P.\tfrac{l}{2}\cos\theta = I_C.\ddot{\theta} \quad \ldots\ldots \quad (c)$$

Terdapat tiga persamaan dengan lima komponen yang tidak diketahui, yaitu :

$\ddot{\theta}$, $\ddot{x}_C$, $\ddot{y}_C$, N_A dan N_B.

Dua persamaan lagi kita buat dengan menentukan hubungan kinematik dari mekanisme. Untuk itu kita buat terlebih dahulu diagram percepatan batang dengan skala sembarang.



Gambar 8.13. Diagram Percepatan Batang

Percepatan B relative terhadap A.

$$a_{BA} = \ddot{\theta}.A.B = \ddot{\theta}.L$$

Dari diagram percepatan di atas, dapat ditentukan :

$$a_B = a_{BA}.cos\theta = \ddot{\theta}.L.cos\theta$$

$$a_A = a_{BA}.sin\theta = \ddot{\theta}.L.sin\theta$$

Percepatan pusat berat C ke arah x dan y, adalah :

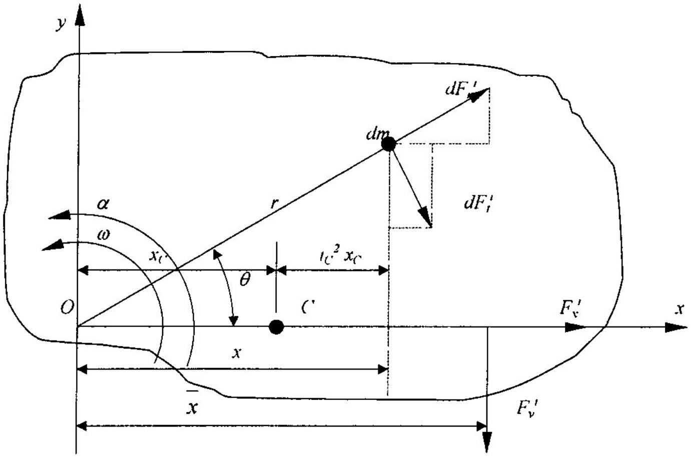
$$\ddot{x}_C = \tfrac{1}{2}.a_B = \tfrac{1}{2}\ddot{\theta}.L.cos\theta \quad \text{...} \quad \textit{(d)}$$

$$\ddot{y}_C = \tfrac{1}{2}.a_A = \tfrac{1}{2}\ddot{\theta}.L.sin\theta \quad \text{...} \quad \textit{(e)}$$

Dari persamaan (a), persamaan (b), persamaan (c), persamaan (d) dan persamaan (e), harga – harga $\ddot{\theta}$, $\ddot{x}_C$, $\ddot{y}_C$, N_A dan N_B , dapat dihitung.

8.4. RESULTAN GAYA INERSIA PADA RIGID BODY YANG BEROTASI TERHADAP SUMBU YANG TIDAK MELALUI PUSAT BERATNYA

Perhatikan suatu rigid body massa m yang bergerak rotasi terhadap sumbu yang tidak melalui pusat beratnya, seperti terlihat pada Gambar 8.14, sebagai berikut :



Gambar 8.14. Gerak Rotasi Rigid Body Terhadap Sumbu Yang Tidak Melalui Pusat Beratnya

Dimana :

C = pusat berat rigid body

O = pusat putaran rigid body

Gaya inersia pada elemen massa dm, adalah :

$dF_n^{\,i} = dm.\omega^2.r$

$dF_t^{\,i} = dm.\alpha.r$

Sedangkan total gaya inersia ke arah sumbu x dan sumbu y, adalah sebagai berikut :

$$\int dF_x^{\,i} = \int dF_n^{\,i} cos\theta + \int dF_t^{\,i} sin\theta \text{ , atau}$$

$$\int dF_y^{\,i} = \int dF_n^{\,i} sin\theta + \int dF_t^{\,i} cos\theta$$

$$F_x^{\,i} = \int dm.\omega^2.r.cos\theta + \int dm.\alpha.r.sin\theta$$

$$F_y^{\,i} = \int dm.\omega^2.r.sin\theta - \int dm.\alpha.r.cos\theta$$

Dimana untuk seluruh body harga ω dan α adalah tetap. Sedangkan harga $r.\ cos\ \theta = x$ dan $r.\ sin\ \theta = y$, maka :

$$F_x^{\,i} = \omega^2 \int x.dm + \alpha \int y.dm$$

$$F_y^{\,i} = \omega^2 \int y.dm + \alpha \int x.dm$$

Dari persamaan pusat berat, dapat diketahui, bahwa :

$$x_C = \frac{\int x.dm}{\int dm} = x.dm = x_C \int dm = x_C.m$$

$$y_C = \frac{\int y.dm}{\int dm} = 0 \rightarrow \int y.dm = 0$$

Jadi :

$$\begin{vmatrix} F_x^{\,i} = m.\omega^2.x_C \\ F_y^{\,i} = -m.\alpha.x_C \end{vmatrix} \qquad \text{...} \qquad \mathbf{\mathit{(8.14)}}$$

Tanda (–) menunjukkan arah $F_y^{\,i}$ ke sumbu y negatif. Titik tangkap gaya inersia di atas ditentukan sebagai berikut :

Misal harga inersia di atas memotong sumbu x pada jarak $\bar{x}$ dari pusat putaran O. Momen oleh gaya inersia terhadap sumbu putar O, adalah :

$$Mo = F_y^i.\bar{x} = \int dF_t^i.r = \int dm.r.\alpha.r$$

$$m.\alpha.x_C.\bar{x} = \alpha \int dm.r^2 = I_o.\alpha$$

Sedangkan harga :

$$I_o = I_C + m.x_C^{\,2} = m.i_C^{\,2} + m.x_C^{\,2} = m.\left(i_C^{\,2} + x_C^{\,2}\right)$$

Jadi :

$$m.\alpha.x_C.\bar{x} = m.\left(i_C^{\,2} + x_C^{\,2}\right)\alpha$$

$$\bar{x} = \frac{i_C^{\,2} + x_C^{\,2}}{x_C} \quad \text{atau}$$

$$\bar{x} = x_C + \frac{i_C^{\,2}}{x_C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textit{(8.15)}.$$

Sekarang apabila titik tangkap gaya inersia tersebut dipindahkan pada pusat berat *C*, maka timbul torsi inersia sebesar :

$$T_C^{\,i} = F_y^{\,i}.\frac{i_C^{\,2}}{x_C} = m.\alpha.x_C\frac{i_C^{\,2}}{x_C} = m.i_C^{\,2}.\alpha \text{ , atau}$$

$$T_C^{\,i} = I_C.\alpha$$

Dengan memperhatikan *O* sebagai pusat putaran sumbu *x*, melalui *O* dan pusat berat *C*, maka arah *x* dan *y* dapat dinyatakan dengan arah normal *(n)* dan tangensial *(t)*.

Sekarang resultan gaya inersia dan torsi inersia yang timbul pada rigid body yang berputar terhadap sumbu tetap yang tidak melalui pusat beratnya, dapat ditulis sebagai berikut :

$$\left|\begin{array}{c} F_n^{\,i} = m.\omega^2.x_C \\ F_t^{\,i} = m.\alpha.x_C \\ I_C^{\,i} = I_C.\alpha \end{array}\right| \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textit{(8.16)}$$

Dimana :

Arah $F_n^{\,i}$ selalu menjauhi pusat putaran.

Arah $F_t^{\,i}$ melawan arah.

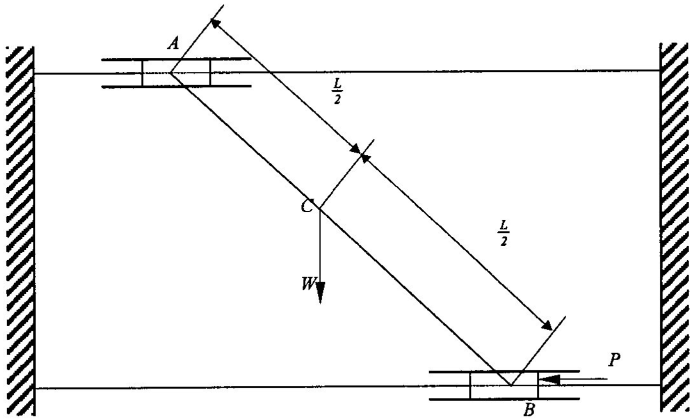
Arah $T_C^{\,i}$ melawan arah.

8.5. SOAL – SOAL LATIHAN

1. Batang langsing homogen *AB*, dengan panjang *L* dan berat *W*, dihubungkan dengan silinder – silinder yang beratnya diabaikan di *A* dan di *B*. Silinder – silinder tersebut dapat meluncur tanpa gesekan sepanjang batang tetap, seperti terlihat pada Gambar 8.15 di bawah. Momen inersia batang terhadaap sumbu lewat pusat berat *C*, adalah :

$$I_C = \frac{1}{12}\frac{W}{g}r^2$$

Bila silinder *B* diberi gaya *P*, seperti gambar tersebut, tentukan percepatan batang dan gaya reaksi normal di *A* dan *B*.

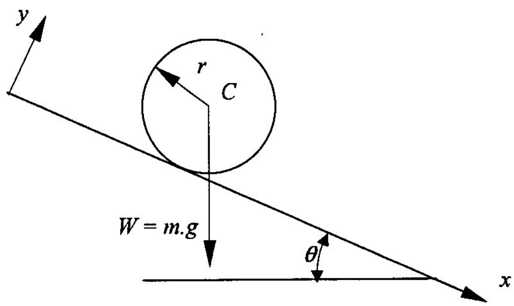


Gambar 8.15. Soal Latihan No. 1

2. Suatu benda bulat dengan massa *m*, jari – jari *r*, rolling tanpa slip di atas permukaan miring seperti terlihat pada Gambar 8.16 di bawah. Radius girasi terhadap pusat berat *C* sama dengan i_C.

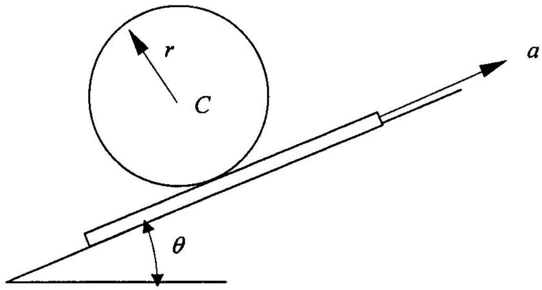
a. Hitung percepatan pusat berat *C*.

b. Bila koefisien statis antar benda bulat dengan bidang miring μ_s. Tentukan sudut kemiringan *(θ)*, agar benda bulat tersebut tidak slip di atas permukaan.



Gambar 8.16. Soal Latihan No. 2

3. Suatu silinder pejal berada di atas sebuah plat yang bergerak dengan percepatan a di atas bidang datar miring, seperti terlihat pada Gambar 8.17, di bawah. Sudut kemiringan $\theta = 15^0$. Tentukan percepatan a tersebut, agar posisi pusat silinder C tetap tidak berubah. Anggap tidak akan terjadi slip antara silinder dan plat tersebut.



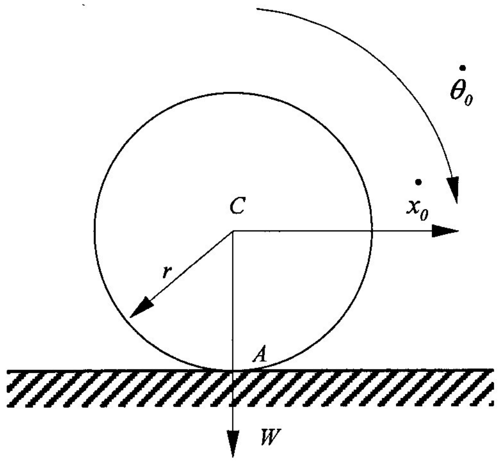
Gambar 8.17. Soal Latihan No.3

4. Suatu bola dengan berat W, jari – jari r , digerakkan di atas bidang horizontal dengan kecepatan sudut awal $\dot{\theta}_0$ dan kecepatan linier $\dot{x}_0$,seperti terlihat pada Gambar 8.18 di bawah. Koefisien gesek kinetik antara bidang horizontal dan bola adalah μ_k . Buat analisa gerakan bola tersebut, bila :

a. $\dot{x}_0 = r.\dot{\theta}_0$

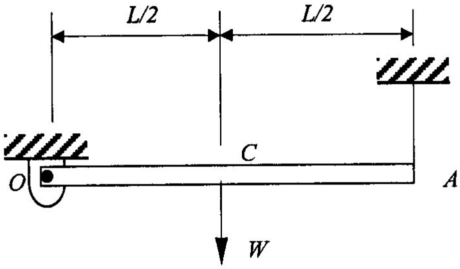
b. $\dot{x}_0 > r.\dot{\theta}_0$

c. $\dot{x}_0 < r.\dot{\theta}_0$



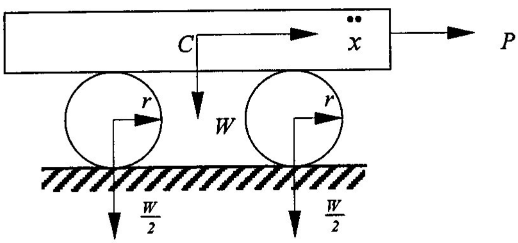
Gambar 8.18. Soal Latihan No. 4

5. Suatu batang langsing homogen OA dengan panjang L dan berat W, di engsel pada ujung O. Sedangkan ujung yang lain digantung dengan tali, seperti terlihat pada Gambar 8.19 di bawah. Momen inersia batang terhadap sumbu lewat pusat berat C, adalah : $I_C = \dfrac{1}{12}\dfrac{W}{g}L^2$. Kemudian tali diputus. Tentukan kecepatan dan percepatan sudut batang, setelah menempuh sudut θ .



Gambar 8.19. Soal Latihan No. 5

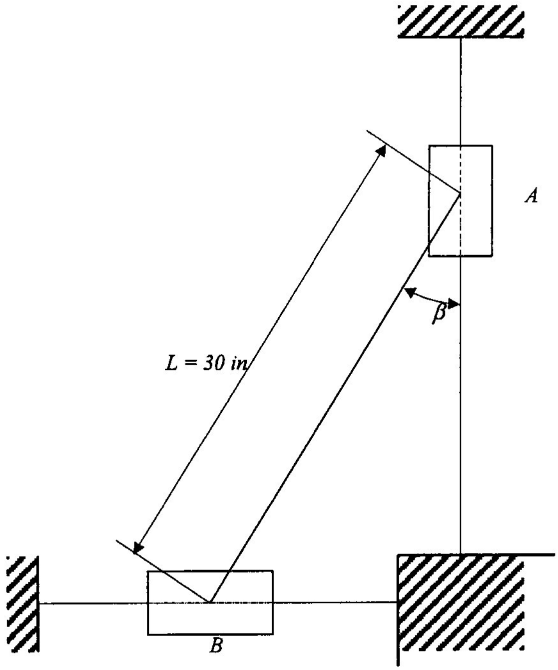
6. Suatu batang homogen dengan berat W, terletak di atas dua buah roll yang sama, seperti terlihat pada Gambar 8.20 di bawah. Berat masing – masing roll adalah $W/2$ dengan radius r. Plat tersebut ditarik dengan gaya horizontal P. Bila dianggap tidak akan terjadi slip antara plat dengan roll, dan antara roll dengan bidang datar, tentukan percepatan $\ddot{x}$ dari plat tersebut.



Gambar 8.20. Soal Latihan No. 6

7. Gerakan batang AB yang beratnya *6 lb.*, dibatasi sedemikian rupa sehingga titik A bergerak menurut garis vertikal, dan titik B bergerak menurut garis horizontal. (lihat Gambar 8.21 di bawah). Dengan mengabaikan geseran yang terjadi, tentukan sesaat sesudah batang dilepas :

   a. Percepatan pusat batang.
   b. Gaya reaksi di A .
   c. Gaya reaksi di B .

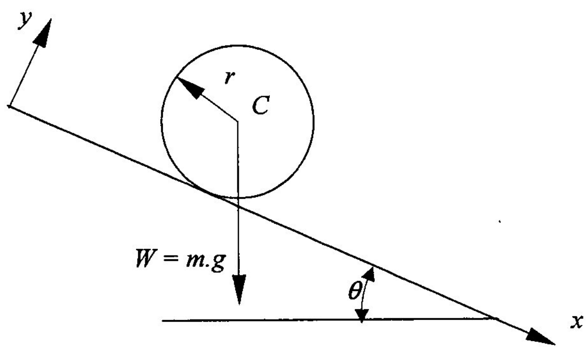


Gambar 8.21. Soal Latihan No. 7

8. Suatu benda bulat dengan massa $m = 10\ kg$, jari – jari $r = 5\ cm$, rolling tanpa slip di atas permukaan miring seperti terlihat pada Gambar 8.22 di bawah. Radius girasi terhadap pusat berat C sama dengan $i_C = 4\ cm$.

   a. Hitung percepatan pusat berat C.

   b. Bila koefisien statis antar benda bulat dengan bidang miring $\mu_s = 0,2$. Tentukan sudut kemiringan (θ), agar benda bulat tersebut tidak slip di atas permukaan.



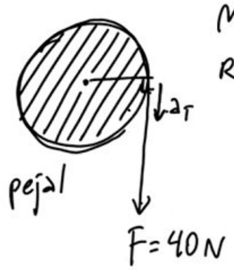
Gambar 8.22. Soal Latihan No. 8

Contoh Soal:

1 Pada katrol berupa silinder pejal dililitkan tali dan ditarik dengan gaya sebesar 40 N. Massa katrol tersebut adalah 2 Kg dengan jari-jari 0,5 m. Akibat gaya tersebut, berapa percepatan sudut dan percepatan tangensial yang dialami oleh katrol?

Pembahasan 1

Inersia untuk silinder pejal menggunakan rumus : **$I = \frac{1}{2} mR^2$.**



$M = 2kg$

$R = 0,5m$

$\alpha = ?$

$\boxed{a_T = ?}$

$$\Sigma \tau = F \cdot R = I \cdot \alpha$$

$$40 \cdot 0,5 = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \alpha$$

$$20 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha$$

$$\alpha = 80 \, rad/s^2$$

$$a_T = \alpha \cdot R$$

$$= 80 \cdot 0,5 = 40 \, m/s^2$$

2 Sebuah bola pejal memiliki massa sebesar 10 kg. Jari-jari yang dimiliki oleh bola pejal tersebut adalah 1 m.

Bola tersebut berputar pada porosnya dengan kecepatan sudut sebesar π rad/s. Tentukan energi kinetik dari bola pejal tersebut!

Pembahasan 2

Inersia untuk bola pejal menggunakan rumus: **$I = 2/5 \, mR^2$.**

$M = 10kg$

$R = 1m$

$\omega = \pi \, rad/s$

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

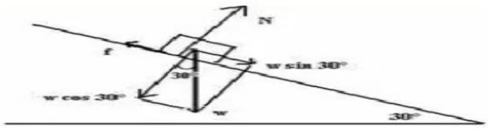
$$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} M R^2 \cdot \omega^2$$

$$= \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{2}{\cancel{10}} \cdot \cancel{1}^2 \cdot \pi^2$$

$$\approx 20 \text{ joule}$$

3 . Suatu balok bermassa 200 gram berada di bidang miring dengan kemiringan 30° terhadap bidang datar.
Jika koefisien gesek statis dan kinetis antara balok dan bidang miring 0,25 dan 0,1, serta nilai percepatan gravitasi 10 m/s^2, maka tentukan gaya gesek yang bekerja pada balok!

Jawaban
Langkah 1 :
Gambarkan peruraian gayanya

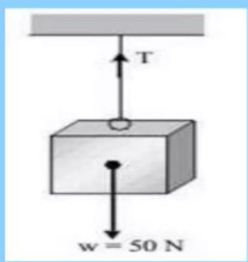


Langkah 2 :
Tentukan gaya gesek statis maksimumnya :
$f_{smak} = \mu_s \cdot N$
$f_{smak} = \mu_s \cdot w \cos 30°$
$f_{smak} = \mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos 30°$
$f_{smak} = 0{,}433$ N

Langkah 3 :
Tentukan gaya penggeraknya :
$F_{miring} = w \sin 30°$
$F_{miring} = m \cdot g \cdot \sin 30°$
$F_{miring} = 0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}5$
$F_{miring} = 1$ N

Langkah 4 :
Membandingkan gaya penggerak terhadap gaya gesek statis maksimumnya. Ternyata gaya penggeraknya lebih besar dibanding gaya gesek statis maksimumnya, sehingga benda bergerak. Gaya gesek yang digunakan adalah gaya gesek kinetis.
$f_k = \mu_k \cdot N$
$f_k = \mu_k \cdot w \cos 30°$
$f_k = \mu_k \cdot m \cdot g \cdot \cos 30°$
$f_k = 0{,}173$ N

4 Sebuah balok bermassa 5 kg (w = 50 N) digantung dengan tali dan diikatkan pada atap. Jika balok diam maka berapakah tegangan talinya?



Diketahui :

m = 5 kg

w = m.g = 5 kg . 10 m/s² = 50 N

Ditanya: tegangan tali?

Jawab :

$\Sigma F = 0$

$T - w = 0$

$T - 50 = 0$

$T = 50$ N

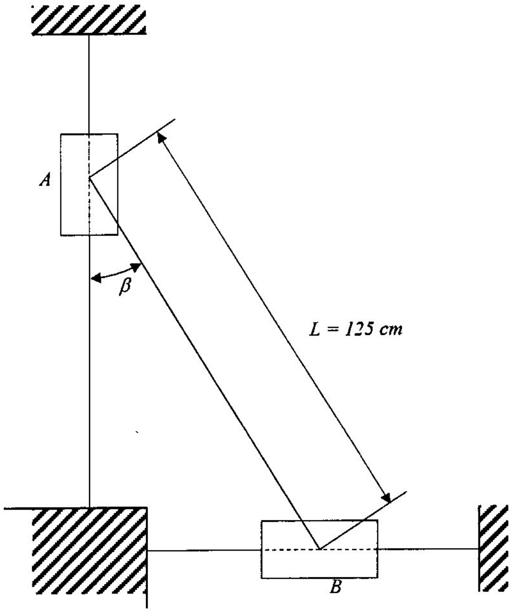
Jadi, gaya tegangan tali yang bekerja pada balok tersebut adalah 50 N.

9. Gerakan batang AB yang beratnya *15 kg.*, dibatasi sedemikian rupa sehingga titik A bergerak menurut garis vertikal, dan titik B bergerak menurut garis horizontal. (lihat Gambar 8.23 di bawah). Dengan mengabaikan geseran yang terjadi, tentukan sesaat sesudah batang dilepas :

   a. Percepatan pusat batang.

   b. Gaya reaksi di A .

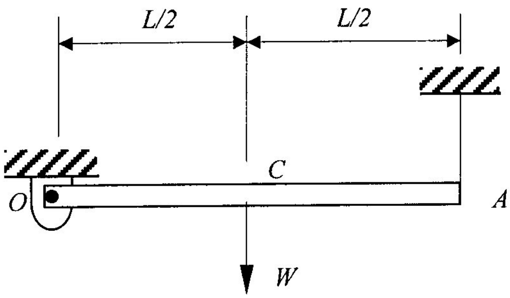
   c. Gaya reaksi di B .



Gambar 8.23. Soal Latihan No. 9

10. Suatu batang langsing homogen OA dengan panjang $L = 120\ cm$ serta berat $W = 0,5\ kg$, di engsel pada ujung O. Sedangkan ujung yang lain digantung dengan tali, seperti terlihat pada Gambar 8.24 di bawah. Momen inersia batang terhadap sumbu lewat pusat berat C, adalah : $I_C = \frac{1}{12}\frac{W}{g}L^2$. Kemudian tali diputus

    Tentukan kecepatan dan percepatan sudut batang, setelah menempuh sudut $\theta = 30^0$.



Gambar 8.24. Soal Latihan No. 10