2 KINEMATIKA PARTIKEL

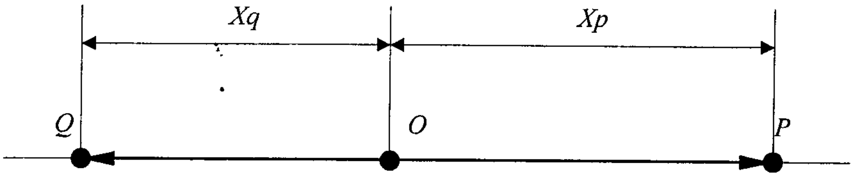
2.1. GERAK LURUS DARI PARTIKEL

Partikel dikatakan bergerak lurus, apabila lintasannya berupa garis lurus. Istilah lain yang digunakan dalam gerak lurus, adalah :

2.1.1. Posisi

Untuk menyatakan posisi dari suatu partikel, kita menggunakan sebuah sumbu yang berupa garis lurus, misalnya sumbu x dengan pusat sumbu O. Dimana posisi dinyatakan dengan tanda positif, bila jaraknya terhadap pusat O, sesuai dengan sumbu x dan tandanya negatif, bila jaraknya terhadap pusat O, melawan sumbu x.

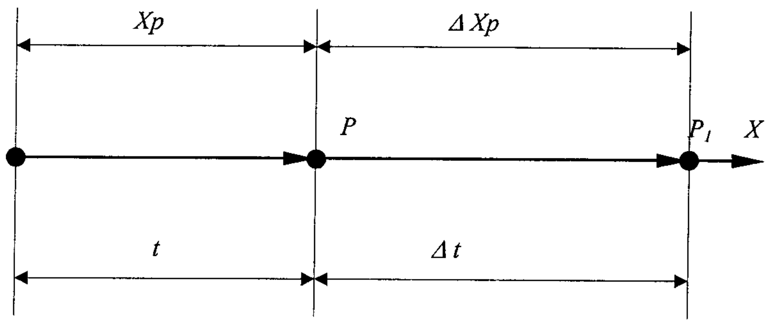
Posisi adalah besaran vektor, jadi mempunyai harga dan arah. Misalnya seperti terlihat pada Gambar 2.1, dimana $xp = 5\ m$, dengan arah ke kanan dan $xq = -4\ m$, dengan arah ke kiri.



Gambar 2.1. Posisi

2.1.2. Perpindahan

Perpindahan adalah perubahan posisi, dan merupakan besaran vektor. Pada Gambar 2.2 ditunjukkan bahwa pada saat waktu t_1 posisi partikel P adalah Xp, dan pada saat $t + \Delta t$, posisinya $Xp + \Delta Xp$. Sehingga perpindahannya adalah ΔXp, dengan arah ke kanan, sesuai dengan sumbu x.



Gambar 2.2. Perpindahan

2.1.3. Kecepatan

Kecepatan adalah perpindahan dibagi waktu yang diperlukan untuk perpindahan tersebut. Kecepatan rata – rata partikel P selama waktu Δt, adalah :

$$Vp \; rata - rata = \frac{\Delta xp}{\Delta t}$$

Kecepatan sesaat ketika waktu t adalah :

$$Vp = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta xp}{\Delta t} = \frac{dxp}{dt} = \dot{x}p \qquad (2.1)$$

Kecepatan adalah besaran vektor, dan arahnya sesuai dengan arah Δxp. Vp tandanya positif, bila xp positif, dan sebaliknya. Kecepatan dinyatakan dengan satuan *m/det*, *ft/det*, dan sebagainya.

2.1.4. Percepatan

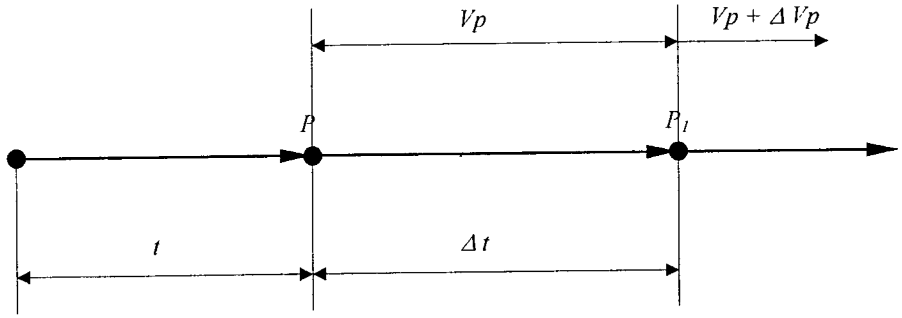
Percepatan adalah perubahan kecepatan dibagi waktu yang diperlukan untuk perubahan kecepatan tersebut. Pada Gambar 2.3. menunjukkan bahwa pada saat t kecepatan partikel P adalah vp dan saat $t + \Delta t$ kecepatannya adalah $vp + \Delta vp$. Percepatan rata – rata partikel adalah :

$$ap\ rata - rata = \frac{\Delta vp}{\Delta t}$$

Sedangkan percepatan sesaatnya adalah :

$$ap = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta vp}{\Delta t} = \frac{dvp}{dt} \dot{v}p = \ddot{x}p \quad \text{.....................................} \quad (2.2)$$

Percepatan adalah besaran vektor.. Percepatan dinyatakan dengan satuan m/det^2, ft/det^2, dan sebagainya.



Gambar 2.3. Percepatan

2.1.5. Contoh Soal

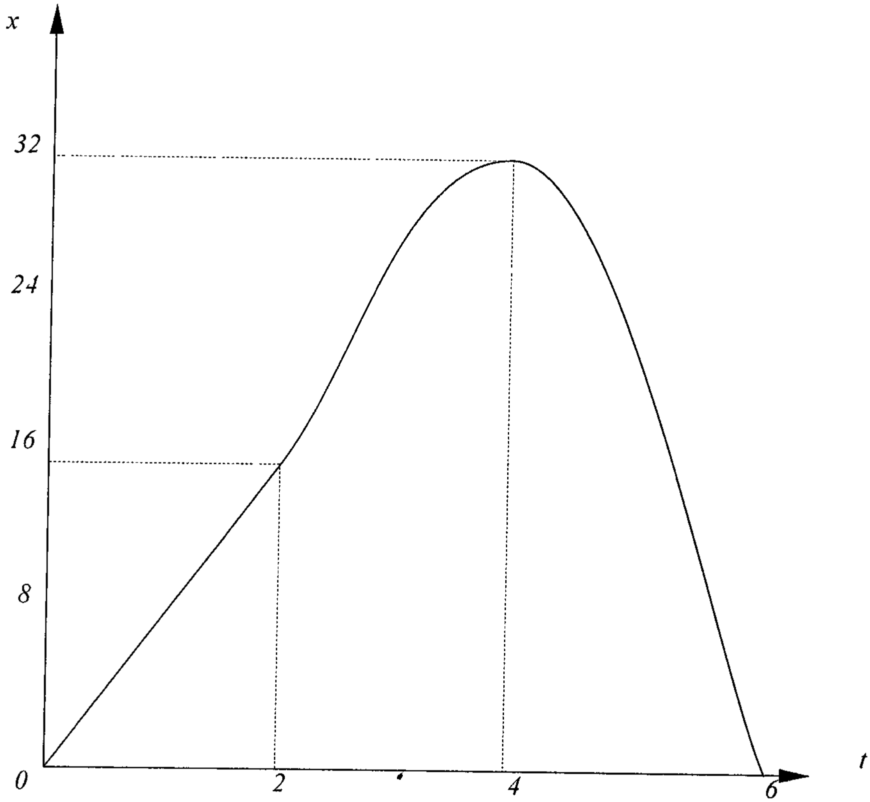
Sebuah partikel yang bergerak lurus dengan posisi yang berubah terhadap waktu, menurut persamaan :

$$X = 6\ t^2 - t^3.$$

Tentukan persamaan yang menunjukkan kecepatan dan percepatan partikel sebagai fungsi waktu, serta gambarkan grafik yang menyatakan posisi, kecepatan dan percepatan partikel sebagai fungsi waktu.

Penyelesaian :

Grafik pergerakan partikel adalah sebagai berikut :



Gambar 2.4. Gerak Partikel

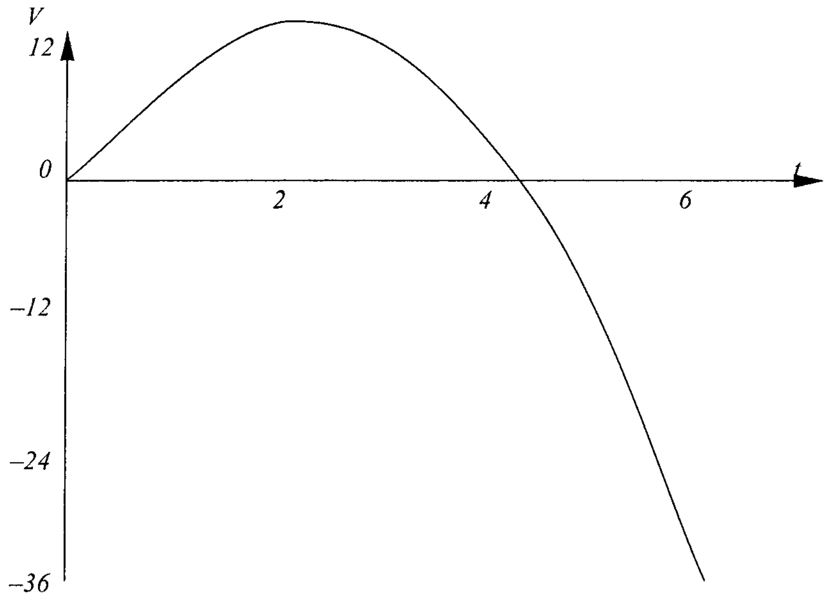
Dimana :

$$X = 6\ t^2 - t^3.$$

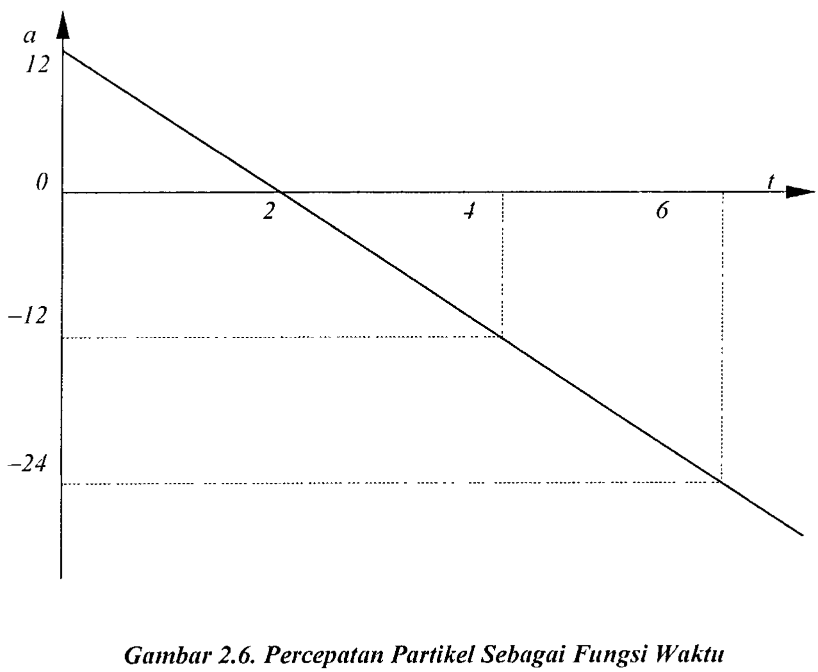
$$V = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = 12t - 3t^2$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \ddot{x} = 12 - 6t$$

Sedangkan grafik posisi kecepatan dan percepatan partikel sebagai fungsi waktu, adalah seperti gambar berikut :



Gambar 2.5. Kecepatan Partikel Sebagai Fungsi Waktu



Gambar 2.6. Percepatan Partikel Sebagai Fungsi Waktu

2.1. MENENTUKAN GERAKAN PARTIKEL

Pada mata kuliah kinematika teknik, kita telah mempelajari gerak partikel, dimana posisi partikel dinyatakan sebagai fungsi waktu. Dalam beberapa hal, sering dijumpai bahwa gerakan partikel ditentukan oleh type percepatannya. Misal pada gerak jatuh bebas, percepatannya konstan, sama seperti percepatan gravitasi *(g)*. Gerak partikel di bawah pengaruh gaya pegas, percepatannya tergantung regangan pegas (posisi), dan sebagainya.

Ditinjau dari type percepatannya, ada tiga macam type gerakan partikel, yaitu :

2.2.1. Percepatan Sebagai Fungsi Waktu

Persamaan percepatan adalah :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a.\ dt$$

dengan memasukkan harga $a = f(t)$, maka :

$$dv = f(t)\ dt$$

Bila pada saat $t = 0$, harga $v = v_0$ dan $t = 1$, harga $v = v(t)$, maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut :

$$\int_{V0}^{V(t)} dv = \int_0^t f(t).dt$$

$$v(t) - v_0 = \int_0^t f(t).dt$$

$$v(t) = v_0 + \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2.3)$$

Persamaan 2.3. di atas menyatakan kecepatan partikel sebagai fungsi waktu t. Sedangkan posisi partikel P, ditentukan sebagai berikut :

$$dx = v(t)\ dt$$

Bila x_0 dan $x(t)$ adalah posisi partikel pada saat $t = 0$ dan $t = t$, maka :

$$x(t) - x_0 =$$

$$x(t) = x_0 + \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2.4)$$

2.2.2. Percepatan Sebagai Fungsi Posisi

Dari persamaan percepatan :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a.dx = dv\frac{dx}{dt} = v.dv$$

dengan memasukkan harga $a = f(x)$, maka :

$$f(x).dx = v.dv$$

Apabila x_0 dan v_0 adalah posisi dan kecepatan partikel pada saat $t = 0$, sedangkan pada saat posisi partikel x kecepatannya adalah $v(x)$, maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut :

$$\int_{x0}^{x} f(x).dx = \int_{v0}^{v(x)} v.dv = \frac{v(x)^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

$$v(x)^2 = v_0^2 + 2.\int_{x0}^{x} f(x).dx \quad \text{...} \quad (2.5)$$

Persamaan 2.5. di atas menyatakan kecepatan partikel sebagai fungsi posisi x. Sedangkan dari persamaan :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dt = \frac{dx}{v}$$

dan dimasukkan harga $v = v(x)$ pada persamaan 2.5, maka :

$$dt = \frac{dx}{v(x)}$$

$$\int_0^t dt = \int_{x0}^{x} \frac{dt}{vx}$$

$$t = \int_{x0}^{x} \frac{dx}{dt} \quad \text{...} \quad (2.6)$$

Persamaan 2.6. di atas menyatakan waktu t sebagai fungsi posisi x.

2.2.3. Percepatan Sebagai Fungsi Kecepatan

Persamaan percepatan adalah :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{a}$$

dengan memasukkan harga $a = f(v)$, maka :

$$dt = \frac{dv}{f(v)}$$

Bila pada saat $t = 0$, harga $t = t$, kecepatan partikel adalah v_0 dan v, maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut :

$$\int_0^t dt = \int_{v0}^{v} \frac{dv}{f(v)}$$

$$t = \int_{v0}^{v} \frac{dv}{f(v)} \qquad \text{...} \qquad (2.7)$$

Persamaan 2.7. di atas menyatakan waktu t sebagai fungsi kecepatan v.
Dan dari persamaan :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a.dx = \frac{dv}{dt}dx \;= v.\, dv$$

$$dx = \frac{v.dv}{a}$$

Dengan memasukkan harga $a = f(v)$, maka :

$$dx = \frac{v.dv}{f(v)}$$

Apabila saat $t = 0$, posisi dan kecepatan partikel adalah x_0 dan v_0 , sedangkan v adalah kecepatan partikel pada saat posisinya x, maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut : $\int_{x0}^{x} dx = \int_{v0}^{v} \frac{dv}{f(v)}$

$$x - x_0 = \int_{v0}^{v} \frac{dv}{f(v)}$$

$$x = x_0 + \int_{v0}^{v} \frac{dv}{f(v)} \quad \text{.......} \quad (2.8)$$

Persamaan 2.8 di atas menyatakan posisi partikel P sebagai fungsi kecepatan v.

2.2.4. Gerakan Partikel Dengan Percepatan a = 0

Dari persamaan :

$$a = \frac{dv}{dt} = 0$$

Maka v adalah konstan, sedangkan :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v.dt$$

Bila saat $t = 0$ dan $t = t$, posisi partikel adalah x_0 dan $x(t)$, maka dapat ditulis persamaan sebagai berikut :

$$\int_{x0}^{x(t)} dx = \int_{0}^{t} v.dt = v \int_{0}^{t} dt$$

$$x(t) - x_0 = vt$$

$$x(t) = x_0 + vt \quad \text{.......} \quad (2.9)$$

Persamaan 2.9 tersebut menyatakan posisi x sebagai fungsi waktu t.

2.2.5. Gerakan Partikel Dengan Percepatan Konstan

Dari persamaan :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a.dt$$

Bila saat $t = 0$ dan $t = t$, kecepatan partikel adalah v_0 dan $v(t)$, maka dapat ditulis persamaan sebagai berikut :

$$\int_{v0}^{v(t)} dv = \int_0^t a.dt$$

$$v(t) - v_0 = at$$

$$v(t) = v_0 + at \quad \text{...} \quad (2.10)$$

Dan dari persamaan :

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v.dt = (at + v_0)\, dt$$

Bila saat $t = 0$ dan $t = t$, posisi partikel adalah x_0 dan $x(t)$, maka dapat ditulis persamaan sebagai berikut :

$$\int_0^x dx = \int_0^t (at + v_0).dt$$

$$x - x_0 = \tfrac{1}{2}\, at^2 + v_0 t$$

$$x = \tfrac{1}{2}\, at^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{..} \quad (2.11)$$

Untuk kondisi percepatan konstan ini harga kecepatan v dapat dinyatakan sebagai fungsi posisi x sebagai berikut :

$$a.dx = \quad = v.dv$$

Bila pada saat $t = 0$, posisi dan kecepatan sudut partikel adalah x_0 dan v_0, sedangkan pada saat posisi x kecepatan partikel adalah v, maka dapat dituliskan persamaan sebagai berikut :

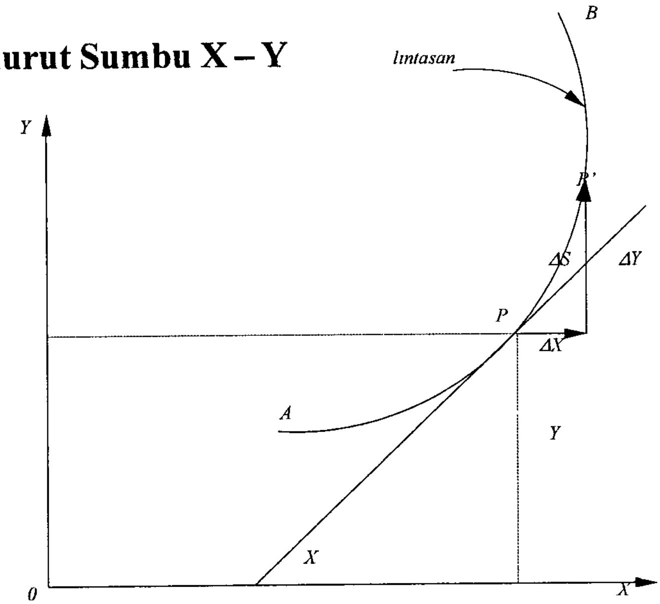
$$a(x - x_0) = \quad \text{...} \quad (2.12)$$

2.3. GERAK PARTIKEL MENURUT SUATU KURVA TERTENTU

Gerak partikel yang membentuk suatu kurva tertentu dapat dianalisa berdasarkan tiga macam sumbu, yaitu :

- Sumbu $x - y$
- Sumbu normal – tangensial
- Sumbu kutub *(polar)*

2.3.1. Menurut Sumbu X – Y



Gambar 2.7 Gerak Partikel Menurut Sumbu X - Y

Dari Gambar 2.7, perhatikan partikel P yang bergerak menurut lintasan AB.

2.3.1.1. Posisi

Posisi adalah lokasi partikel terhadap sistem sumbu. Posisi partikel P dinyatakan dengan $P\ (x,y)$.

2.3.1.2. Lintasan

Lintasan didefinisikan sebagai tempat kedudukan suatu partikel. Pada Gambar 2.7, lintasan partikel P, digambarkan sebagai lintasan AB.

2.3.1.3. Perpindahan

Perpindahan adalah perubahan posisi. Perpindahan adalah besaran vektor, yang dinyatakan dengan :

$$\overline{\Delta S} = \overline{\Delta X} + \overline{\Delta Y}$$

Dimana :

$\overline{\Delta X}$ = perpindahan partikel ke arah x

$\overline{\Delta Y}$ = perpindahan partikel ke arah y

Arah perpindahan selama perpindahan $\overline{\Delta S}$ tidak tetap, karena lintasan partikel berupa lengkungan. Akan tetapi lintasan partikel sesaat dapat ditentukan dengan persamaan sebagai berikut :

$$\varphi = \lim_{\Delta t \to 0} \arc \tan \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \qquad \text{............ (2.13)}$$

2.3.1.4. Kecepatan

Bila $\overline{\Delta t}$ adalah waktu yang diperlukan untuk perpindahan $\overline{\Delta S}$ maka, kecepatan rata – rata partikel selama perpindahan tersebut adalah :

$$\bar{v}_{rata-rata} = \frac{\overline{\Delta S}}{\overline{\Delta t}} = \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta t}} = \frac{\overline{\Delta y}}{\overline{\Delta t}}$$

Sedangkan kecepatan dari partikel dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut

$$\bar{v}_{rata-rata} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{\Delta S}}{\overline{\Delta t}} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta t}} + \frac{\overline{\Delta y}}{\overline{\Delta t}} \right]$$

$$\bar{v} = \frac{\overline{dx}}{\overline{dt}} + \frac{\overline{dy}}{\overline{dt}} = \dot{\bar{x}} + \dot{\bar{y}} \qquad \text{............ (2.14)}$$

Dimana :

$\dot{\bar{x}} = \overline{vx}$ = kecepatan partikel ke arah x

$\dot{\bar{y}} = \overline{vy}$ = kecepatan partikel ke arah y

Sedangkan arah kecepatan sesaat, dapat dicari dengan persamaan sebagai berikut:

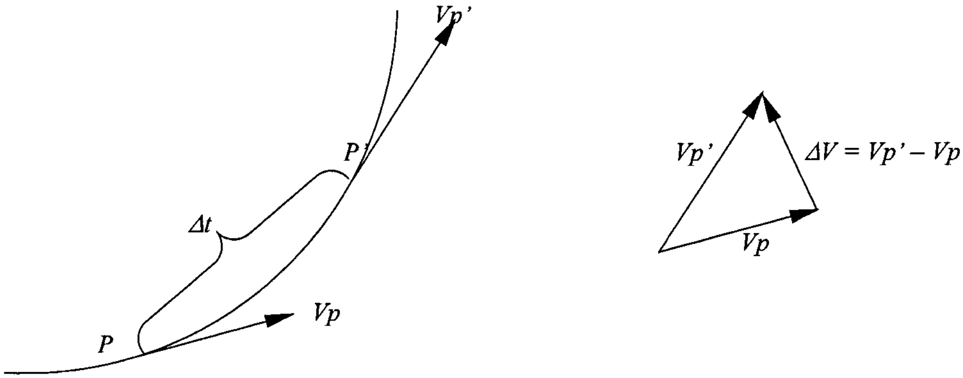
$$\varphi v = \arc \tan \frac{vy}{vx} = \arc \tan \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

$$\varphi v = \frac{dy}{dx} = \varphi$$

Jadi arah kecepatan sesaat sama dengan arah lintasan (lihat persamaan 2.13)

2.3.1.5. Percepatan

Percepatan adalah besaran vektor, yang didefinisikan sebagai perubahan kecepatan dibagi waktu yang diperlukan.



Gambar 2.8. Percepatan Partikel

Pada Gambar 2.8, ΔV adalah perubahan kecepatan selama waktu Δt. Sedangkan percepatan rata – rata partikel adalah :

$$\bar{a}_{rata-rata} = \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t}$$

Sedangkan percepatan sesaat dari partikel dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut :

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{\overline{\Delta vx}}{\Delta t} + \frac{\overline{\Delta vy}}{\Delta t} \right]$$

$$\bar{a} = \frac{\overline{dvx}}{dt} + \frac{\overline{dvy}}{dt} = \bar{\ddot{x}} + \bar{\ddot{y}} \quad \text{...} \quad (2.15)$$

Jadi :

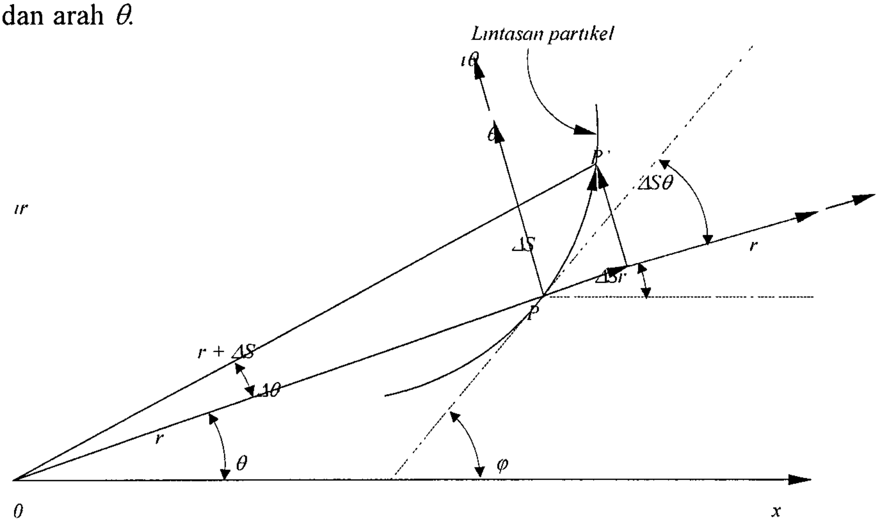
$$\bar{a} = \overline{ax} + \overline{ay} \qquad \overline{ax} = \bar{\ddot{x}} \qquad \overline{ay} = \bar{\ddot{y}}$$

Sedangkan arah percepatan sesaat, dapat dicari dengan persamaan sebagai berikut :

$$\varphi a = arc\ tan \frac{ay}{ax}$$

2.3.2. Menurut Sumbu Polar

Sumbu polar terdiri dari pusat sumbu O dan sebuah sumbu tetap (sumbu x), seperti yang dijelaskan pada Gambar 2.9, sebagai berikut. Dimana gerak partikel ditentukan menurut arah r dan arah θ.



Gambar 2.9. Gerak Partikel Menurut Sumbu Polar

2.3.2.1. Perpindahan

Dari persamaan :

$$\overline{\Delta S} = \overline{\Delta S_r} + \overline{\Delta S_\theta}$$

Bila $\overline{r} = r.\overline{i_r}$, maka $\overline{\dot{\Delta S_r}} = r.\overline{i_r}$

Untuk sudut $\Delta\theta$ kecil, berlaku :

$$\overline{\Delta S_\theta} = (r + \Delta r)\Delta\theta.\overline{i_\theta}$$

Jadi :

$$\overline{\Delta S} = \Delta r.\overline{i_r} + (r + \Delta r)\Delta\theta.\overline{i_\theta}$$

Sehingga lintasan partikel sesaat dapat dicari dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\varphi = \theta + \lambda = \theta + \lim_{\Delta t \to 0} arc\ tan \frac{\overline{\Delta S_\theta}}{\overline{\Delta S_r}}$$

$$\varphi = \theta + \lim_{\Delta t \to 0} arc\ tan \frac{r\Delta\theta + \Delta r\Delta\theta}{\Delta r}$$

$$\varphi = \theta + arc\ tan\frac{r.d\theta + dr.d\theta}{dr}$$

Dimana harga $dr.d\theta \approx 0$, maka :

$$\varphi = \theta + arc\ tan\frac{r.d\theta}{dr} \quad \text{.......................................} \quad (2.16)$$

2.3.2.2. Kecepatan

Kecepatan sesaat partikel, dapat dicari dari persamaan berikut:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{\Delta S}}{\overline{\Delta t}} = \lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{\Delta r.\overline{ir}}{\Delta t} + \frac{r.\Delta\theta}{\Delta t} i_\theta + \frac{\Delta r.\Delta\theta}{\Delta t}\overline{i_\theta}\right]$$

Dimana harga $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r.\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{dr.d\theta}{dt} \approx 0$, maka :

$$v = \frac{dr}{dt}\overline{i_r} + r\frac{d\theta}{dt}\overline{i_\theta}$$, atau :

$$v = \dot{r}.\overline{i_r} + r.\dot{\theta}\overline{i_\theta} \quad \text{.......................................} \quad (2.17)$$

Dimana :

$\dot{r}.\overline{i_r} = \overline{v_r}$ = kecepatan ke arah r

$r.\dot{\theta}\overline{i_\theta} = \overline{v_\theta}$ = kecepatan ke arah θ

2.3.2.3. Percepatan

Percepatan sesaat partikel dihitung dengan mendifferensialkan persamaan kecepatan terhadap waktu, yaitu :

$$\overline{a} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\dot{r}.\overline{i_r} + r.\dot{\theta}\overline{i_\theta}\right]$$

$$\overline{a} = \frac{d\dot{r}}{dt}\overline{i_r} + \dot{r}\frac{d\overline{i_r}}{dt} + \frac{dr}{dt}\dot{\theta}\overline{i_\theta} + r\frac{d\dot{\theta}}{dt}\overline{i_\theta} + r\dot{\theta}\frac{d\overline{i_\theta}}{dt}$$

$$\overline{a} = \ddot{r}\,\overline{i_r} + \dot{r}.\dot{\theta}.\overline{i_\theta} + \dot{r}.\dot{\theta}.\overline{i_\theta} + r.\ddot{\theta}.\overline{i_\theta} - r.\dot{\theta}^2.\overline{i_r}$$

Dengan mengumpulkan untuk arah r dan arah θ, maka diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\bar{a} = \left[\ddot{r} - r.\dot{\theta}^{2}\right]\bar{i_r} + \left[2.\dot{r}.\dot{\theta} + r.\ddot{\theta}\right]\bar{i_\theta} \quad \text{..........} \quad (2.18)$$

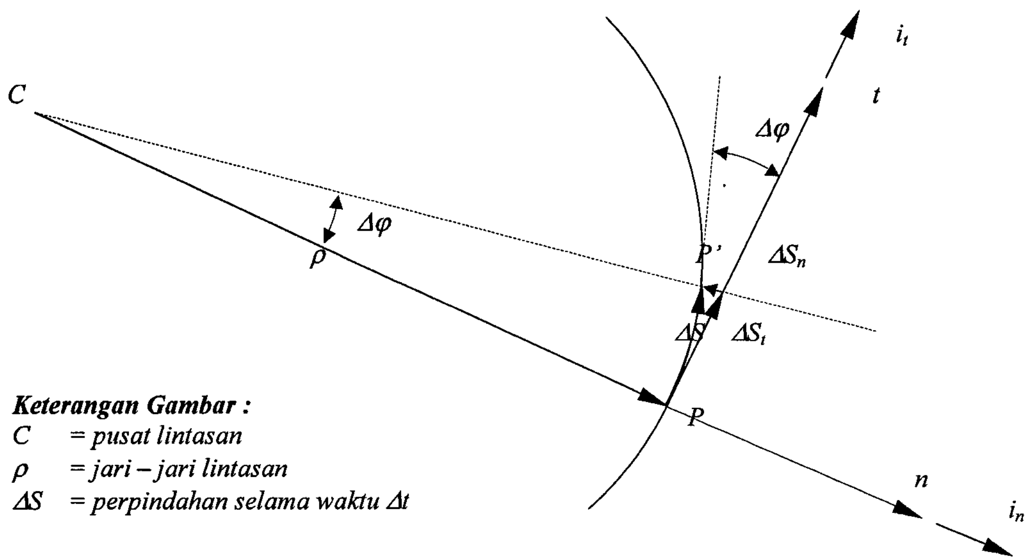
Dimana :

$$\bar{a_r} = \left[\ddot{r} - r.\dot{\theta}^{2}\right]\bar{i_r} = \text{percepatan ke arah } r$$

$$\bar{a_\theta} = \left[2.\dot{r}.\dot{\theta} + r.\ddot{\theta}\right]\bar{i_\theta} = \text{percepatan ke arah } \theta$$

2.3.3. Menurut Sumbu Normal Tangensial

Sistem sumbu ini terdiri dari sumbu normal, yang didapatkan dengan menghubungkan pusat lintasan C, dengan partikel P, dan sumbu tangensial yang tegak lurus sumbu normal melalui P. Seperti yang terlihat pada Gambar 2.10, sebagai berikut.



Keterangan Gambar :
C = pusat lintasan
ρ = jari – jari lintasan
ΔS = perpindahan selama waktu Δt

Gambar 2.10. Gerak Partikel Menurut Sumbu Normal Tangensial

2.3.3.1. Perpindahan

Dari persamaan :

$$\overline{\Delta S} = \overline{\Delta S_t} + \overline{\Delta S_n} = \rho.\Delta\varphi.\overline{i_t} - \Delta S.\Delta\varphi.\overline{i_n}$$

Untuk waktu Δt kecil sekali, maka harga $\Delta S.\Delta\varphi \approx 0$, sehingga :

$$\overline{\Delta S} = \rho.\Delta\varphi.\overline{i_t}$$

Dengan arah lintasan partikel sesaat sama dengan arah vektor satuan i_t.

2.3.3.2. Kecepatan

Kecepatan sesaat partikel, dapat dicari dengan persamaan berikut:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \rho\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\overline{i_t} = \rho\frac{d\varphi}{dt}\overline{i_t}$$

$$v = \rho.\dot{\varphi}.\overline{i_t} = \rho.\omega.\overline{i_t} \quad \text{...} \quad (2.19)$$

Dimana :

ω = kecepatan sudut vektor ρ

Sedangkan arah kecepatan sesaat adalah sama dengan lintasan, yaitu sesuai dengan arah i_t.

2.3.3.3. Percepatan

Percepatan sesaat partikel dihitung dengan mendifferensialkan persamaan kecepatan terhadap waktu, yaitu :

$$\overline{a} = \frac{d\overline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\rho.\omega.\overline{i_t}\right]$$

$$\overline{a} = \frac{d\rho}{dt}\omega.\overline{i_t} + \rho\frac{d\omega}{dt}\overline{i_t} + \rho.\omega\frac{d\overline{i_t}}{dt}$$

$$\overline{a} = \dot{\rho}\,\omega.\overline{i_t} + \rho.\alpha.\overline{i_t} - \rho.\omega^2.\overline{i_r}$$

$$\overline{a} = \left[\dot{\rho}\,\omega + \rho.\alpha\right]\overline{i_t} - \rho.\omega^2.\overline{i_r} \quad \text{..} \quad (2.20)$$

Dimana :

α = percepatan sudut vektor

$\overline{a_t} = \left[\dot{\rho}\,\omega + \rho.\alpha\right]\overline{i_t}$ = percepatan arah tangensial

$\overline{a_r} = -\rho.\omega^2.\overline{i_r} = -\dfrac{v^2}{\rho}\overline{i_r}$ = percepatan arah normal

2.4. SOAL – SOAL LATIHAN

1. Suatu benda dilemparkan vertikal ke atas dengan kecepatan awal v_0 = *10 m/det*, dari suatu tempat yang berada pada ketinggian Y_0 = *20 m* dari tanah. Tentukan :

   a. Kecepatan dan posisi benda terhadap tanah sebagai fungsi waktu *t*.

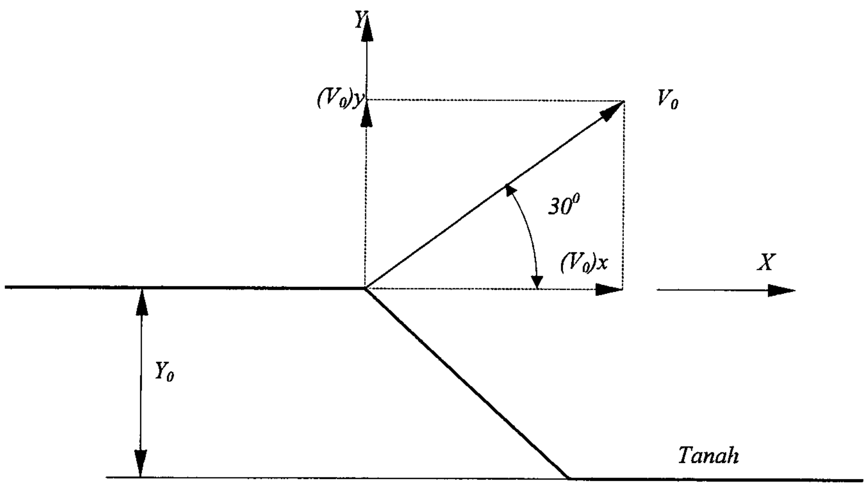
   b. Ketinggian maksimum terhadap tanah, yang dapat dicapai benda tersebut.

   c. Kecepatan benda ketika jatuh di tanah.

2. Suatu peluru ditembakkan dari ketinggian Y_0 = *–150 m*, di atas tanah, dengan kecepatan awal v_0 = *180 m/det* (lihat Gambar 2.11 di bawah). Bila tempat penembakan dipilih sebagai pusat sumbu, tentukan :

   a. Jarak horizontal yang dicapai ketika peluru mengenai tanah.

   b. Ketinggian maksimum terhadap tanah yang dicapai peluru.



Gambar 2.11. Soal Latihan No. 2

3. Suatu piston dapat bergerak dalam suatu silinder dengan percepatan $a = -kv$, dimana k adalah konstanta dan v adalah kecepatan. Bila piston diberi kecepatan awal v_0, maka tentukan :

a. Kecepatan piston v sebagai fungsi waktu t.

b. Posisi piston x sebagai fungsi waktu t, dengan mengambil $x_0 = 0$.

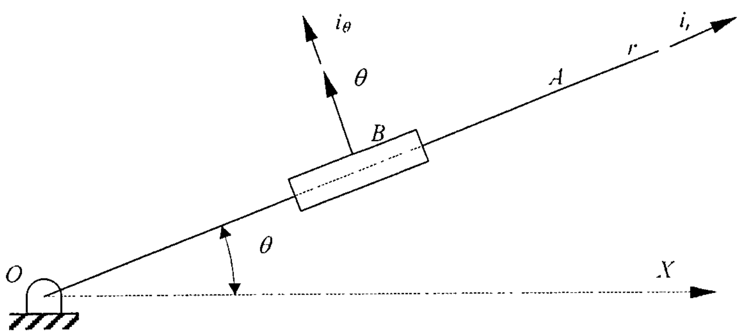
c. Kecepatan piston v sebagai fungsi posisi x.

4. Batang *OA* berputar terhadap *O*, menurut persamaan $\theta = 0,15\ t^2$, sedangkan slider *B* meluncur sepanjang batang *OA* menurut persamaan $r = 0,9 - 0,12\ t^2$, (lihat Gambar 2.12 di bawah), dimana θ dalam *radian*, r dalam *meter* dan t dalam *detik*. Setelah batang berputar $\theta = 30^0$, tentukan :

a. Kecepatan total slider.

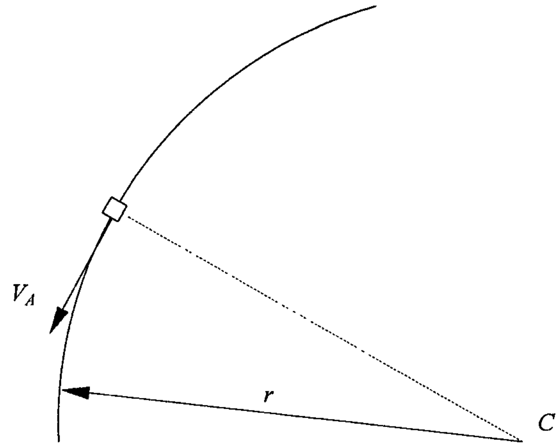
b. Percepatan total slider.

c. Percepatan slider relative terhadap batang.



Gambar 2.12. Soal Latihan No. 4

5. Suatu mobil matahari lintasan yang berupa busur lingkaran dengan jari – jari sebesar $r = 2500\,ft$. Mobil tersebut mempunyai kecepatan $V_A = 88\ ft/det$. Ketika mobil direm sehingga kecepatannya berkurang dengan perlambatan yang tetap. Setelah *8 detik* kecepatan mobil menjadi $V_A' = 66\ ft/det$. (lihat Gambar 2.13 di bawah). Hitunglah perlambatan mobil tersebut ketika pertama kali direm.



Gambar 2.13 Soal Latihan No.5

6. Suatu benda dilemparkan vertikal ke atas dengan kecepatan awal $v_0 = 25\ m/det$, dari suatu tempat yang berada pada ketinggian $Y_0 = 10\ m$ dari tanah. Tentukan :

   a. Kecepatan dan posisi benda terhadap tanah sebagai fungsi waktu t.

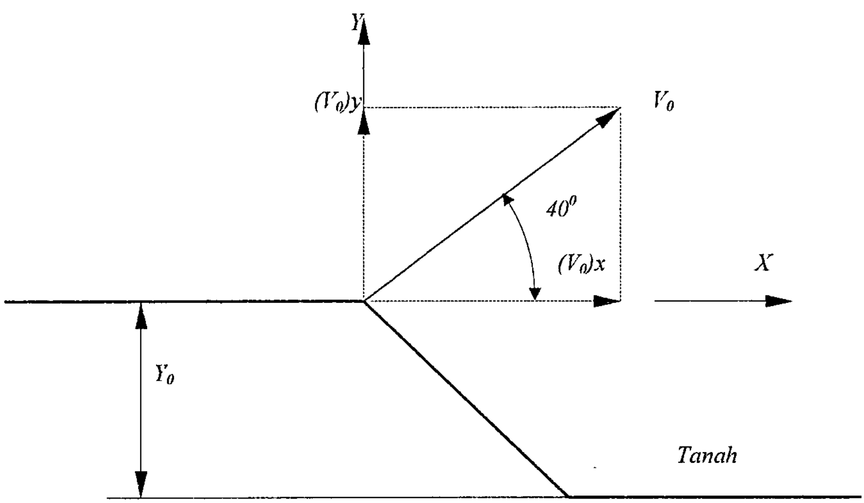
   b. Ketinggian maksimum terhadap tanah, yang dapat dicapai benda tersebut.

   c. Kecepatan benda ketika jatuh di tanah.

7. Suatu peluru ditembakkan dari ketinggian $Y_0 = -15\ m$, di atas tanah, dengan kecepatan awal $v_0 = 250\ m/det$ (lihat Gambar 2.14 di bawah). Bila tempat penembakan dipilih sebagai pusat sumbu, tentukan :

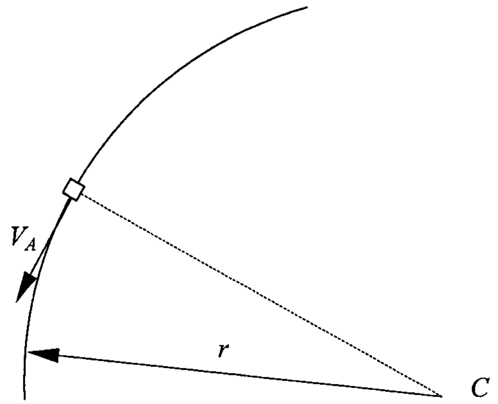
   a. Jarak horizontal yang dicapai ketika peluru mengenai tanah.

   b. Ketinggian maksimum terhadap tanah yang dicapai peluru.



Gambar 2.14 Soal Latihan No.7

8. Suatu mobil matahari lintasan yang berupa busur lingkaran dengan jari – jari sebesar $r = 8000\ ft$. Mobil tersebut mempunyai kecepatan $V_A = 150\ ft/detik$. Ketika mobil direm sehingga kecepatannya berkurang dengan perlambatan yang tetap. Setelah *10 detik* kecepatan mobil menjadi $V_A' = 75\ ft/detik$. (lihat Gambar 2.15, di belakang). Hitunglah perlambatan mobil tersebut ketika pertama kali direm.



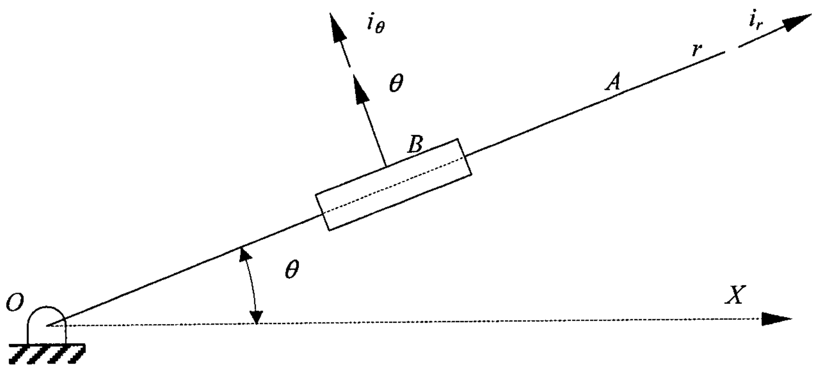
Gambar 2.15 Soal Latihan No.8

9. Batang *OA* berputar terhadap *O*, menurut persamaan $\theta = 0,5\ t^2$, sedangkan *slider B* meluncur sepanjang batang *OA* menurut persamaan $r = 0,9 + 0,25\ t^2$, (lihat Gambar 2.16 di bawah), dimana θ dalam *radian*, *r* dalam meter dan *t* dalam *detik*. Setelah batang berputar sejauh $\theta = 45^0$, tentukan :

a. Kecepatan total *slider*.

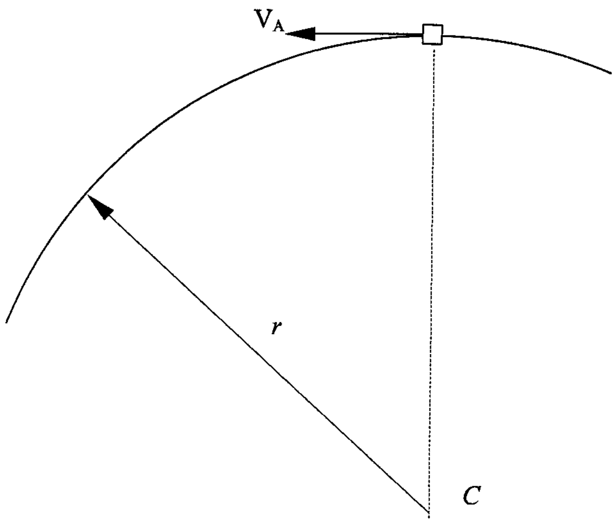
b. Percepatan total *slider*.

c. Percepatan *slider* relative terhadap batang.



Gambar 2.16 Soal Latihan No.9

10. Suatu mobil matahari lintasan yang berupa busur lingkaran dengan jari – jari sebesar $r = 25\ m$. Mobil tersebut mempunyai kecepatan $V_A = 70\ m/detik$. Ketika mobil direm, sehingga kecepatannya berkurang dengan perlambatan yang tetap. Setelah *5 detik* kecepatan mobil menjadi $V_A' = 15\ m/detik$. (lihat Gambar 2.17 di bawah). Hitunglah perlambatan mobil tersebut ketika pertama kali direm.



Gambar 2.17 Soal Latihan No.10

11. Lintasan sebuah partikel dinyatakan dengan persamaan :

    $x = 0{,}5\ t^2 - 0{,}01t$ *dan* $y = 5 - 0{,}4t$

    Pertanyaan :
    a. Turunkan persamaan komponen *kecepatan* dan *percepatan*.
    b. Hitung *radius of curvature* lintasan pada saat $t = 2$ dan $t = 4$ *detik*.

12. Sebuah partikel bergerak menurut spiral logaritmis dengan persamaan :

    $r = 10.e^{0{,}02\theta}$

    Kecepatan partikel ini tetap *10 cm/detik*

    Pertanyaan :
    a. Hitung *radius of curvature* pada saat $\theta = 50\ rad.$
    b. Tentukan *percepatan* dan *arahnya* terhadap *arah vektor radius*.

13. Diketahui sebuah *slider crank mechanism* dengan persamaan *percepatan slidernya* adalah sebagai berikut.

    $a = r\omega^2\ (\cos\ \omega r + 1/n\ \cos\ 2\omega r)$

Dimana :

r = panjang crank

n = perbandingan panjang *connecting rod* dengan *crank*

ω = kecepatan sudut crank

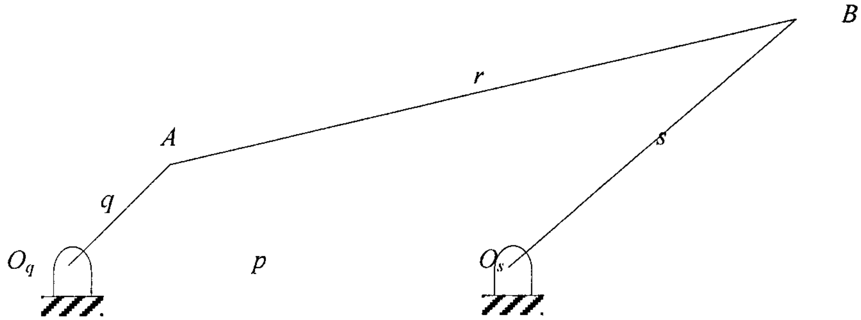
Pertanyaan :

a. Tentukan *persamaan kecepatan slider* dan *perpindahannya* berdasarkan harga batas $v_0 = 0$ *dan* $x_0 = 0$

b. Tentukan *waktu, kecepatan* dan *percepatan slider bila perpindahan slider* = *7,5 cm* dan harga-harga : $r = 12$ *cm*, $\omega = 12$ *rad/detik*, $n = 4$.

c. Untuk *soal b*, tentukan *kecepatan* dan *percepatan maksimal slider.*

14. Pada Gambar 2.18 di bawah, diketahui panjang $p = 9$ *cm* ; $q = 3$ *cm* ; $r = 13{,}5$ *cm* ; $s = 8$ *cm*; $\omega = 15$ *rad/ det (ccw).*



Gambar 2.18. Soal Latihan No. 14

Pertanyaan :

a. Tentukan *kecepatan* dan a_t *titik B* pada soal di atas.

b. Hitung *percepatan normal B* dan tentukan *arah percepatan* serta *kecepatan* terhadap *garis* O_sO_q.

15. Sebuah batang berlubang, berputar terhadap *pusat putaran 0 dengan kecepatan sudut konstan = 1,2 rad/sec ccw*. Sebuah kelereng diletakkan di dalam lubang batang dan lintasan kelereng akan mengikuti bentuk alur seperti pada Gambar 2.19 di bawah, sehingga lintasan kelereng tersebut menjadi :

$$r = 4{,}25 + \frac{\theta}{\pi}$$

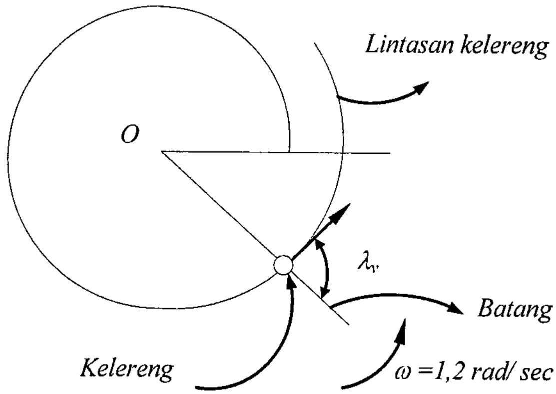
Dimana :

θ diukur dalam *radial.*

Pada saat *jarak kelereng ke 0 = 6 in*, tentukan :

a. Kecepatan kelereng.

b. Percepatan kelereng.



Gambar 2.19. Soal Latihan No. 15

16. Sebuah partikel bergerak menurut spiral logaritmis dengan persamaan :

    $$r = 4{,}25 + \frac{\theta}{\pi}$$

    Kecepatan partikel ini tetap *15 cm/detik*

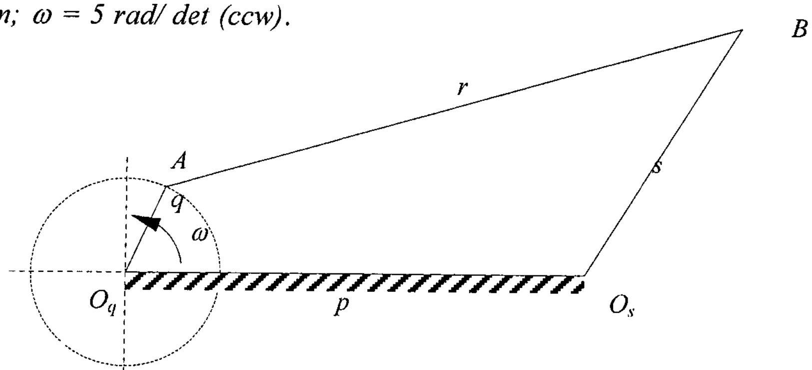
    Pertanyaan :
    a. Hitung *radius of curvature* pada saat $\theta = 45$ *rad.*
    b. Tentukan *percepatan* dan *arahnya* terhadap *arah vektor radius.*

17. Lintasan sebuah partikel dinyatakan dengan persamaan :

    $x = 0{,}25\ t^2 - 0{,}15t$ *dan* $y = 25 + 0{,}5t$

    Pertanyaan :
    a. Turunkan persamaan komponen *kecepatan* dan *percepatan.*
    b. Hitung *radius of curvature* lintasan pada saat $t = 3$ dan $t = 5$ *detik.*

    Pada Gambar 2.20 di bawah, diketahui panjang $p = 12$ *cm;* $q = 2$ *cm;* $r = 15$ *cm;* $s = 7$ *cm;* $\omega = 5$ *rad/ det (ccw).*



Gambar 2.20. Soal Latihan No. 18

Pertanyaan :

a. Tentukan *kecepatan* dan a_t *titik B* pada soal di atas.
b. Hitung *percepatan normal B* dan tentukan *arah percepatan* serta *kecepatan* terhadap *garis* O_sO_q.

19. Sebuah partikel bergerak menurut spiral logaritmis dengan persamaan :

$$r = 9{,}5 + \frac{\theta}{\pi}$$

Kecepatan partikel ini tetap *10 cm/detik*

Pertanyaan :

a. Hitung *radius of curvature* pada saat $\theta = 30\ rad$.
b. Tentukan *percepatan* dan *arahnya* terhadap *arah vektor radius*.

20. Lintasan sebuah partikel dinyatakan dengan persamaan :
$x = t^2 + 0{,}75t \quad dan \quad y = 100 + 0{,}5t$

Pertanyaan :

a. Turunkan persamaan komponen *kecepatan* dan *percepatan*.
b. Hitung *radius of curvature* lintasan pada saat $t = 2$ dan $t = 10$ *detik*.

21. Untuk sebuah *slider crank mechanism* persamaan berikut ini adalah *percepatan slidernya.*

$a = 2r\omega^2 (\cos 2\omega r + 1/n \cos 4\omega r)$

Dimana :

r = panjang crank
n = perbandingan panjang *connecting rod* dengan *crank*
ω = kecepatan sudut crank

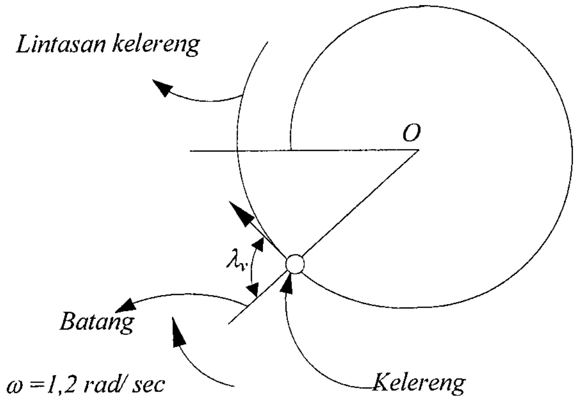
Pertanyaan :

a. Tentukan *persamaan kecepatan slider* dan *perpindahannya* berdasarkan harga batas $v_0 = 0$ *dan* $x_0 = 0$
b. Tentukan *waktu, kecepatan* dan *percepatan slider bila perpindahan slider* = *5 cm* dan harga-harga : $r = 10\ cm$, $\omega = 10\ rad/detik$, $n = 5$.
c. Untuk *soal b*, tentukan *kecepatan* dan *percepatan maksimal slider*.

22. Sebuah batang berlubang, berputar terhadap *pusat putaran 0 dengan kecepatan sudut konstan = 3,5 rad/sec cw*. Sebuah kelereng diletakkan di dalam lubang batang dan lintasan kelereng akan mengikuti bentuk alur seperti pada Gambar 2.21 di bawah, sehingga lintasan kelereng tersebut menjadi :

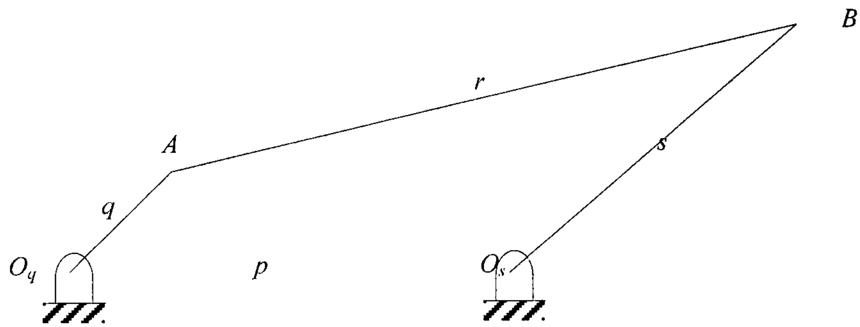
$$r = 7{,}85 + \frac{\theta}{\pi}$$

Dimana :
θ diukur dalam *radial.*
Pada saat *jarak kelereng ke 0 = 20 cm*, tentukan :
a. Kecepatan kelereng.
b. Percepatan kelereng.



Gambar 2.21. Soal Latihan No. 22

23. Pada Gambar 2.22 di bawah, diketahui panjang $p = 5\ in$; $q = 1{,}5\ in$; $r = 7\ in$; $s = 4\ in$; $\omega = 30\ rad/\ det\ (cw)$.



Gambar 2.22. Soal Latihan No. 23

Pertanyaan :
a. Tentukan *kecepatan* dan a_t *titik B* pada soal di atas.
b. Hitung *percepatan normal B* dan tentukan *arah percepatan* serta *kecepatan* terhadap *garis* O_sO_q.

24. Sebuah partikel bergerak menurut spiral logaritmis dengan persamaan :

$r = 10.e^{0,25\theta}$

Kecepatan partikel ini tetap *5 in/detik*

Pertanyaan :

a. Hitung *radius of curvature* pada saat $\theta = 75$ *rad.*

b. Tentukan *percepatan* dan *arahnya* terhadap *arah vektor radius.*

25. Diketahui sebuah *slider crank mechanism* dengan persamaan *percepatan slidernya* adalah sebagai berikut.

$a = 2r\omega^2 (\sin \omega r + 1/n \sin 3\omega r)$

Dimana :

r = panjang crank

n = perbandingan panjang *connecting rod* dengan *crank*

ω = kecepatan sudut crank

Pertanyaan :

a. Tentukan *persamaan kecepatan slider* dan *perpindahannya* berdasarkan harga batas $v_0 = 0$ *dan* $x_0 = 0$

b. Tentukan *waktu, kecepatan* dan *percepatan slider bila perpindahan slider* = *3 in* dan harga-harga : $r = 5$ *in,* $\omega = 25$ *rad/detik,* $n = 8$.

c. Untuk *soal b,* tentukan *kecepatan* dan *percepatan maksimal slider.*