



## PRINSIP ENERGI UNTUK PARTIKEL

Prinsip ini efektif sekali untuk menganalisa problem dinamika yang merupakan hubungan dari besaran – besaran gaya, perpindahan dan kecepatan.

### 4.1. KERJA

Kerja adalah besaran skalar yang merupakan hasil kali gaya dengan perpindahan. Gaya yang melakukan kerja, bisa gaya luar yang bekerja pada benda yang kita amati, gaya berat, gaya gesek atau gaya pegas.

Besaran kerja tandanya positif, bila arah gaya yang melakukan kerja dan arah perpindahannya sama, dan tandanya negatif, bila arah gaya berlawanan dengan arah perpindahan.

Apabila kerja total dari gaya – gaya yang bekerja pada suatu partikel tandanya positif, maka partikel tersebut akan mengalami penambahan kecepatan dan bila tandanya negatif, maka akan mengalami pengurangan kecepatan.

#### 4.1.1. Kerja Oleh Gaya

Pada Gambar 4.1, menunjukkan suatu partikel  $P$  yang bergerak dari posisi 1 ke posisi 2 melalui lintasan  $OA$ . Kerja oleh gaya  $\overline{F}$  selama perpindahan partikel sejauh  $\overline{ds}$ ,

didefinisikan sebagai :

$$du = \overline{F} \cdot \overline{ds}$$

atau

$$du = F ds \cos \theta.$$

Dan kerja oleh gaya  $F$  selama perpindahan partikel dari titik 1 sampai 2.

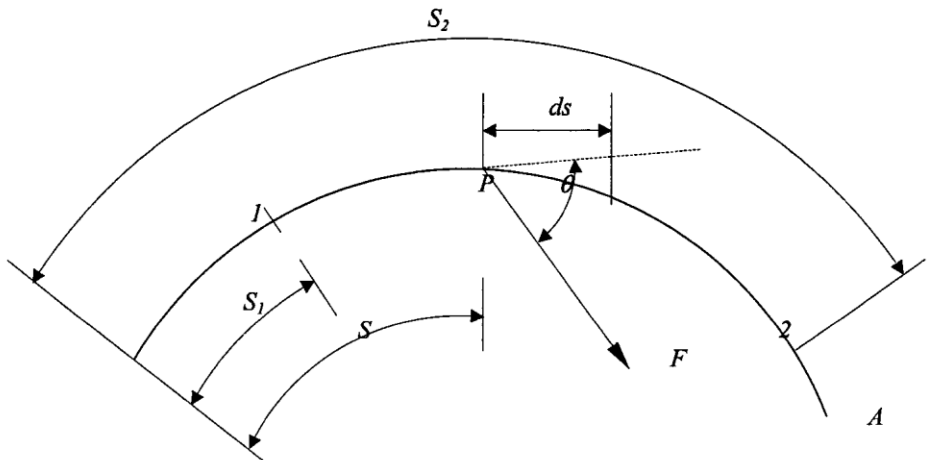
$$U_{1-2} = \int_{s1}^{s2} F \cdot ds \cdot \cos \theta = \int_{s1}^{s2} (F \cdot \cos \theta) \cdot ds$$

Apabila  $F_t =$  komponen gaya  $F$  ke arah tangensial, maka :

$$F_t = F \cos \theta$$

Dan

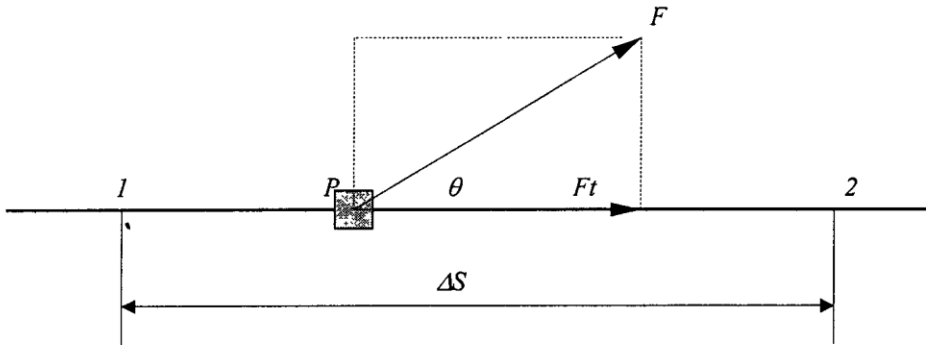
$$\left| U_{1-2} = \int_{s1}^{s2} F_t \cdot ds \right| \dots\dots\dots (4.1)$$



Gambar 4.1. Gerak Partikel Melingkar

Jadi kerja adalah komponen gaya ke arah tangensial (ke arah lintasan), dikalikan perpindahannya.

Sekarang apabila besar dan arah dari gaya  $F$  tetap, sedangkan lintasan partikel lurus, seperti terlihat pada Gambar 4.2, sebagai berikut, maka ini berarti harga  $\theta$  adalah tetap.



Gambar 4.2. Lintasan Partikel Lurus

Kerja oleh gaya  $F$ , adalah perpindahan dari titik 1 sampai titik 2, sehingga berlaku :

$$|U_{1-2} = \int F \cdot \cos \theta \cdot ds = F \cdot \cos \theta \cdot \Delta S| \dots \dots \dots (4.2)$$

Apabila harga  $F$  memiliki besar dan arah tetap, sedangkan lintasannya berupa kurva lengkungan seperti terlihat pada Gambar 4.3, maka kerja gaya oleh gaya  $P$ , selama perpindahan dari titik 1 sampai titik 2, adalah :

$$U_{1-2} = \int_{s1}^{s2} F \cdot \cos \theta \cdot ds = F \cdot \int_{s1}^{s2} ds \cdot \cos \theta$$

dengan harga :

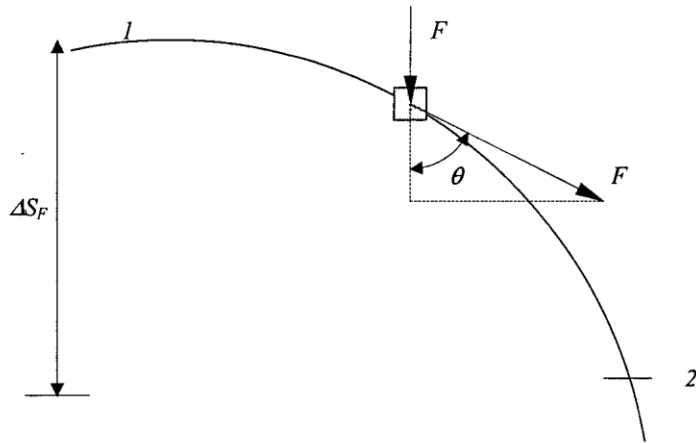
$$\int_{s1}^{s2} ds \cdot \cos \theta = \Delta S_F$$

Dimana :

$\Delta S_F$  = komponen perpindahan ke arah gaya  $F$ .

Jadi :

$$|U_{1-2} = F \cdot \Delta S_F| \dots \dots \dots (4.3)$$



Gambar 4.3. Lintasan Partikel Berupa Kurva Lengkungan

### 4.1.2. Kerja Oleh Gaya Pegas

Sebuah pegas, apabila diregangkan (dikompresikan atau ditarik), akan memberikan reaksi berupa gaya yang akan disebut sebagai gaya pegas. Besarnya gaya pegas tersebut tergantung harga konstanta pegas  $k$ , dan regangan pegas tersebut. Sedangkan arahnya berlawanan dengan arah regangan.

Besarnya gaya pegas didefinisikan sebagai :

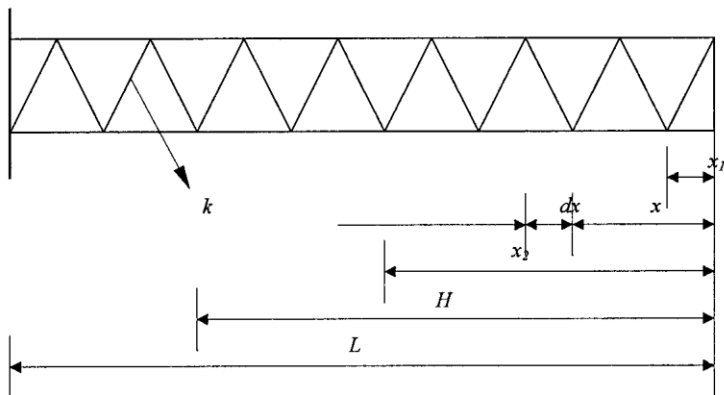
$$|F_k = k \cdot x| \dots\dots\dots (4.4)$$

Dimana :

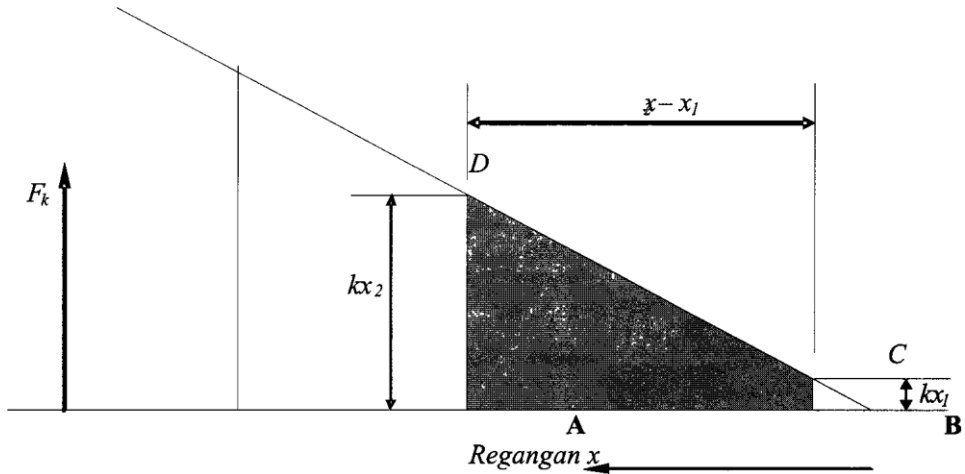
$k$  = konstanta pegas, dengan satuan N/m, lb/in, dan sebagainya.

$x$  = regangan pegas, dengan satuan m, in, dan sebagainya.

Pada Gambar 4.4, di bawah menunjukkan suatu pegas yang diregangkan dari posisi  $x_1$  sampai posisi  $x_2$ . Maka kerja yang dilakukan oleh gaya pegas, dapat dihitung dengan penjelasan sebagai berikut.



Gambar 4.4.a. Skema Konstruksi Pegas



Gambar 4.4.b. Diagram Gaya Pegas

Dimana :

- $k$  = konstantan pegas
- $x$  = regangan atau perpindahan pegas
- $H$  = regangan maksimum pegas
- $L$  = panjang pegas dalam keadaan tidak teregang

Apabila pegas diregangkan sejauh  $x$ , dari posisi bebasnya, maka gaya reaksi pegas, adalah :

$$F_k = - k \cdot x_1$$

Tanda (-) menunjukkan bahwa arah gaya pegas  $F_k$  melawan arah regangan  $x_1$ . Pada perpindahan  $kdx$  yang kecil sekali, (selama waktu  $\Delta t \rightarrow 0$ ), gaya pegas boleh dianggap tetap. Maka kerja oleh gaya pegas selama perpindahan  $dx$ , adalah :

$$du_k = F_k \cdot dx = - k \cdot x \cdot dx$$

Apabila harga  $x$  dijalankan dari  $x_1$  sampai  $x_2$ , maka :

$$\begin{aligned}
 U_k &= \int_{x_1}^{x_2} -k \cdot x \cdot dx \\
 &= -k \cdot \left[ \frac{1}{2} x^2 \right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2)
 \end{aligned}$$

atau

$$\left| U_k = -\left( \frac{1}{2} k \cdot x_2^2 - \frac{1}{2} k \cdot x_1^2 \right) \right| \dots\dots\dots (4.5)$$

Kerja oleh gaya pegas di atas dapat juga dihitung dengan memperhatikan grafik gaya pegas sebagai fungsi regangan, yaitu :

$$U_k = \text{lintasan } A B C D$$

$$= \frac{k \cdot x_2 + k \cdot x_1}{2} (x_2 - x_1)$$

atau

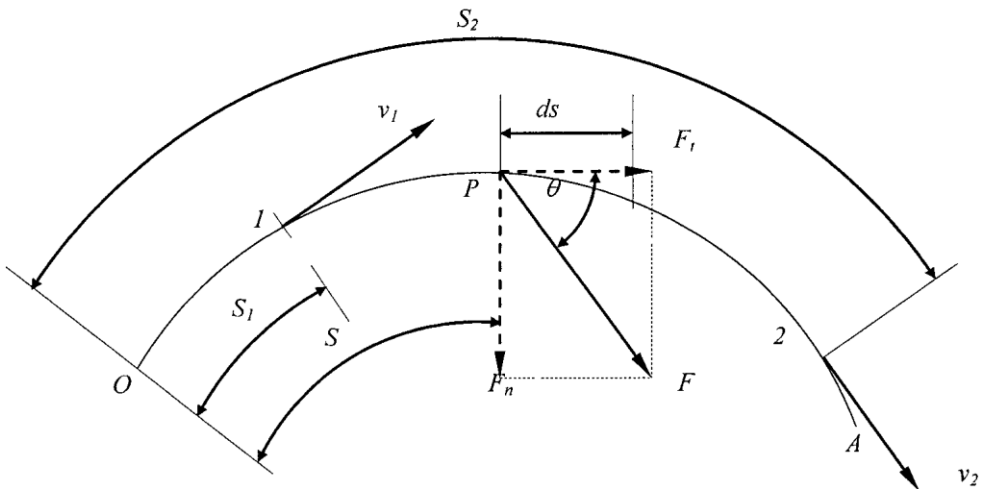
$$U_k = -\left(\frac{1}{2}k \cdot x_2^3 - \frac{1}{2}k \cdot x_1^3\right)$$

## 4.2. PRINSIP KERJA DAN ENERGI

Pada bab terdahulu sudah disinggung, bahwa kerja akan menyebabkan pertambahan atau pengurangan kecepatan.

Bahasan berikut akan menjelaskan hubungan antara kerja dengan perubahan kecepatan, yang dapat dijabarkan dari hukum Newton II.

Pada Gambar 4.5. di bawah, ditunjukkan partikel  $P$  dengan massa  $m$  yang bergerak menurut lintasan  $OA$  yang berupa lengkungan, di bawah pengaruh gaya  $F$ .



Gambar 4.5. Gerak Partikel Menurut Lintasan  $OA$

Dimana :

$v_1$  = kecepatan partikel di titik 1

$v_2$  = kecepatan partikel di titik 2

$F$  = gaya yang bekerja pada partikel selama lintasan dari titik 1 sampai titik 2

$F_t$  = komponen gaya  $F$  ke arah normal

Persamaan Newton II pada arah tangensial untuk partikel  $P$  di atas, adalah sebagai berikut :

$$F_t = m \cdot a_t$$

Dengan mengganti harga  $a_t$  menjadi  $a_t = \frac{dv}{dt}$ , kemudian kalikan ruas kiri dan kanan dengan  $ds$ , maka dapat diperoleh :

$$F_t \cdot ds = m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot ds = m \cdot v \cdot dv \quad \text{atau}$$

$$F_t \cdot ds = d\left(\frac{1}{2} m \cdot v^2\right) \dots\dots\dots (4.6)$$

Dimana :

$F_t \cdot ds$  = kerja oleh gaya  $F$  selama perpindahan partikel sejauh  $ds$

$\frac{1}{2} m v^2$  = energi kinetik partikel massa  $m$  yang bergerak dengan kecepatan  $v$

$d(\frac{1}{2} m v^2)$  = perubahan energi kinetik partikel  $P$ , selama perpindahan  $ds$ , karena kerja oleh gaya  $F_t$ .

Apabila persamaan 4.6, tersebut kita integralkan dari titik 1 sampai titik 2, maka akan diperoleh :

$$\int_1^2 F_t \cdot ds = \int_1^2 d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

$$\int_1^2 F_t \cdot ds = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \text{atau}$$

$$\left| \frac{1}{2} m v_1^2 + \int_1^2 F_t \cdot ds = \frac{1}{2} m v_2^2 \right| \dots\dots\dots (4.7)$$

Dimana harga – harga dari komponen di atas adalah :

$$\int_1^2 F_t \cdot ds = U_{1-2} = \text{kerja oleh gaya } F \text{ pada perpindahan dari titik 1 sampai titik 2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = T_1 = \text{energi kinetik di titik 1}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = T_2 = \text{energi kinetik di titik 2}$$

Dengan memperhatikan notasi pada persamaan 4.7, dapat ditulis persamaan yang lebih sederhana, sebagai berikut :

$$|T_1 + U_{1-2} = T_2| \dots\dots\dots (4.8)$$

Persamaan 4.8 ini dikenal sebagai prinsip kerja dan energi.

### 4.3. ENERGI POTENSIAL

Suatu benda yang berada pada ketinggian tertentu dari suatu referensi (suatu level yang dipilih) dikatakan mempunyai energi relative terhadap referensi tersebut. Energi di atas dinamakan energi potensial.

Apabila benda *A* lebih tinggi posisinya terhadap referensi daripada benda *B*, maka energi potensial benda *A* juga lebih besar daripada energi potensial benda *B*.

Energi potensial di atas dinamakan sebagai energi potensial gravitasi. Di samping energi potensial gravitasi, kita mengenal energi potensial yang dimiliki oleh pegas, yang disebut energi potensial pegas. Dimana besar energi potensial pegas tergantung pada regangannya.

#### 4.3.1. Energi Potensial Gravitasi ( $V_g$ )

Besarnya energi potensial gravitasi ditentukan berdasarkan posisi garis referensi yang dipilih. Dengan memperhatikan Gambar 4.6, dapat diketahui bahwa partikel *W* yang berada pada ketinggian *h* di atas referensi, akan mengalami pertambahan kecepatan, apabila kita biarkan jatuh bebas sampai garis referensi.

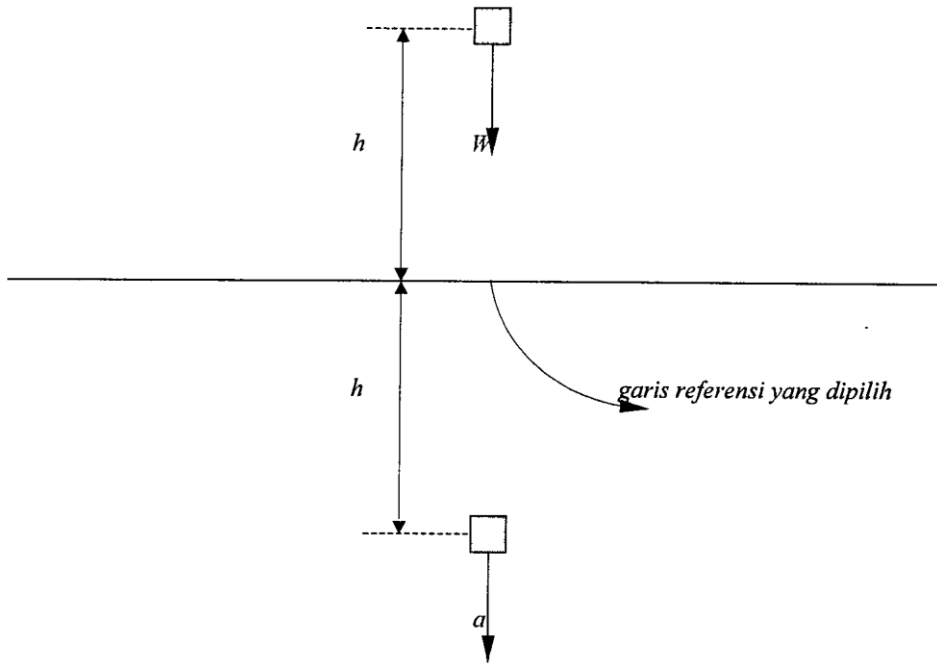
Hal ini dikatakan bahwa partikel *W* mempunyai energi potensial positif relative terhadap referensi.

Besarnya energi potensial partikel *W* relative terhadap garis referensi dinyatakan sebagai :

$$|v_g|_w = W.h \dots\dots\dots (4.9)$$

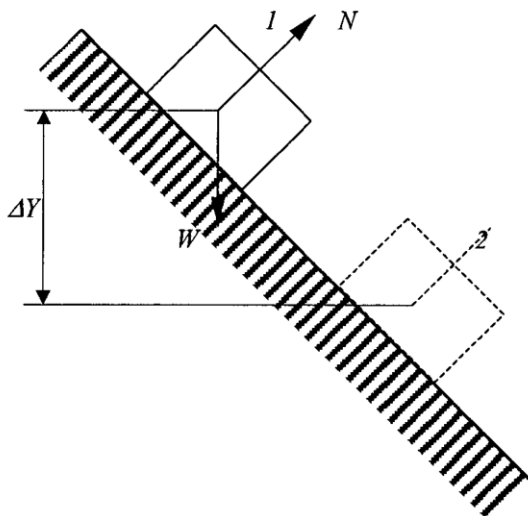
Sedangkan partikel berat yang berada pada jarak *h* di bawah garis referensi tersebut, kecuali padanya diberikan kerja untuk menaikkannya. Hal ini kita katakan bahwa partikel *Q* mempunyai energi potensial negatif, relative terhadap garis referensi, yang dinyatakan sebagai :

$$|v_g|_Q = -Q.h \dots\dots\dots (4.10)$$



**Gambar 4.6. Energi Potensial Gravitasi Partikel  $W$  Jatuh Bebas**

Sekarang perhatikan partikel berat  $W$  yang meluncur tanpa gesekan di atas bidang miring, dari titik 1 ke titik 2, seperti terlihat pada Gambar 4.7, sebagai berikut :



**Gambar 4.7. Energi Potensial Gravitasi Partikel  $W$  Meluncur Tanpa Gesekan**

Sekarang perhatikan partikel berat  $W$  yang meluncur tanpa gesekan di atas bidang miring, dari titik 1 ke titik 2, seperti terlihat pada Gambar 4.7, sebagai berikut :

Gaya berat  $W$  adalah satu – satunya gaya yang melakukan kerja dan tandanya positif, sebesar :

$$U_w = + W \cdot \Delta Y \dots\dots\dots (4.11)$$

Sedangkan perubahan energi potensialnya, dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut :

$$\Delta V_g = -W \cdot \Delta Y \dots\dots\dots (4.12)$$

Dari persamaan 4.11 dan persamaan 4.12, maka dapat disimpulkan, sebagai berikut :

$$U_w = -V_g \dots\dots\dots (4.13)$$

Persamaan 4.13 menyatakan bahwa kerja oleh gaya berat sama dengan harga negatif dari perubahan energi potensialnya.

### 4.3.2. Energi Potensial Pegas ( $V_k$ )

Besarnya energi potensial pegas tergantung regangan pegas tersebut (ditarik atau dikompresikan).

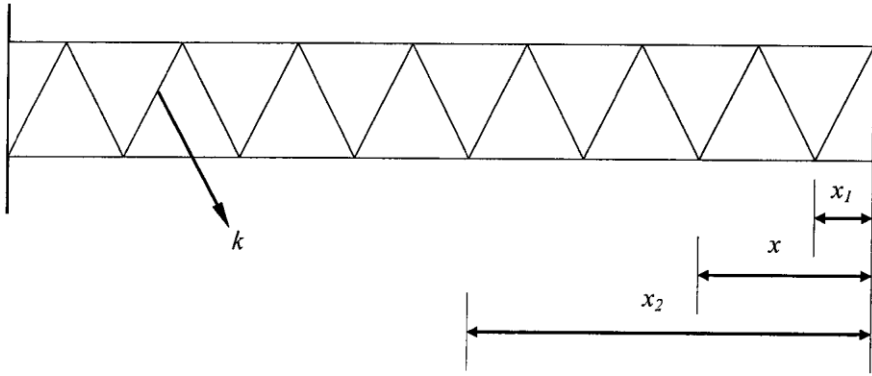
Apabila suatu pegas diregangkan dengan cara ditarik atau diregangkan, kerja yang dilakukan pegas, tersimpan dalam pegas berupa energi potensial yang disebut energi potensial pegas.

Apabila suatu pegas diregangkan sejauh  $x$  (lihat Gambar 4.8), maka energi potensial pegas didefinisikan sebagai berikut :

$$V_k = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \dots\dots\dots (4.14)$$

Dimana :

$k$  = konstanta pegas



Gambar 4.8. Energi Potensial Pegas

Sekarang apabila pegas tersebut diregangkan dari posisi  $x_1$  sampai posisi  $x_2$ , maka perubahan energi potensialnya, adalah sebesar :

$$\Delta V_k = \frac{1}{2}k \cdot x_2^2 - \frac{1}{2}k \cdot x_1^2$$

Sedangkan kerja oleh gaya pegas, apabila diregangkan dari posisi  $x_1$  sampai posisi  $x_2$ , adalah :

$$U_k = -\left(\frac{1}{2}k \cdot x_2^2 - \frac{1}{2}k \cdot x_1^2\right)$$

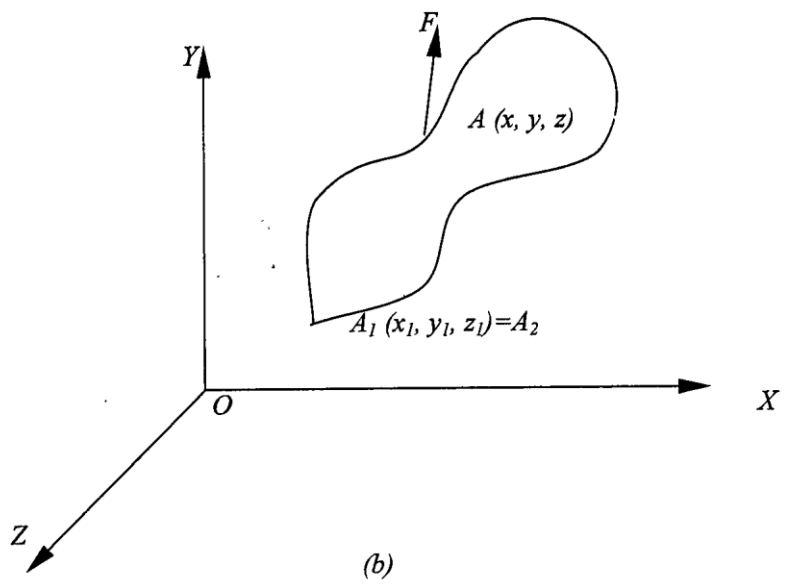
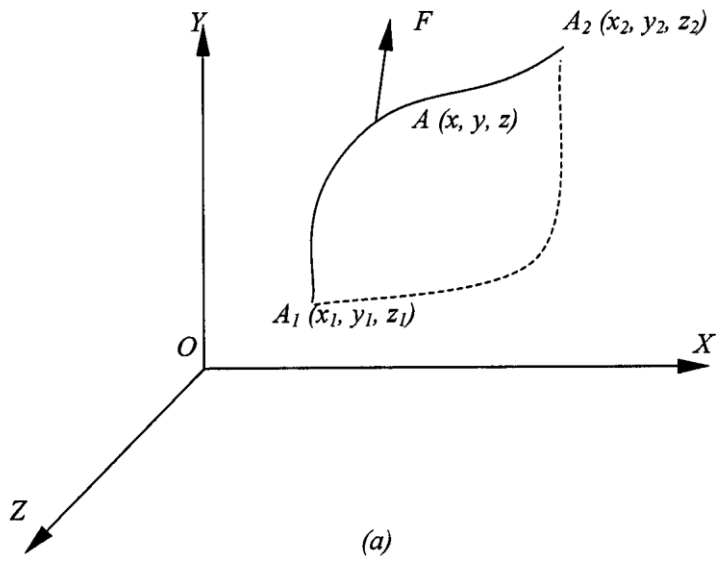
Dari kedua persamaan tersebut di atas, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

$$\Delta U_k = -\Delta V_k \dots\dots\dots(4.15)$$

Jadi, kerja oleh gaya pegas sama dengan harga negatif dari perubahan energi potensialnya.

#### 4.4. GAYA CONSERVATIVE

Gaya  $F$  yang bekerja pada partikel  $A$ , disebut sebagai gaya *conservative*, apabila kerja yang dilakukan oleh gaya tersebut tidak tergantung kepada lintasan  $A$ , tetapi hanya tergantung kepada kondisi awal dan akhir dari  $A$ , pada lintasan tersebut.



**Gambar 4.9. Gaya Yang Bekerja Melalui Lintasan Garis**

Pada Gambar 4.9.a, menunjukkan gaya  $F$  yang bekerja pada partikel  $A$ , melalui lintasan dari titik  $A_1$  ke titik  $A_2$ .

Apabila  $F$  adalah gaya conservative, maka besarnya kerja yang dilakukan pada perpindahan dari  $A_1$  ke  $A_2$  (lihat Gambar 4.9.a), baik melalui lintasan garis yang kontinyu, maupun melalui lintasan garis putus – putus, adalah sama, yaitu :

$$U_{1-2} = V(x_1, y_1, z_1) - (x_2, y_2, z_2) \dots \dots \dots (4.16)$$

atau

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

$V(x, y, z)$  disebut energi potensial atau fungsi potensial dari  $F$ .

Sedangkan pada Gambar 4.9.b, partikel  $A$  melalui lintasan tertutup, dimanan  $A_1$  berimpit dengan  $A_2$ , maka kerja gaya  $F$  sama dengan nol. Kemudian untuk setiap gaya conservative  $F$  dapat ditulis :

$$\oint F \cdot dr = 0 \dots \dots \dots (4.17)$$

Dimana lingkaran pada tanda integral (lihat persamaan 4.17), menunjukkan lintasan tertutup.

Apabila persamaan 4.16 diterapkan untuk lintasan pendek sekali, dari  $A(x, y, z)$  sampai  $A'(x+dx, y+dy, z+dz)$ , maka dapat diperoleh :

$$dU = V(x, y, z) - V(x + dx, y + dy, z + dz)$$

atau

$$dU = -dV(x, y, z) \dots \dots \dots (4.18)$$

Dengan mempertimbangkan bahwa :

$$dU = F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz,$$

maka persamaan 4.18 dapat ditulis menjadi :

$$F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz = - \left( \frac{\partial V}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial V}{\partial z} \cdot dz \right)$$

Dari persamaan ini kita dapatkan :

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}; F_y = \frac{\partial V}{\partial y}; F_z = \frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots \dots (4.19)$$

Persamaan 4.19 dapat ditampilkan lebih jelas, bila kita tulis sebagai berikut :

$$F_x \bar{i} + F_y \bar{j} + F_z \bar{k} = - \left( \frac{\partial V}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \bar{k} \right) \cdot V$$

Dimana :

$$\frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k} = \text{gradien dari fungsi skalar } V.$$

Kemudian untuk setiap gaya conservative, berlaku :

$$F = - \text{grad } V \dots\dots\dots (4.20)$$

Contoh gaya *conservative* yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari – hari adalah gaya berat dan gaya pegas.

#### 4.5. PRINSIP KEKALKAN ENERGI (CONSERVATION OF ENERGY)

Dari persamaan 4.8, dapat ditulis :

$$|T_1 + U_{1-2} = T_2|$$

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$

Untuk gaya – gaya yang *conservative*, berlaku persamaan 4.16, yaitu :

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

Dari kedua persamaan tersebut dapat ditulis :

$$V_1 - V_2 = T_2 - T_1$$

atau

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \dots\dots\dots (4.21)$$

Dimana :

$$V = V_g + V_k$$

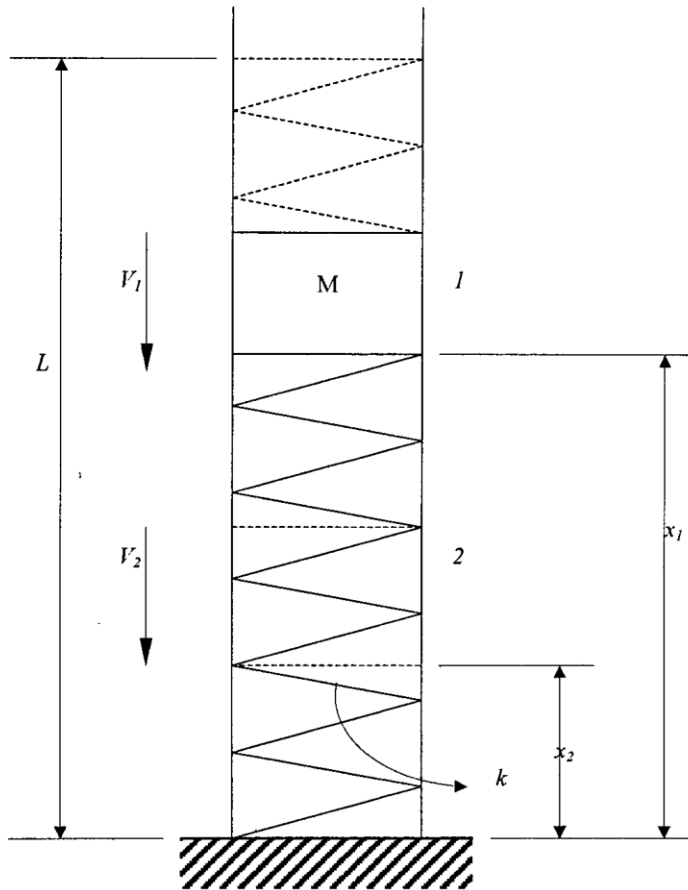
Dengan menggantikan  $T + V = E_{total}$  = energi total, maka persamaan 4.21, berubah menjadi :

$$(E_{total})_1 = (E_{total})_2 = \text{konstan} \dots\dots\dots (4.22)$$

Persamaan 4.22 ini yang kita kenal sebagai Prinsip Kekekalan Energi. Jadi apabila suatu partikel bergerak di bawah pengaruh gaya – gaya *conservative*, maka jumlah dari energi potensial dan energi kinetik selalu tetap.

Prinsip kekekalan energi dapat juga dijabarkan dengan memperhatikan contoh permasalahan berikut :

Suatu blok massa  $m$  yang meluncur dari posisi 1 ke posisi 2 seperti terlihat pada Gambar 4.10, berikut.



Gambar 4.10. Prinsip Kekekalan Energi

Dimana :

$L - X_1 =$  regangan pegas pada posisi 1

$L - X_2 =$  regangan pegas pada posisi 2

$k =$  konstanta pegas

$V_1 =$  kecepatan blok massa saat di posisi 1

$V_2 =$  kecepatan blok massa saat di posisi 2

Sehingga energi kinetik blok massa pada posisi 1 dan posisi 2, adalah sebagai berikut :

$$T_1 = \frac{1}{2} m \cdot V_1^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \cdot V_2^2$$

Sedangkan kerja oleh gaya berat dan gaya pegas, adalah :

$$U_w = W (x_1 - x_2) = m \cdot g \cdot h$$

$$U_k = - [ \frac{1}{2} k (L - x_2)^2 - \frac{1}{2} k (L - x_1)^2 ]$$

---


$$U_{total} = m \cdot g \cdot x_1 - m \cdot g \cdot x_2 - \frac{1}{2} k (L - x_2)^2 + \frac{1}{2} k (L - x_1)^2$$

Sehingga prinsip kerja dan energi dapat dituliskan, sebagai berikut :

$$T_1 + U_{total} = T_2$$

$$T_1 + m \cdot g \cdot x_1 - m \cdot g \cdot x_2 - \frac{1}{2} k (L - x_2)^2 + \frac{1}{2} k (L - x_1)^2 = T_2$$

$$T_1 + m \cdot g \cdot x_1 + \frac{1}{2} k (L - x_1)^2 = T_2 + m \cdot g \cdot x_2 + \frac{1}{2} k (L - x_2)^2 \dots \dots \dots (4.23)$$

Dengan memilih posisi  $x = 0$ , sebagai refferensi, maka berlaku harga – harga berikut :

$$m \cdot g \cdot x_1 = (V_g)_1 = \text{energi potensial gravitasi di posisi 1}$$

$$m \cdot g \cdot x_2 = (V_g)_2 = \text{energi potensial gravitasi di posisi 2}$$

Sedangkan harga – harga yang lain :

$$T_1 \text{ dan } T_2 = \text{energi kinetik blok massa di posisi 1 dan posisi 2}$$

$$\frac{1}{2} k (L - x_1)^2 = (V_k)_1 = \text{energi potensial pegas di posisi 1}$$

$$\frac{1}{2} k (L - x_2)^2 = (V_k)_2 = \text{energi potensial pegas di posisi 2}$$

Dengan memperhatikan harga – harga di atas, maka persamaan 4.23, dapat dituliskan sebagai berikut :

$$T_1 + (V_g)_1 + (V_k)_1 = T_2 + (V_g)_2 + (V_k)_2 \dots \dots \dots (4.24)$$

Persamaan 4.24 menunjukkan energi total di posisi 1, sama dengan energi total di posisi 2.

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa apabila pada sistem tidak ada gaya luar, dan gesekan yang bekerja, maka berlaku prinsip kekekalan energi, yaitu :

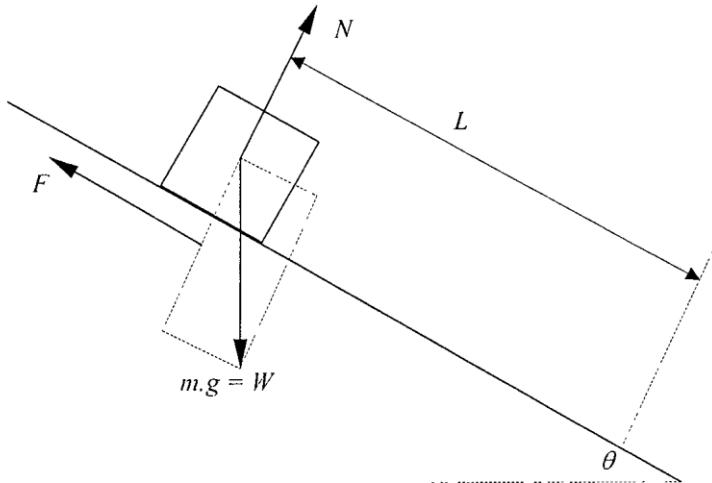
$$(E_{total})_1 = (E_{total})_2 = \text{konstan}$$

## 4.6. CONTOH SOAL

1. Suatu blok massa  $m$  mula – mula ditahan diam di atas bidang miring, dengan sudut kemiringan  $\theta = 30^\circ$ . Kemudian dilepaskan dan meluncur ke bawah di atas permukaan bidang miring tersebut. Koefisien gesek kinetik antara blok dan permukaan bidang miring adalah  $\mu_k = 0,2$ . Bila diketahui percepatan gravitasi adalah  $g = 10 \text{ m/det}^2$ , tentukan :

Massa ( $m$ ) = 4 kg dan

- Kerja sistem setelah blok meluncur sejauh  $L = 4 \text{ m}$ .
- Kecepatan blok setelah meluncur sejauh  $L = 4 \text{ m}$ .



Gambar 4.11. Contoh Soal No. 1

### Penyelesaian :

- Gaya yang bekerja pada blok adalah gaya berat ( $W$ ), gaya normal ( $N$ ) dan gaya gesek ( $f$ ), semuanya mempunyai harga yang konstan, sedangkan partikel lurus. Kerja oleh gaya normal ( $N$ ) = 0, karena komponen gaya normal ke arah perpindahan sama dengan nol. Kerja oleh gaya berat ( $W$ ) dan gaya gesek ( $f$ ) pada perpindahan ( $L$ ), adalah :

$$U_w = W \sin \theta (L) = m.g \sin \theta (L)$$

$$U_f = -F (L) = -\mu_k N (L) \quad +$$

$$U_{\text{sistem}} = U_{\text{total}} = (m.g \sin \theta - \mu_k N) (L) \dots \dots \dots (a)$$

Karena blok tidak bergerak ke arah permukaan bidang miring, maka :

$$N - m.g \cos \theta = 0 \quad \rightarrow N = m.g \cos \theta$$

Masukkan harga  $N$  ke dalam persamaan (a), maka diperoleh :

$$\begin{aligned}
 U_{\text{sistem}} &= (m.g \sin \theta - \mu_k m.g \cos \theta) (L) \\
 &= m.g (\sin \theta - \mu_k \cos \theta) (L) \\
 &= (4).(10).(\sin 30 - 0,2 \cos 30) (4) \\
 &= 160 \text{ N.m} [0,5 - 0,2 (0,8660)] = 160 \text{ N.m}[0,5 - 0,1732] = 160 \text{ N.m}(0,3268) \\
 &= 52,288 \text{ N.m}
 \end{aligned}$$

a. Energi kinetik blok mula – mula,  $T_1 = 0$ .

Bila  $V$  = kecepatan blok setelah menempuh  $L$ , maka energi kinetiknya adalah

$$T_2 = \frac{1}{2} m.v^2$$

Prinsip kerja dan energi untuk kasus ini, adalah :

$$T_1 + U_{\text{sistem}} = T_2$$

$$0 + 52,288 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2 = 0,5 m.v^2$$

$$52,288 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2 = 0,5 (4 \text{ kg}) . v^2$$

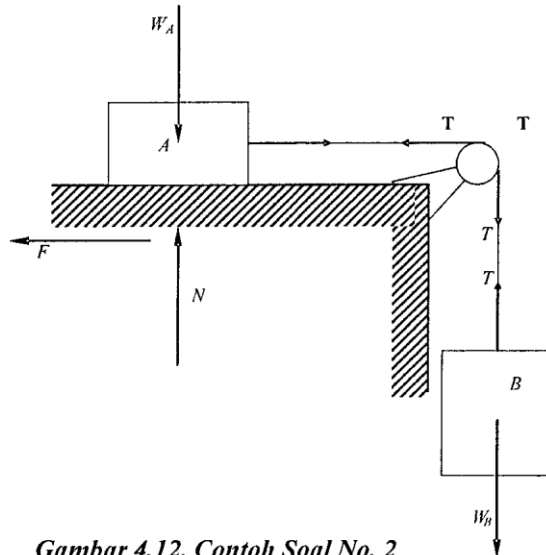
$$v^2 = (52,288 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2 / 2 \text{ kg}) = 26,144 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = (26,144 \text{ m}^2/\text{s}^2)^{0,5} = 5,1131 \text{ m/s}$$

2. Blok  $A$  memiliki berat  $W_A = 4 \text{ lb}$  dan blok  $B$  memiliki berat  $W_B = 10 \text{ lb}$ . Kedua blok dihubungkan dengan tali melalui pulley, seperti terlihat pada Gambar 4.12 di bawah. Abaikan massa tali, massa pulley dan gesekan di pulley. Koefisien gesek kinetik antara blok  $A$  dan bidang horizontal  $\mu_k = 0,2$ . Sistem mula – mula ditahan diam, kemudian dilepaskan. Setelah blok  $B$  turun sejauh  $h = 12 \text{ ft}$ , tentukan :

a. Kerja sistem.

b. Kecepatan blok  $A$  dan blok  $B$ .



Gambar 4.12. Contoh Soal No. 2

**Penyelesaian :**

- a. Perhatikan diagram gaya dari sistem massa dan pulley pada soal di atas. Gaya tegangan tali ( $T$ ), adalah sama sepanjang tali dari blok  $A$  sampai blok  $B$ . Dengan memperhatikan arah gerakan blok  $A$  dan blok  $B$ , maka cukup dipahami, bahwa kerja total oleh gaya tegangan tali sama dengan nol. Kerja oleh gaya normal  $N = 0$ , maka gaya – gaya yang melakukan kerja pada perpindahan sejauh  $h = 12 \text{ ft}$ , hanya gaya berat ( $W_B$ ) dan gaya gesek ( $f$ ). Karena panjang tali dianggap tidak berubah, maka perpindahan blok  $A$  dan blok  $B$  adalah sama. Kerja sistem, adalah :

$$U_{\text{sistem}} = (W_B - F) \cdot h$$

Dimana, harga  $F$  adalah :

$$F = \mu_k \cdot N$$

dengan, harga  $N = W_A$ , maka :

$$U_{\text{sistem}} = (W_B - \mu_k \cdot W_A) \cdot h$$

$$U_{\text{sistem}} = (10 - (0,2 \cdot 4)) \cdot (12) \cdot \text{lb} \cdot \text{ft} = (10 - 0,8) \times 12 \text{ lb} \cdot \text{ft} = 9,2 \times 12 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$U_{\text{sistem}} = 110,4 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

- b. Energi kinetik sistem mula – mula,  $T_1 = 0$ .

Bila  $V$  = kecepatan blok  $A$  dan blok  $B$ , setelah bergerak sejauh  $12 \text{ ft}$ , maka energi kinetiknya adalah :

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W_A + W_B}{g} \cdot v^2$$

Prinsip kerja dan energi pada sistem ini, adalah :

$$T_1 + U_{\text{sistem}} = T_2$$

$$0 + 115,2 \text{ lb} \cdot \text{ft} = \frac{1}{2} \frac{W_A + W_B}{g} \cdot v^2$$

$$v^2 = \frac{(2) \cdot 115,2 \cdot g}{W_A + W_B} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \times 110,4 \text{ lb} \cdot \text{ft} \times 32,174 \text{ ft/s}^2}{(4 + 10) \text{ lb}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 110,4 \text{ lb} \cdot \text{ft} \times 32,174 \text{ ft/s}^2}{(4 + 10) \text{ lb}}}$$

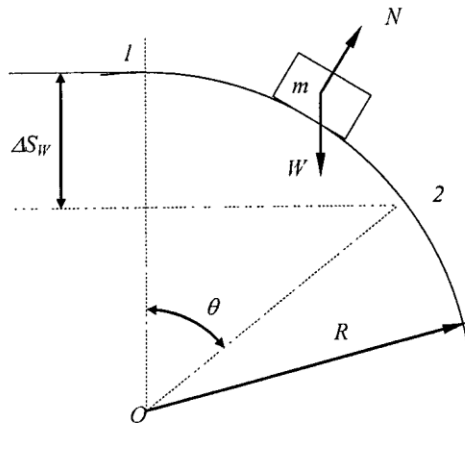
$$= (7104,0192 \text{ lb} \cdot \text{ft}^2/\text{s}^2 / 14 \text{ lb})^{0,5}$$

$$= (507,4299 \text{ ft}^2/\text{s}^2)^{0,5}$$

$$= 22,5262 \text{ ft/s}$$

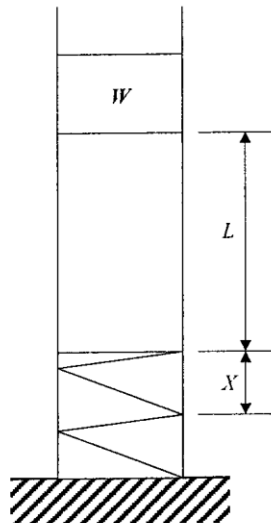
## 4.7. SOAL – SOAL LATIHAN

1. Suatu blok massa meluncur dari keadaan diam di atas permukaan berbentuk lingkaran dengan jari – jari ( $R$ ) dari *posisi 1* ( $\theta=0$ ), seperti terlihat pada Gambar 4.13 di bawah. Tentukan kecepatan blok di *posisi 2* pada saat sudut  $\theta = \theta$ .



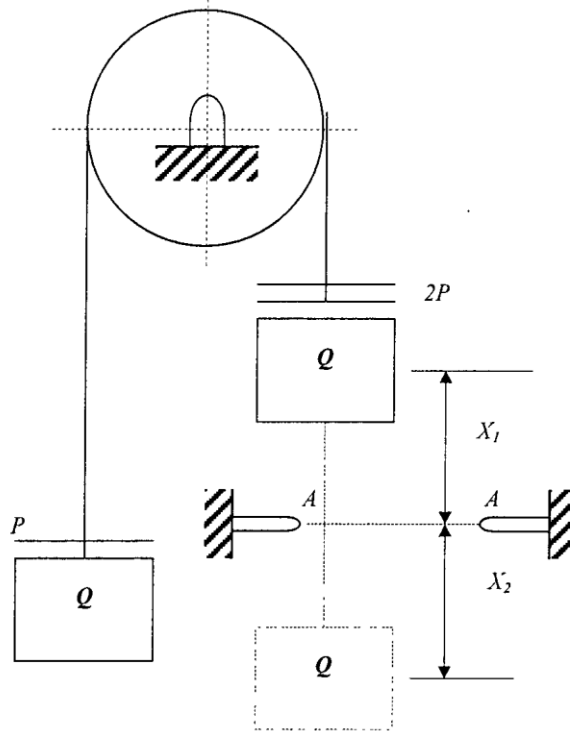
Gambar 4.13. Soal Latihan No. 1

2. Sebuah blok dengan berat  $W$  jatuh bebas dari ketinggian  $L$  di atas suatu pegas yang dipasang dalam keadaan tidak terenggang. Blok tersebut akan menumbuk pegas, dan ternyata defleksi maksimal dari pegas adalah  $x$ , seperti terlihat pada Gambar 4.14 di bawah. Dengan mengabaikan semua gesekan, dan bila diketahui  $W = 40 \text{ N}$ ,  $L = 2 \text{ m}$  dan  $x = 0,2 \text{ m}$ , tentukan konstanta pegas  $k$ .



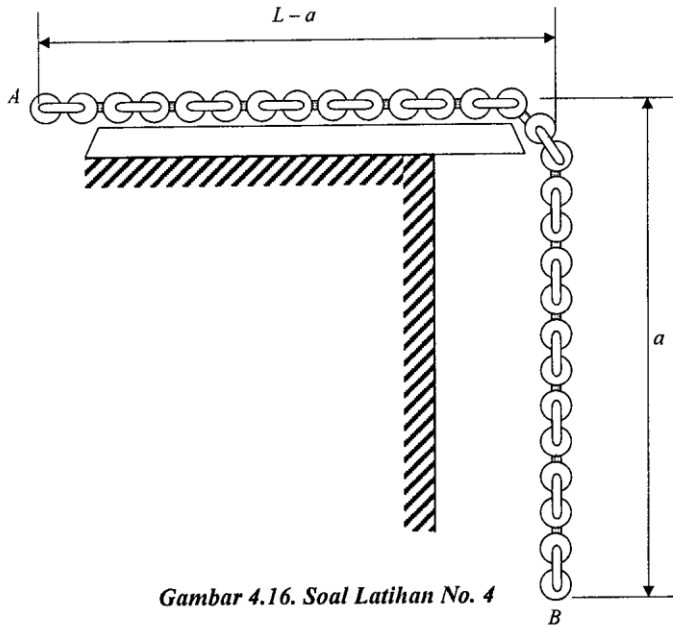
Gambar 4.14. Soal Latihan No. 2

3. Beban  $Q + 2P$  dan  $Q + P$  dihubungkan dengan tali melalui pulley, dengan mengabaikan massa tali, massa pulley dan semua gesekan. Sistem mula – mula ditahan diam pada saat posisinya seperti terlihat pada Gambar 4.15 di bawah, kemudian dilepaskan. Beban  $Q + 2P$  akan jatuh ke bawah dengan dipercepat. Setelah menempuh jarak  $x_1$ , pemberat  $2P$  akan tertinggal di ring pada penampang  $A - A$ , sedangkan sisa beban  $Q$  akan terus turun ke bawah dengan diperlambat. Setelah menempuh jarak  $x_2$ , beban  $Q$  berhenti untuk kemudian bergerak kembali ke atas dengan dipercepat. Setelah melalui penampang  $A - A$ , pemberat  $2P$  terbawa lagi, sehingga sekarang gerakan beban  $Q + 2P$  naik ke atas dengan diperlambat sampai berhenti, setelah menempuh jarak  $x_1$ , untuk kemudian turun lagi dan seterusnya. Tentukan perbandingan  $\frac{x_1}{x_2}$



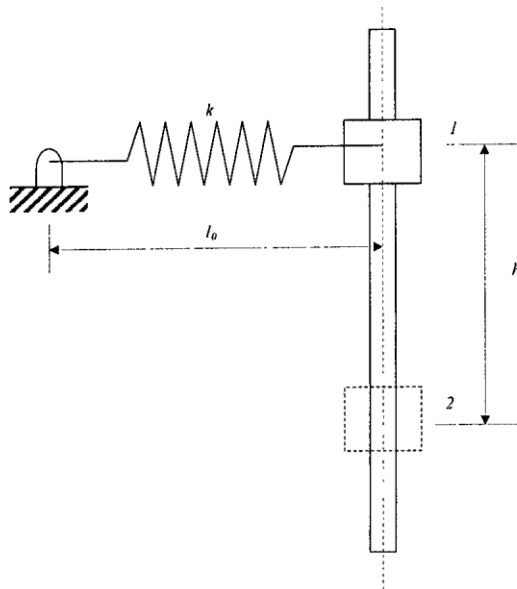
Gambar 4.15. Soal Latihan No. 3

4. Rantai  $AB$  dengan panjang  $L$ , berat setiap satuan panjang  $Q$ , mula – mula ditahan diam dengan posisi seperti terlihat pada Gambar 4.16, di bawah, kemudian dilepas. Dengan mengabaikan semua gesekan, hitung kecepatan rantai ketika ujung rantai  $A$  meninggalkan ujung meja.



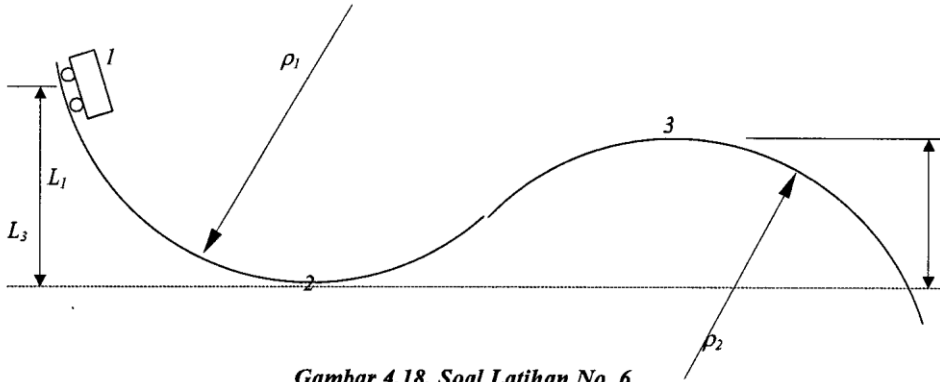
Gambar 4.16. Soal Latihan No. 4

4. Suatu silinder dengan berat  $20 \text{ lb}$ , dapat sliding tanpa gesekan serta panjang batang vertikal seperti pada Gambar 4.17. di bawah. Pegas yang diikat pada silinder tersebut panjangnya  $L_0 = 4 \text{ in}$ , dalam keadaan tidak terenggang dan konstantanya  $k = 3 \text{ lb/in}$ . Silinder tersebut diam pada *posisi 1*, kemudian jatuh vertikal sepanjang batang tersebut. Bila  $L = 8 \text{ in}$ , dan  $h = 6 \text{ in}$ , tentukan kecepatan silinder pada *posisi 2*.



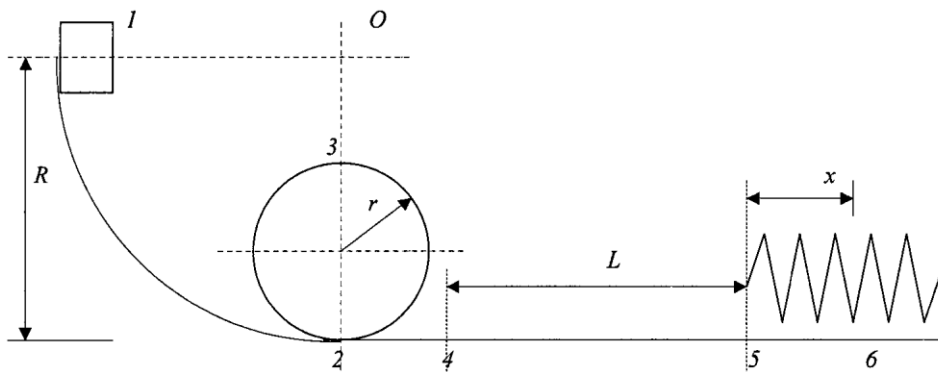
Gambar 4.17. Soal Latihan No. 5

5. Suatu kereta dengan berat  $W = 2000 \text{ lb}$ , mula – mula diam pada *posisi 1*, kemudian meluncur tanpa gesekan melalui *lintasan 1 – 2 – 3*, seperti terlihat pada Gambar 4.18 di bawah. Bila diketahui  $L_1 = 40 \text{ ft}$ ,  $L_3 = 15 \text{ ft}$ ,  $\rho_2 = 20 \text{ ft}$ , tentukan :
- Gaya reaksi normal yang diberikan oleh permukaan, ketika melewati *posisi 2*.
  - Jari – jari  $\rho_3$ , agar kereta tidak terlempar ketika melewati *posisi 3*.



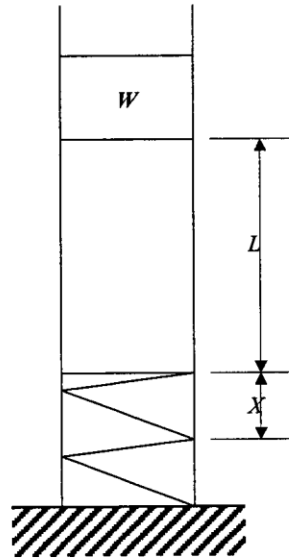
Gambar 4.18. Soal Latihan No. 6

6. Suatu blok (partikel) dengan berat  $W = 8 \text{ kg}$ , meluncur melalui *lintasan 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6*, seperti terlihat pada Gambar 4.19 di bawah. *Lintasan 1 – 2 – 3 – 4* adalah tanpa gesekan, sedangkan pada *lintasan 4 – 5 – 6* terdapat gesekan dengan  $\mu_k = 0,4$ . *Lintasan 1 – 2* berupa  $\frac{1}{4}$  lingkaran dengan jari – jari sebesar  $R = 10 \text{ m}$ . Sedangkan *lintasan 2 – 3* berupa lingkaran penuh dengan *jari – jari*  $r$ . Pegas dipasang dalam keadaan tidak terenggang. Setelah blok mengenai pegas, pegas tersebut mengalami defleksi maksimum sebesar  $x = 0,4 \text{ m}$ . Bila diketahui jarak  $L = 10 \text{ m}$ , tentukan :
- Jari – jari  $r$ , agar blok tidak jatuh sewaktu melewati titik 3.
  - Kecepatan di titik 4.
  - Konstanta pegas  $k$ .



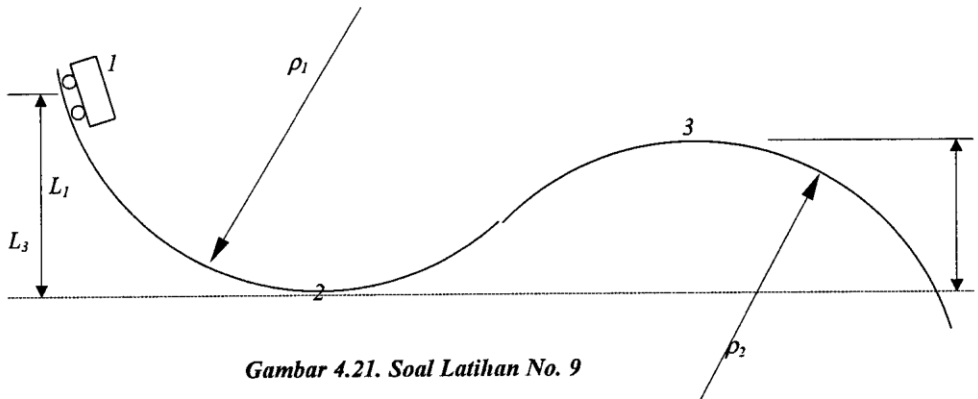
Gambar 4.18. Soal Latihan No. 6

8. Sebuah blok dengan berat  $W$  jatuh bebas dari ketinggian  $L$  di atas suatu pegas yang dipasang dalam keadaan tidak terenggang, seperti terlihat pada Gambar 4.20 di bawah. Blok tersebut akan menumbuk pegas, dan ternyata defleksi maksimal dari pegas adalah  $x$ . Dengan mengabaikan semua gesekan, dan bila diketahui  $W = 25 \text{ N}$ ,  $L = 1 \text{ m}$  dan  $x = 0,1 \text{ m}$ , tentukan konstanta pegas  $k$ .



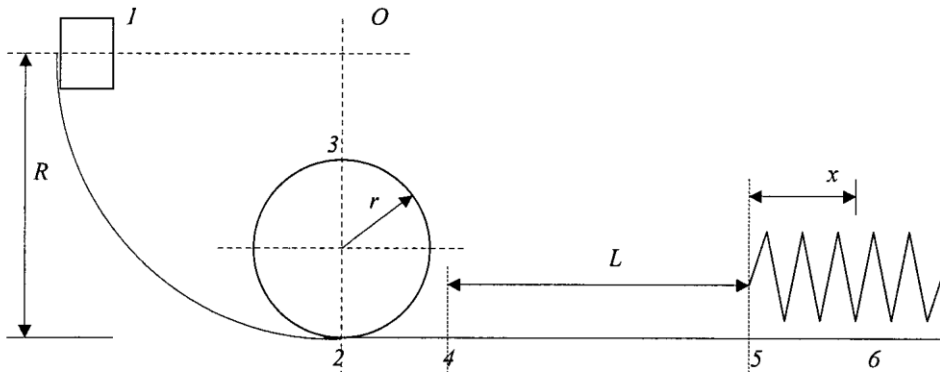
Gambar 4.20. Soal Latihan No. 8

9. Suatu kereta dengan berat  $W = 500 \text{ kg}$ , mula – mula diam pada *posisi 1*, kemudian meluncur tanpa gesekan melalui *lintasan 1 – 2 – 3*, seperti terlihat pada Gambar 4.21 di bawah. Bila diketahui  $L_1 = 20 \text{ m}$ ,  $L_3 = 8 \text{ m}$ ,  $\rho_2 = 10 \text{ m}$ , tentukan :
- Gaya reaksi normal yang diberikan oleh permukaan, ketika melewati *posisi 2*.
  - Jari – jari  $\rho_3$ , agar kereta tidak terlempar ketika melewati *posisi 3*.



Gambar 4.21. Soal Latihan No. 9

10. Suatu blok (partikel) dengan berat  $W = 10 \text{ lb}$ , meluncur melalui lintasan  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6$ , seperti terlihat pada Gambar 4.22 di bawah. Lintasan  $1 - 2 - 3 - 4$  adalah tanpa gesekan, sedangkan pada lintasan  $4 - 5 - 6$  terdapat gesekan dengan  $\mu_k = 0,2$ . Lintasan  $1 - 2$  berupa  $\frac{1}{4}$  lingkaran dengan jari - jari sebesar  $R = 5 \text{ ft}$ . Sedang lintasan  $2 - 3$  berupa lingkaran penuh dengan jari - jari  $r$ . Pegas dipasang dalam keadaan tidak terenggang. Setelah blok mengenai pegas, pegas tersebut mengalami defleksi maksimum sebesar  $x = 0,3 \text{ m}$ . Bila diketahui jarak  $L = 10 \text{ ft}$ , tentukan :
- Jari - jari  $r$ , agar blok tidak jatuh sewaktu melewati titik 3.
  - Kecepatan di titik 4.
  - Konstanta pegas  $k$ .



Gambar 4.22. Soal Latihan No. 10