

# 6

## KINETIK SISTEM PARTIKEL

---

### 6.1. PRINSIP NEWTON UNTUK SISTEM PARTIKEL

Sebelum kita menentukan persamaan Newton II untuk sistem partikel, kita mulai dengan menentukan persamaan Newton II untuk tiap – tiap partikel  $P_i$ , dimana batasan  $i$  adalah :  $1 \leq i \leq n$ .

Dengan memperhatikan suatu partikel, seperti terlihat pada Gambar 6.1. di bawah, di misalkan :

$r_i$  = vektor posisi partikel  $P_i$  terhadap sistem sumbu.

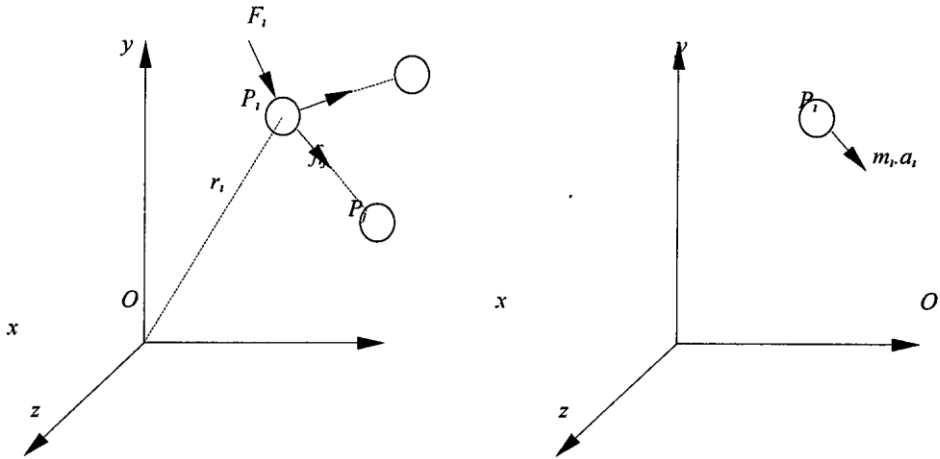
$m_i$  = massa partikel  $P_i$ .

$a_i$  = percepatan partikel  $P_i$ .

$f_{ij}$  = gaya oleh  $P_j$  kepada  $P_i$ .

$\sum_{j=1}^n f_{ij}$  = gaya oleh semua partikel pada  $P_i$ . (dalam hal ini  $f_{ii} = 0$ )

$f^i$  = gaya luar yang bekerja pada partikel  $P_i$ .



**Gambar 6.1. Gaya Efektive Pada Sistem Partikel**

Hukum Newton II untuk partikel  $P_i$ , dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut :

$$\mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n \mathbf{f}_{ij} = m_i \cdot \mathbf{a}_i \dots\dots\dots (6.1)$$

Bila ruas kiri dan ruas kanan dari persamaan 6.1, dikalikan dengan vektor posisi  $\mathbf{r}_i$ , maka diperoleh :

$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij}) = \mathbf{r}_i \times m_i \cdot \mathbf{a}_i \dots\dots\dots (6.2)$$

Jika persamaan 6.1 dan persamaan 6.2 diulang untuk seluruh partikel, maka diperoleh sejumlah  $n$  persamaan 6.1 dan  $n$  persamaan 6.2, dimana  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Hukum Newton II untuk partikel  $P_i$ , dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut :

$$\mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n \mathbf{f}_{ij} = m_i \cdot \mathbf{a}_i \dots\dots\dots (6.1)$$

Bila ruas kiri dan ruas kanan dari persamaan 6.1, dikalikan dengan vektor posisi  $\mathbf{r}_i$ , maka diperoleh :

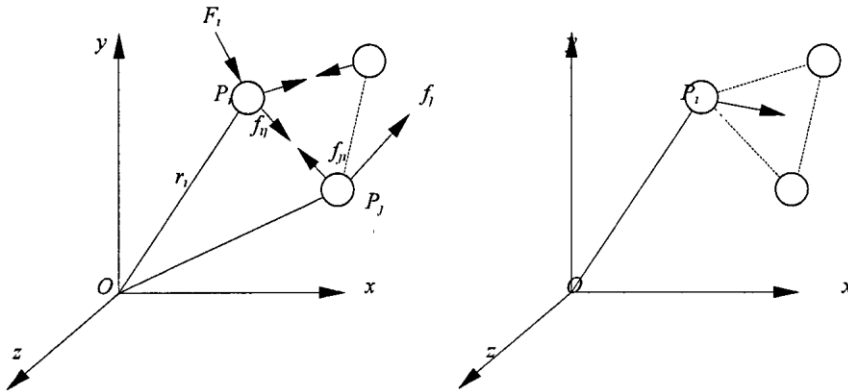
$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij}) = \mathbf{r}_i \times m_i \cdot \mathbf{a}_i \dots\dots\dots (6.2)$$

Jika persamaan 6.1 dan persamaan 6.2 diulang untuk seluruh partikel, maka diperoleh sejumlah  $n$  persamaan 6.1 dan  $n$  persamaan 6.2, dimana  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Vektor  $m_i a_i$  disebut gaya efektif dari partikel  $P_i$ . Persamaan di atas menggambarkan bahwa gaya luar  $f_i$  dan gaya dalam  $f_{ji}$  yang bekerja pada sistem partikel, ekuivalen dengan gaya efektif dari sistem partikel, dimana dalam hal ini berlaku :

$f_{ij}$  = gaya dalam oleh partikel  $P_j$  kepada partikel  $P_i$  .

$f_{ji}$  = gaya dalam oleh partikel  $P_i$  kepada partikel  $P_j$  .



**Gambar 6.2. Gaya Luar dan Gaya Dalam Pada Sistem Partikel**

Gambar 6.2 menunjukkan, bahwa gaya luar dan gaya dalam yang bekerja pada sistem partikel sama dengan sistem gaya efektif.

Berdasarkan hukum Newton III, untuk partikel  $P_i$  dan partikel  $P_j$ , berlaku :

$$f_{ij} + f_{ji} = 0$$

Momen oleh gaya  $f_{ij}$  dan gaya  $f_{ji}$ , terhadap pusat  $O$ , adalah :

$$r_i \times f_{ij} + r_j \times f_{ji} = r_i \times (f_{ij} + f_{ji}) + (r_j - r_i) \times f_{ji} = 0 \quad , \text{ karena}$$

$$f_{ij} + f_{ji} = 0 \quad , \text{ maka : } (r_j - r_i) \times f_{ji} = 0$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa vektor  $(r_j - r_i)$  dan  $f_{ji}$  adalah berimpit.

Apabila kita jumlah semua gaya dalam dan momen oleh gaya dalam terhadap pusat  $O$ , maka diperoleh :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} = 0$$

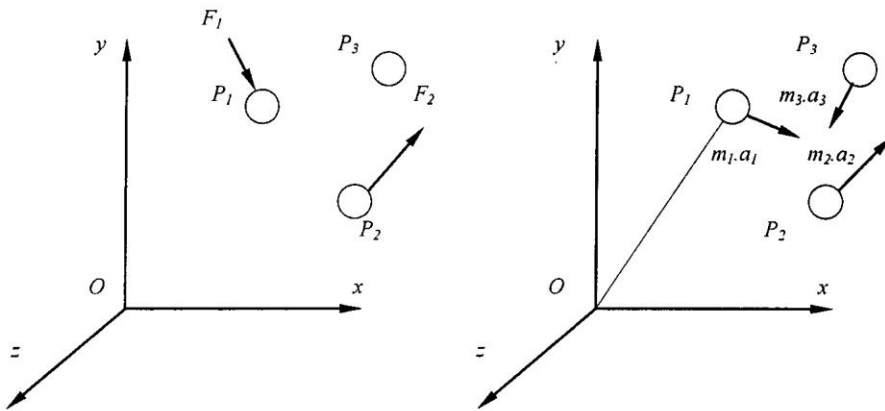
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (r_i \times f_{ij}) = 0 \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

Dengan memasukkan persamaan 6.3 ke dalam persamaan 6.1 dan persamaan 6.2, maka dapat diperoleh :

$$\sum_{i=1}^n F_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot a_i \dots\dots\dots (6.4)$$

$$\sum_{i=1}^n (r_i \times F_i) = \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot a_i) \dots\dots\dots (6.5)$$

Persamaan 6.4 dan persamaan 6.5 menunjukkan bahwa sistem gaya luar yang bekerja pada sistem partikel dan sistem gaya efektif dari partikel, adalah ekuivalen.



*Gambar 6.3. Gaya Luar dan Gaya Efektive Pada Sistem Partikel*

## 6.2. LINIER DAN ANGULAR MOMENTUM SISTEM PARTIKEL

Linier momentum dari sistem partikel dapat dituliskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$L = \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_i \dots\dots\dots (6.6)$$

Sedangkan angular momentum dari sistem partikel terhadap pusat O, adalah sebagai berikut :

$$H_o = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{r}_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot a_i \dots\dots\dots (6.7)$$

Bila persamaan 6.6 dan persamaan 6.7, di atas di defferensialkan terhadap waktu, maka diperoleh :

$$\dot{L} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \cdot a_i \dots\dots\dots (6.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{H}_O &= \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot v_i) + \sum_{i=1}^n \left( r_i \times m_i \cdot \dot{v}_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n (v_i \times m_i \cdot v_i) + \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot a_i) \end{aligned}$$

Dimana harga :  $\sum_{i=1}^n (v_i \times m_i \cdot v_i) = 0$  ,maka :

$$\dot{H}_O = \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot a_i) \dots\dots\dots (6.9)$$

Dengan memasukkan persamaan 6.4 dan persamaan 6.5 ke dalam persamaan 6.8 dan persamaan 6.9, maka dapat diperoleh :

$$\dot{L} = F \dots\dots\dots (6.10)$$

$$\dot{H}_O = M_O \dots\dots\dots (6.11)$$

### 6.3. GERAK DARI PUSAT BERAT SISTEM PARTIKEL

Bila diketahui, bahwa :

$F$  = Vektor posisi dari pusat berat suatu sistem partikel.

$m = \sum_{i=1}^n m_i$  = total massa dari sistem partikel.

$r_i$  = vektor posisi partikel  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ )  
maka berlaku :

$$\bar{m} \cdot \bar{r} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i \dots\dots\dots (6.12)$$

Dengan menggunakan sumbu x, y, z, maka persamaan 6.12 akan berubah menjadi :

$$\bar{m} \cdot \bar{x} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i$$

$$\bar{m} \cdot \bar{y} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot y_i$$

$$\bar{m.z} = \sum_{i=1}^n m_i . z_i$$

Bila persamaan 6.12 di atas, di differensialkan terhadap waktu, maka diperoleh persamaan :

$$\dot{\bar{m.r}} = \sum_{i=1}^n m_i . v_i$$

$$\bar{m.v} = \sum_{i=1}^n m_i . v_i \dots\dots\dots (6.13)$$

Bila  $L$  adalah linier momentum dari sistem, maka :

$$L = \bar{m.v} \dots\dots\dots (6.14)$$

$$\dot{L} = \dot{\bar{m.v}} = \bar{m.a} \dots\dots\dots (6.15)$$

Dan bila diketahui, bahwa :

$$\dot{L} = \sum F \quad , \text{ maka :}$$

$$\sum F = \bar{m.a} \dots\dots\dots (6.16)$$

## 6.4. ANGULAR MOMENTUM SISTEM PARTIKEL TERHADAP PUSAT BERATNYA

Pada Gambar 6.4. di bawah, diketahui :

$O_{xyz}$  = sistem sumbu tetap

$O_{x'y'z'}$  = sistem sumbu yang sistem sumbu tetap dengan pusat di  $G$

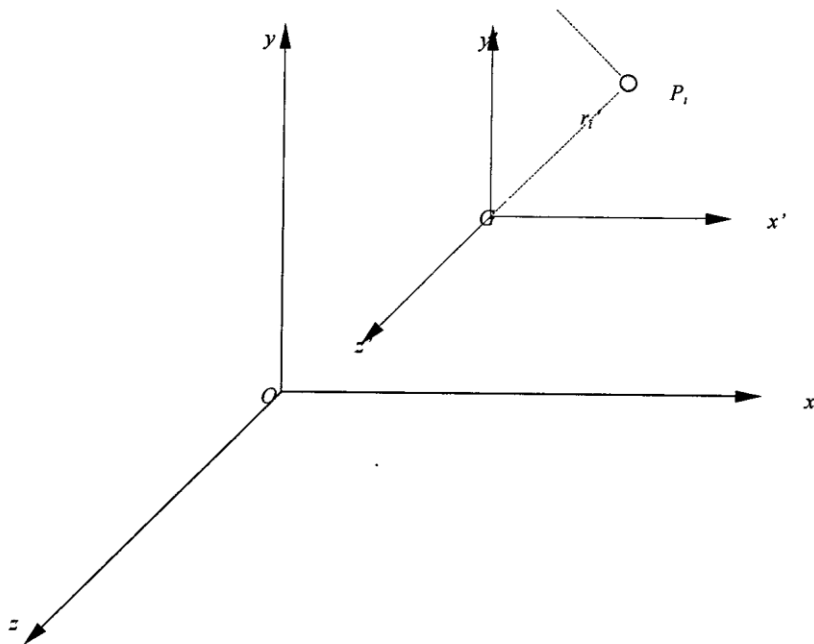
$G$  = pusat berat sistem partikel

$r_i'$  = posisi partikel  $P_i$  terhadap sumbu  $G_{x'y'z'}$

$v_i'$  = kecepatan partikel  $P_i$  terhadap sumbu  $G_{x'y'z'}$

Dimana angular momentum  $HG'$  dari sistem partikel terhadap pusat berat  $G$ , adalah sebagai berikut :

$$HG' = \sum_{i=1}^n (r_i' \times m_i . v_i') \dots\dots\dots (6.17)$$



Gambar 6.4. Angular Momentum Sistem Partikel Terhadap Pusat Berat

Bila persamaan 6.17 di atas, di defferensialkan terhadap waktu, maka diperoleh persamaan :

$$\dot{H}G' = \sum_{i=1}^n (r_i' \times m_i \cdot a_i') \dots\dots\dots (6.18)$$

Dimana :

$a_i'$  = percepatan partikel  $P_i$  relative terhadap sistem sumbu  $G_{x'y'z'}$

Dengan mengetahui, bahwa :

$$a_i = \bar{a} + a_i'$$

Dimana :

$a_i$  = percepatan partikel  $P_i$  relative terhadap sistem sumbu  $O_{xyz}$  .

$\bar{a}$  = percepatan pusat G relative terhadap sistem sumbu  $O_{xyz}$  .

maka persamaan 6.18, berubah menjadi :

$$\dot{H}G' = \sum_{i=1}^n (r_i' \times m_i \cdot a_i') - \left( \sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{r}_i' \right) \times \bar{a}$$

dimana suku kedua dari ruas kiri, harganya adalah :

$$\sum_{i=1}^n m_i \cdot v_i' = m \cdot r_G' = 0$$

$r_G' = 0$ , karena  $G$  adalah pusat berat sistem, maka :

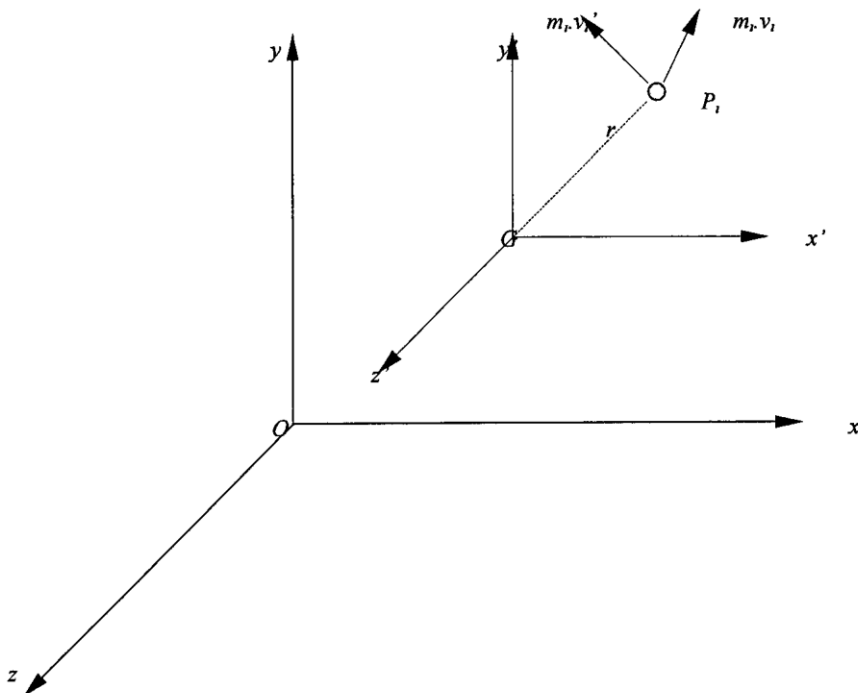
$$\dot{H}G' = \sum_{i=1}^n (r_i' \times m_i \cdot a_i') \dots\dots\dots (6.19)$$

dimana harga :

$$\sum_{i=1}^n (r_i' \times m_i \cdot a_i') = MG \text{ , jadi :}$$

$$\sum MG = \dot{H}G' \dots\dots\dots (6.20)$$

Jadi total momen terhadap pusat  $G$  oleh gaya luar, adalah sama dengan angular momentum terhadap pusat  $G$  dari sistem partikel.



**Gambar 6.5. Gerak Absolut Sistem Partikel Terhadap Pusat Berat**



Dimana :

$v_i'$  = kecepatan partikel  $P_i$  terhadap sistem sumbu  $G_{x'y'z'}$ .

$v_i$  = kecepatan absolut partikel  $P_i$  (relative terhadap  $O_{xyz}$ ).

Angular momentum dari gerakan absolut sistem partikel (gerakan relative terhadap sumbu  $O_{xyz}$ ) terhadap pusat berat  $G$ , adalah :

$$HG = \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot v_i') \dots\dots\dots (6.21)$$

Karena harga :

$$v_i = \bar{v} + v_i'$$

Maka :

$$HG = \left( \sum_{i=1}^n m_i r_i \right) \times \bar{v} + \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot v_i')$$

Dimana harga :

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i' = m \cdot r_B' = 0$$

Sehingga :

$$HG = \sum_{i=1}^n m_i r_i' = m \cdot r_B' = 0$$

$$HG = \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot v_i') = HG' \dots\dots\dots (6.22)$$

Dengan memperhatikan persamaan 6.20 dan persamaan 6.22, dapat diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\sum MG = \dot{HG} \dots\dots\dots (6.23)$$

Berdasarkan analisa di atas, maka angular momentum  $HG$  dapat dihitung dengan menentukan momen terhadap pusat  $G$  dari linier momentum partikel, dengan memperhatikan gerakan relative terhadap sistem sumbu  $O_{xyz}$  atau  $G_{x'y'z'}$ , jadi :

$$HG = \sum_{i=1}^n (r_i \times m_i \cdot v_i') = \sum_{i=1}^n (v_i \times m_i \cdot v_i') \dots\dots\dots (6.24)$$

## 6.5. PRINSIP KEKEKALAN MOMENTUM SISTEM PARTIKEL

Bila tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem partikel, maka ruas kiri dari persamaan 6.10 dan persamaan 6.11, adalah sama dengan nol, dan berlaku :

$$\dot{L} = 0$$

$$\dot{H}_O = 0, \text{ maka :}$$

$$L = \text{konstan}$$

$$H_O = \text{konstan} \dots\dots\dots (6.25)$$

Persamaan 6.25 ini menunjukkan bahwa linier momentum dan angular momentum dari sistem partikel terhadap pusat  $O$  adalah sama dengan nol.

Dengan memperhatikan kecepatan rata – rata pusat berat  $\bar{v}$  dari sistem partikel, maka :

$$L = m \cdot \bar{v}$$

Bila  $L = \text{konstan}$ , maka :

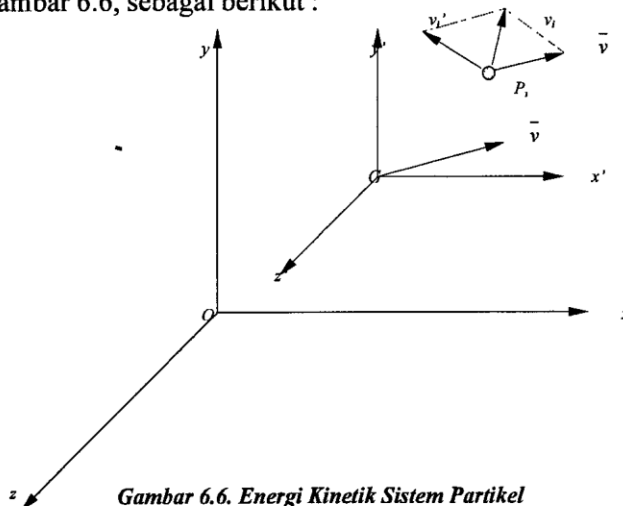
$$\bar{v} = \text{konstan} \dots\dots\dots (6.26)$$

Hal ini berarti bahwa berat sistem partikel bergerak lurus dengan kecepatan konstan. Apabila total momen terhadap pusat berat  $G$ , sama dengan nol, maka persamaan 6.23 menjadi :

$$HG = \text{konstan} \dots\dots\dots (6.27)$$

## 6.6. KINETIK ENERGI DARI SISTEM PARTIKEL

Lihat Gambar 6.6, sebagai berikut :



Gambar 6.6. Energi Kinetik Sistem Partikel

Energi kinetik sistem partikel dapat dituliskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i^2) \quad \dots\dots\dots (6.28)$$

Dengan memperhatikan sumbu gerak  $G_{x'y'z'}$ , dimana  $G$  adalah pusat berat sistem partikel, dapat diketahui bahwa :

$$v_i = \bar{v} + v_i'$$

Maka persamaan 6.28 berubah menjadi :

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \left[ (\bar{v} + v_i')^2 \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i) \bar{v}^2 + \sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i') \bar{v} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i'^2)$$

Dimana suku kedua dari ruas kanan adalah sama dengan nol , maka :

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \cdot v_i'^2 \quad \dots\dots\dots (6.29)$$

## 6.7. PRINSIP IMPULS DAN MOMENTUM UNTUK SISTEM PARTIKEL

Apabila persamaan 6.10 dan persamaan 6.11 diintegrasikan dalam batas  $t_1$  sampai dengan  $t_2$ , maka dapat diperoleh :

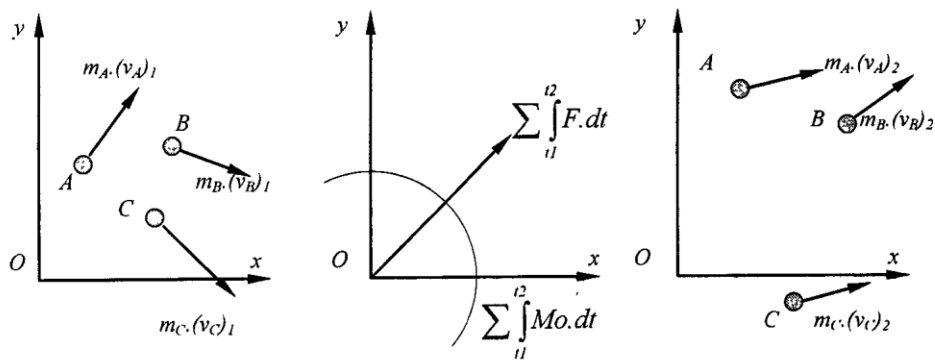
$$\sum_{t1}^{t2} \int F \cdot dt = \int_{L1}^{L2} dL$$

$$\sum_{t1}^{t2} \int Mo \cdot dt = \int_{(Ho)1}^{(Ho)2} d(Ho) \quad \text{atau}$$

$$L_1 + \sum_{t1}^{t2} \int F \cdot dt = L_2 \quad \dots\dots\dots (6.30)$$

$$(Ho)_1 + \sum_{t1}^{t2} \int Mo \cdot dt = (Ho)_2 \quad \dots\dots\dots (6.31)$$

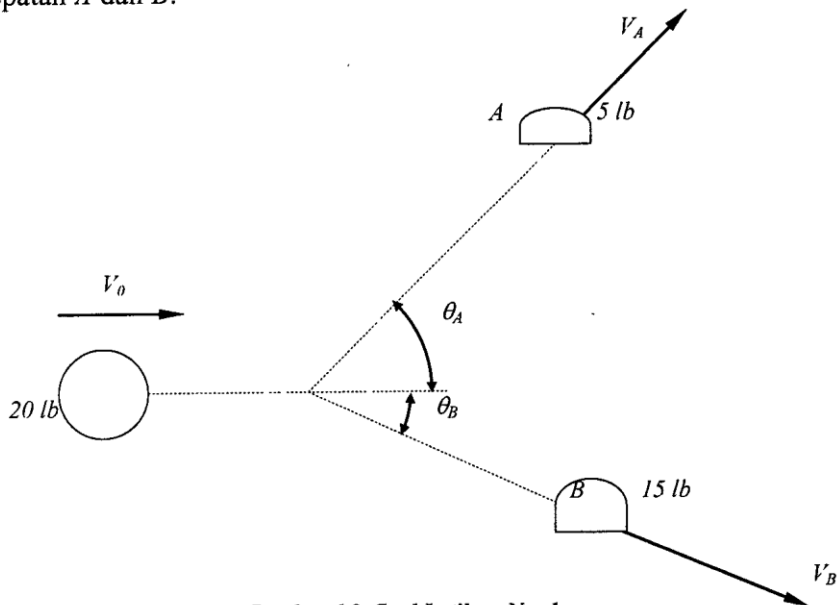
Dimana persamaan 6.30 dan persamaan 6.31 dapat dijelaskan dengan menggunakan Gambar 6.7, sebagai berikut :



Gambar 6.7. Prinsip Impuls dan Momentum Untuk Sistem Partikel

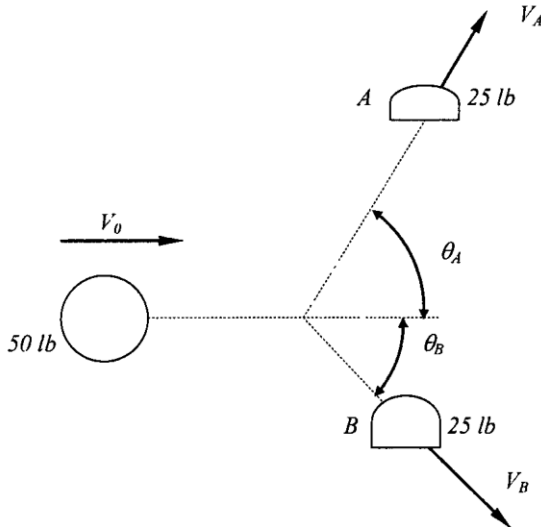
## 6.8. SOAL – SOAL LATIHAN

1. Suatu bola dengan berat  $20 \text{ lb}$  dan kecepatannya  $v_0 = 100 \text{ ft/det}$ . Ketika meledak (pecah) menjadi dua bagian, yaitu *bagian A* dan *bagian B*, yang masing – masing beratnya adalah  $5 \text{ lb}$  dan  $15 \text{ lb}$ . Diketahui bahwa kecepatan *A* dan *B*, seperti terlihat pada Gambar 6.8 di bawah. Dimana  $\theta_A = 45^\circ$  dan  $\theta_B = 30^\circ$ . Hitung kecepatan *A* dan *B*.



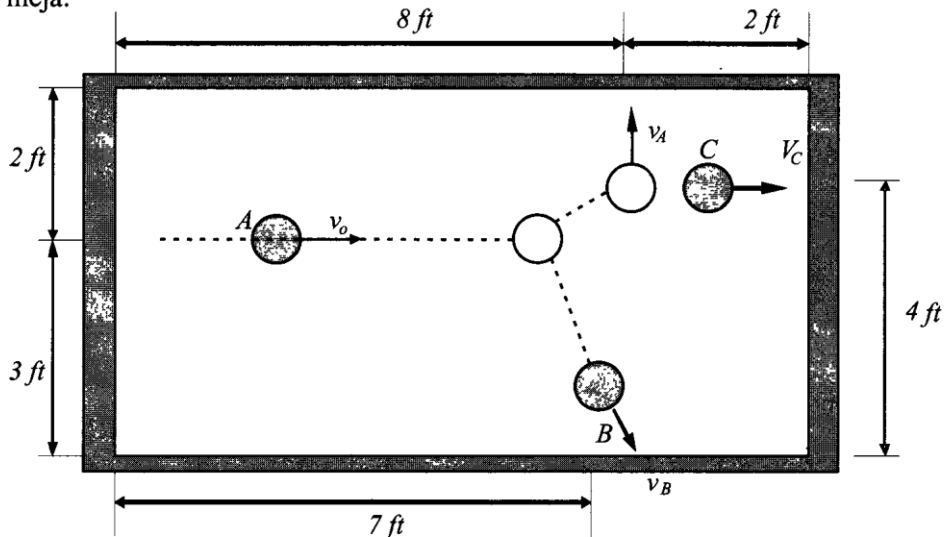
Gambar 6.8. Soal Latihan No. 1

2. Suatu bola dengan berat  $50\text{ lb}$  dan kecepatannya  $v_0 = 200\text{ ft/det}$ . Ketika meledak (pecah) menjadi dua bagian, yaitu *bagian A* dan *bagian B*, yang masing – masing beratnya adalah  $25\text{ lb}$  dan  $25\text{ lb}$ . Diketahui bahwa kecepatan  $A$  dan  $B$ , seperti terlihat pada Gambar 6.9 di bawah. Dimana  $\theta_A = 60^\circ$  dan  $\theta_B = 45^\circ$ . Hitung kecepatan  $A$  dan  $B$ .



Gambar 6.9. Soal Latihan No. 2

3. Pada permainan biliard, bola  $A$  diberi kecepatan  $v_0 = 10\text{ ft/det}$  dengan arah sejajar sumbu meja. Diketahui bahwa bola  $A$  memukul bola  $B$ , kemudian bola  $C$  yang mula – mula diam. Kemudian bola  $A$ , bola  $B$  dan bola  $C$  memukul tepi meja seperti terlihat pada Gambar 6.10 di bawah. Hitung  $v_A$ ,  $v_B$  dan  $v_C$  dengan mana bola memukul tepi meja.



Gambar 6.10. Soal Latihan No. 3

**Contoh Soal 1: Energi Kinetik**

Sebuah mobil dengan massa 1500 kg bergerak dengan kecepatan 72 km/jam. Berapa energi kinetik mobil tersebut ?

Jawab:

Pertama, ubah kecepatan ke satuan meter per detik (m/s):

$$V = 72 \text{ km/jam} = \frac{72 \times 1.000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

Gunakan rumus energi kinetik ( $E_k$ ) =  $\frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \times 1.500 \text{ kg} \times (20 \text{ m/s})^2 = 750 \text{ kg} \times 400 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 300.000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \\ &= 300.000 (\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2) = 300.000 \text{ N} \cdot \text{m} = 300.000 \text{ J} = 300 \text{ kJ} \end{aligned}$$

**Contoh Soal 2: Pusat Massa**

Dua titik massa,  $m_1 = 3 \text{ kg}$  dan  $m_2 = 5 \text{ kg}$ , berada pada jarak 4 m dan 8 m dari titik asal pada sumbu x. Tentukan posisi pusat massa sistem ?

Jawab:

Gunakan rumus pusat massa pada sumbu X:

$$\begin{aligned} X_{pm} &= \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(3 \text{ kg} \times 4 \text{ m}) + (5 \text{ kg} \times 8 \text{ m})}{(3 + 5) \text{ kg}} \\ &= \frac{(12 + 40) \text{ kg} \cdot \text{m}}{8 \text{ kg}} \\ &= \frac{52 \text{ m}}{8} \end{aligned}$$

$$X_{pm} = 6,5 \text{ m}$$

Jadi posisi pusat massa sistem adalah 6,5 m dari titik asal.

### Contoh Soal 3: Gerak Pusat Massa Sistem Dua Partikel

Dua benda (partikel) dengan massa  $m_1 = 2 \text{ kg}$  dan  $m_2 = 4 \text{ kg}$  bergerak dengan vektor posisi masing-masing sebagai berikut:

- Posisi partikel 1:  $\vec{r}_1(t) = (2\hat{i} + 3t\hat{j} + 4\hat{k})$  meter
- Posisi partikel 2:  $\vec{r}_2(t) = (t^2\hat{i} + 5\hat{j} + 6t^3\hat{k})$  meter

Tentukan:

- a. Kecepatan pusat massa sistem ( $\vec{V}_{PM}$ ) pada waktu  $t$  tertentu ?
- b. Percepatan pusat massa sistem ( $\vec{a}_{PM}$ ) pada  $t = 1 \text{ s}$  ?

Jawaban:

- a. Kecepatan Pusat Massa Sistem ( $\vec{V}_{PM}$ )

Pertama, kita tentukan vektor kecepatan masing-masing partikel dengan menurunkan fungsi posisi terhadap waktu ( $v = dr/dt$ ):

- Kecepatan partikel 1:

$$\vec{v}_1(t) = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{d}{dt}(2\hat{i} + 3t\hat{j} + 4\hat{k}) = (0\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k}) = 3\hat{j}\text{m/s}$$

- Kecepatan partikel 2:

$$\begin{aligned}\vec{v}_2(t) &= \frac{d\vec{r}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(t^2\hat{i} + 5\hat{j} + 6t^3\hat{k}) = (2t\hat{i} + 0\hat{j} + 18t^2\hat{k}) \\ &= 2t\hat{i} + 18t^2\hat{k}\text{m/s}\end{aligned}$$

Selanjutnya, kita gunakan rumus kecepatan pusat massa untuk sistem dua partikel:

$$\vec{V}_{PM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$



Substitusi nilai massa dan kecepatan:

$$\vec{V}_{PM} = \frac{(2 \text{ kg})(3\hat{j}) + (4 \text{ kg})(2t\hat{i} + 18t^2\hat{k})}{2 \text{ kg} + 4 \text{ kg}}$$

$$\vec{V}_{PM} = \frac{6\hat{j} + 8t\hat{i} + 72t^2\hat{k}}{6}$$

$$\vec{V}_{PM} = \frac{8t}{6}\hat{i} + \frac{6}{6}\hat{j} + \frac{72t^2}{6}\hat{k}$$

$$\vec{V}_{PM} = \left(\frac{4}{3}t\right)\hat{i} + (1)\hat{j} + (12t^2)\hat{k} \text{ m/s}$$

Jadi, kecepatan pusat massa sistem pada waktu  $t$  adalah  $\vec{V}_{PM} = \frac{4}{3}t\hat{i} + \hat{j} + 12t^2\hat{k} \text{ m/s}$

**b. Percepatan Pusat Massa Sistem ( $\vec{a}_{PM}$ )**

Percepatan pusat massa dapat diperoleh dengan menurunkan fungsi kecepatan pusat massa terhadap waktu:

$$\vec{a}_{PM} = \frac{d\vec{V}_{PM}}{dt}$$

$$\vec{a}_{PM} = \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} t\hat{i} + \hat{j} + 12t^2\hat{k} \right)$$

$$\vec{a}_{PM} = \left( \frac{4}{3} \right) \hat{i} + (0)\hat{j} + (24t)\hat{k}$$

$$\vec{a}_{PM} = \frac{4}{3} \hat{i} + 24t\hat{k} \text{ m/s}^2$$

Untuk menemukan nilai percepatan pada  $t = 1$  s, substitusi  $t = 1$ :

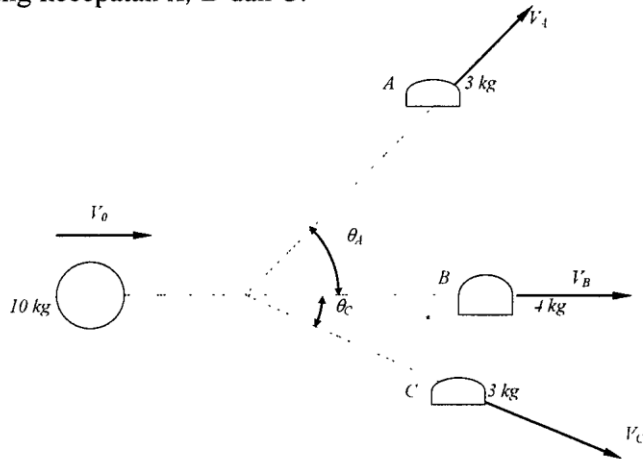
$$\vec{a}_{PM}(1 \text{ s}) = \frac{4}{3} \hat{i} + 24(1)\hat{k}$$

$$\vec{a}_{PM}(1 \text{ s}) = \frac{4}{3} \hat{i} + 24\hat{k} \text{ m/s}^2$$

Percepatan pusat massa sistem pada  $t = 1$  s adalah  $\vec{a}_{PM} = \frac{4}{3} \hat{i} + 24\hat{k} \text{ m/s}^2$ .

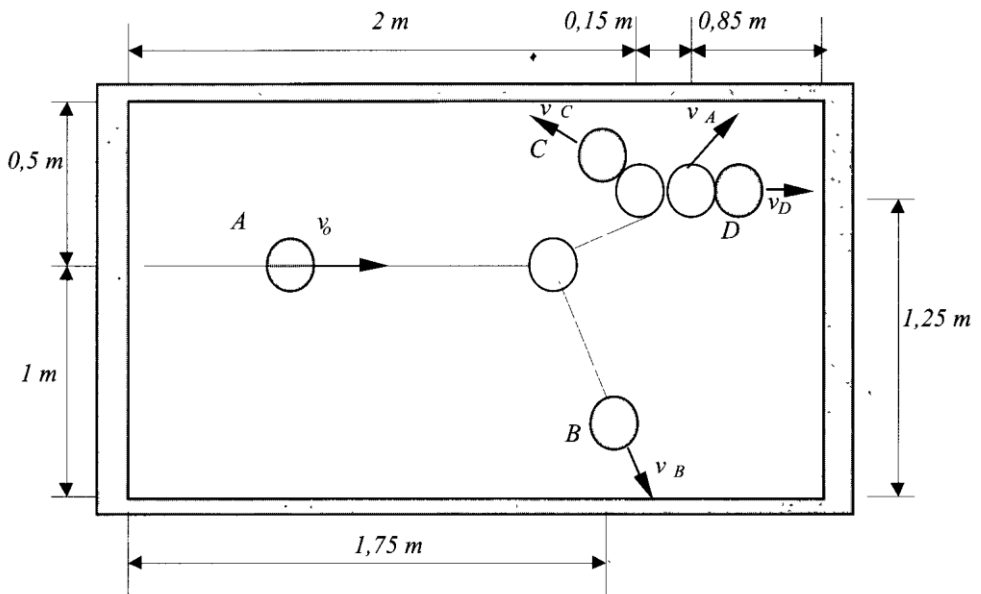


4. Suatu bola dengan berat  $10\text{ kg}$  dan kecepatannya  $v_0 = 150\text{ m/det}$ . Ketika meledak (pecah) menjadi tiga bagian, yaitu *bagian A*, *bagian B* dan *bagian C*, yang masing – masing beratnya adalah  $3\text{ kg}$ ,  $4\text{ kg}$  dan  $3\text{ kg}$ . Diketahui bahwa kecepatan bola *A*, *B* dan *C*, seperti terlihat pada Gambar 6.11 di bawah. Dimana  $\theta_A = 45^\circ$ ,  $\theta_B = 0^\circ$  dan  $\theta_C = 30^\circ$ . Hitung kecepatan *A*, *B* dan *C*.



Gambar 6.11. Soal Latihan No. 4

5. Pada permainan biliard, *bola A* diberi kecepatan  $v_0 = 25\text{ m/det}$  dengan arah sejajar sumbu meja. Diketahui bahwa *bola A* memukul *bola B*, kemudian *bola C* dan *bola D* yang mula – mula diam. Kemudian *bola A*, *bola B*, *bola C* dan *bola D* memukul tepi meja seperti terlihat pada Gambar 6.12 di bawah. Hitung  $v_A$ ,  $v_B$ ,  $v_C$  dan  $v_D$ , dengan mana bola memukul tepi meja.



Gambar 6.12. Soal Latihan No. 5