

TEORI VEKTOR



Pert. 4: Fungsi & Kurva Vektor

Frida Hasana, S.Pd., M.Eng.



Sub Topik

01 Review

02 Fungsi vektor

03 Kurva vektor

Review



Secara umum untuk suatu vektor sembarang \vec{A} maka dalam koordinat kartesian dapat kita tuliskan dengan $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$
atau dengan notasi singkat $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Bila $\vec{A} = \overrightarrow{PQ}$, maka $A_x = x_2 - x_1$ dst.

1. Perkalian Skalar (*dot product*)

maka kita dapatkan:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$$

2. Perkalian Vektor (*cross product*)

$$\vec{A} \times \vec{B} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$

Atau lebih mudahnya, dapat dinyatakan dalam bentuk **determinan matriks**:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$|A| = \begin{array}{|ccc|ccccc|} \hline a & b & c & a & b & - & - & - \\ d & e & f & d & e & - & - & - \\ g & h & i & g & h & - & - & - \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Det } A = |A| = (aef + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

Review: Tugas



$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Diketahui 3 vektor seperti di atas. Tentukan:

- a. Nyatakan vektor \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} sebagai kombinasi vektor satuan i , j , k ! [POINT 10]
- b. Nilai dari $\underline{a} \cdot \underline{b}$! [POINT 30]
- c. Nilai dari $\underline{a} \times \underline{b}$! [POINT 30]
- d. Besar sudut antara \underline{b} dan \underline{c} ! [POINT 30]

Fungsi Vektor



fungsi adalah relasi antara dua set, di mana setiap elemen dari set pertama (disebut domain) dipetakan ke tepat satu elemen dari set kedua (disebut kodomain).

$$f: A \rightarrow B$$

Fungsi bernilai vektor atau **fungsi vektor** adalah fungsi yang daerah asalnya berupa himpunan bilangan real dan daerah hasilnya berupa himpunan vektor. Fungsi vektor $\mathbf{r}(t)$ yang nilanya adalah vektor tiga dimensi dapat dinotasikan dengan

$$\mathbf{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j} + h(t)\mathbf{k}$$

dengan f , g dan h adalah fungsi bernilai real, dan disebut fungsi komponen dari \mathbf{r} .

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

$$z = h(t)$$

Persamaan Parameter

Fungsi Vektor: Contoh



Diketahui suatu fungsi vektor seperti berikut. Tentukan domain dari fungsi vektor tersebut!

$$1. \vec{F}(t) = \sqrt{t-1} \hat{i} + \frac{1}{t-2} \hat{j} + \frac{1}{\sqrt{t-2}} \hat{k}$$

Fungsi Vektor



Aturan menentukan
domain fungsi

1. Akar ($\sqrt{\cdot}$)

Jika suatu fungsi mengandung bentuk akar seperti:

$$\sqrt{f(x)} \quad \text{atau} \quad (f(x))^{1/2}$$

maka

Aturannya: Nilai di dalam akar **tidak boleh negatif**

$$f(x) \geq 0$$

2. Logaritma (ln atau log)

Jika suatu fungsi mengandung logaritma seperti:

$$\ln(f(x)) \quad \text{atau} \quad \log(f(x))$$

maka

Aturannya:

- Nilai di dalam log **harus positif**.
- Nol atau bilangan negatif **tidak boleh**, karena tidak terdefinisi dalam bilangan real.

$$f(x) > 0$$



Fungsi Vektor



Aturan menentukan
domain fungsi

3. Pecahan

Jika suatu fungsi mengandung bentuk pecahan seperti:

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

maka

Aturannya: penyebutnya **tidak boleh nol**

$$g(x) \neq 0$$

Fungsi Vektor



Arti Simbol dalam Domain

- (a, b) → berarti semua nilai di antara a dan b , tanpa termasuk a dan b .
- $[a, b]$ → berarti semua nilai di antara a dan b , termasuk a dan b .
- $[a, b)$ → berarti semua nilai yang dimulai dari a sampai mendekati b , tidak termasuk b .
- (a, ∞) → berarti semua nilai yang lebih besar dari a .
- $(-\infty, b)$ → berarti semua nilai yang lebih kecil dari b .
- \cup → berarti “atau gabungan dari dua himpunan.”

Contoh:

Suatu domain: $(2, 3) \cup (3, \infty)$

Artinya: $(2, 3)$ = semua nilai antara 2 dan 3, tapi tidak termasuk 2 dan 3.

$(3, \infty)$ = semua nilai lebih besar dari 3, tapi tidak ada batas atas (tak hingga).

\cup (union) berarti gabungan keduanya.

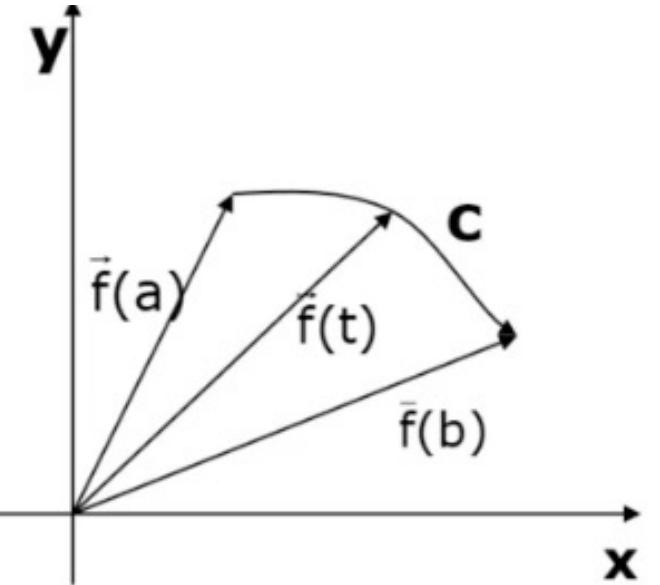
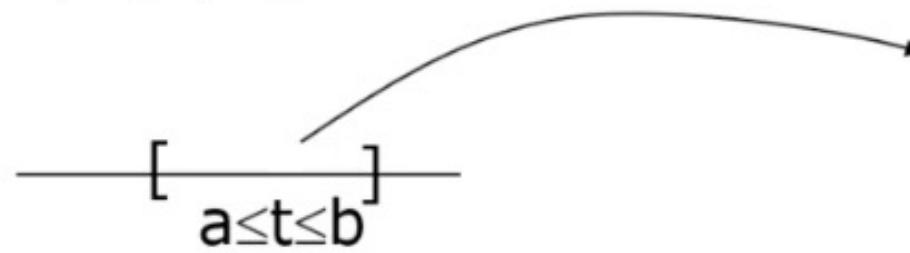
Maka, x boleh lebih besar dari 2, kecuali tepat di 3.

Kurva Vektor



$$\bar{f}(t) = f_1(t)\hat{i} + f_2(t)\hat{j}$$

$$D_f = [a, b]$$



Jika t berubah sepanjang $[a, b] \rightarrow$ ujung-ujung $\bar{f}(t)$ menjelajah lengkungan (kurva) C dengan arah tertentu

$\bar{f}(a)$ disebut titik pangkal lengkungan C

$\bar{f}(b)$ disebut titik ujung lengkungan C

Jika $\bar{f}(a) = \bar{f}(b) \rightarrow$ kurva C disebut kurva tertutup

Cara menggambar grafik fungsi vektor

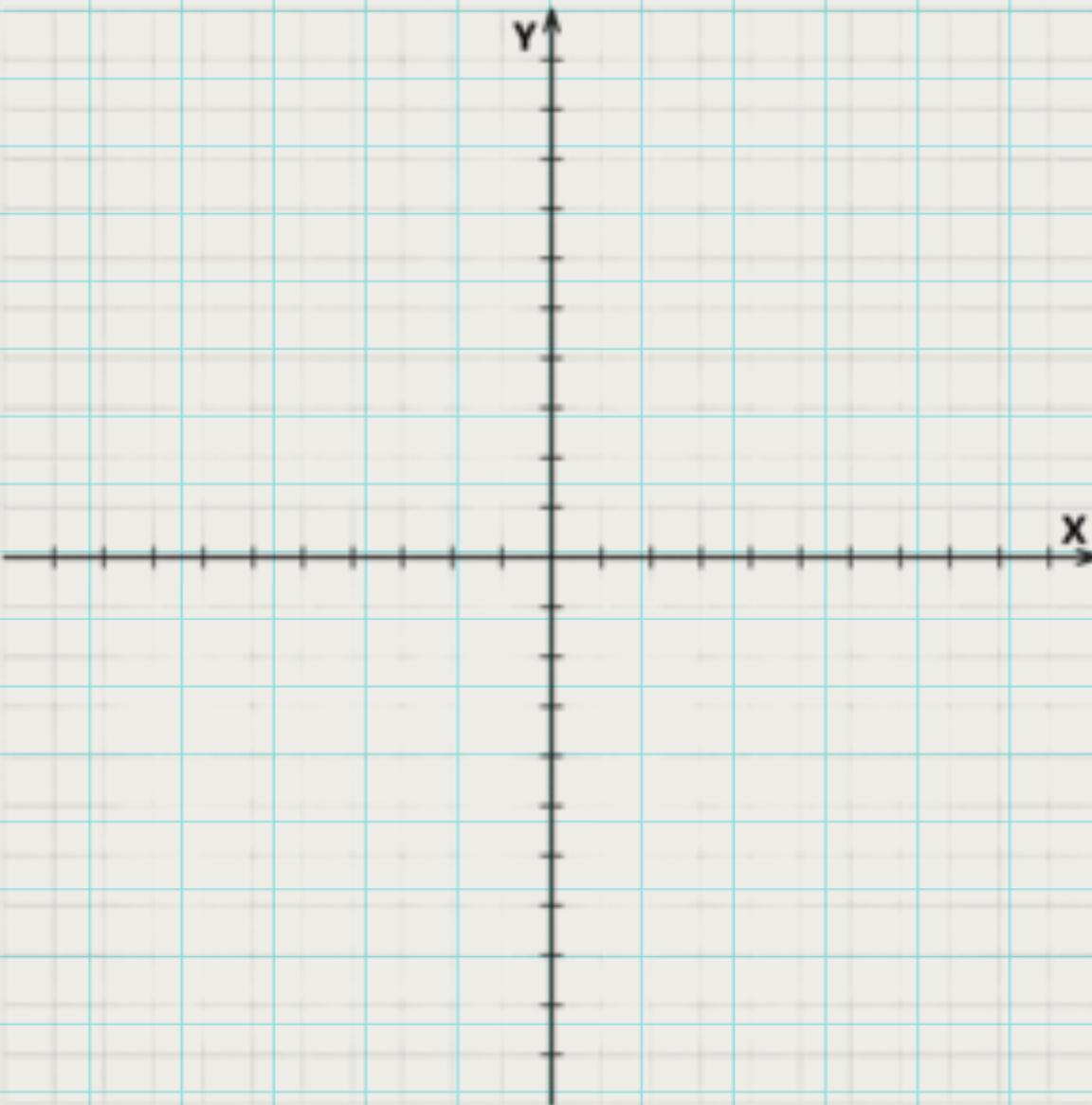
1. Tentukan persamaan parameter dari lengkungan C
2. Kemudian eliminasi parameter t dan gambarkan (Gambar kartesius kurva)
3. Tentukan arahnya

Kurva Vektor: Contoh



Gambarkan kurva fungsi vektor berikut

$$\vec{F}(t) = (t - 4)\hat{i} + \sqrt{t}\hat{j} ; 0 \leq t \leq 4$$

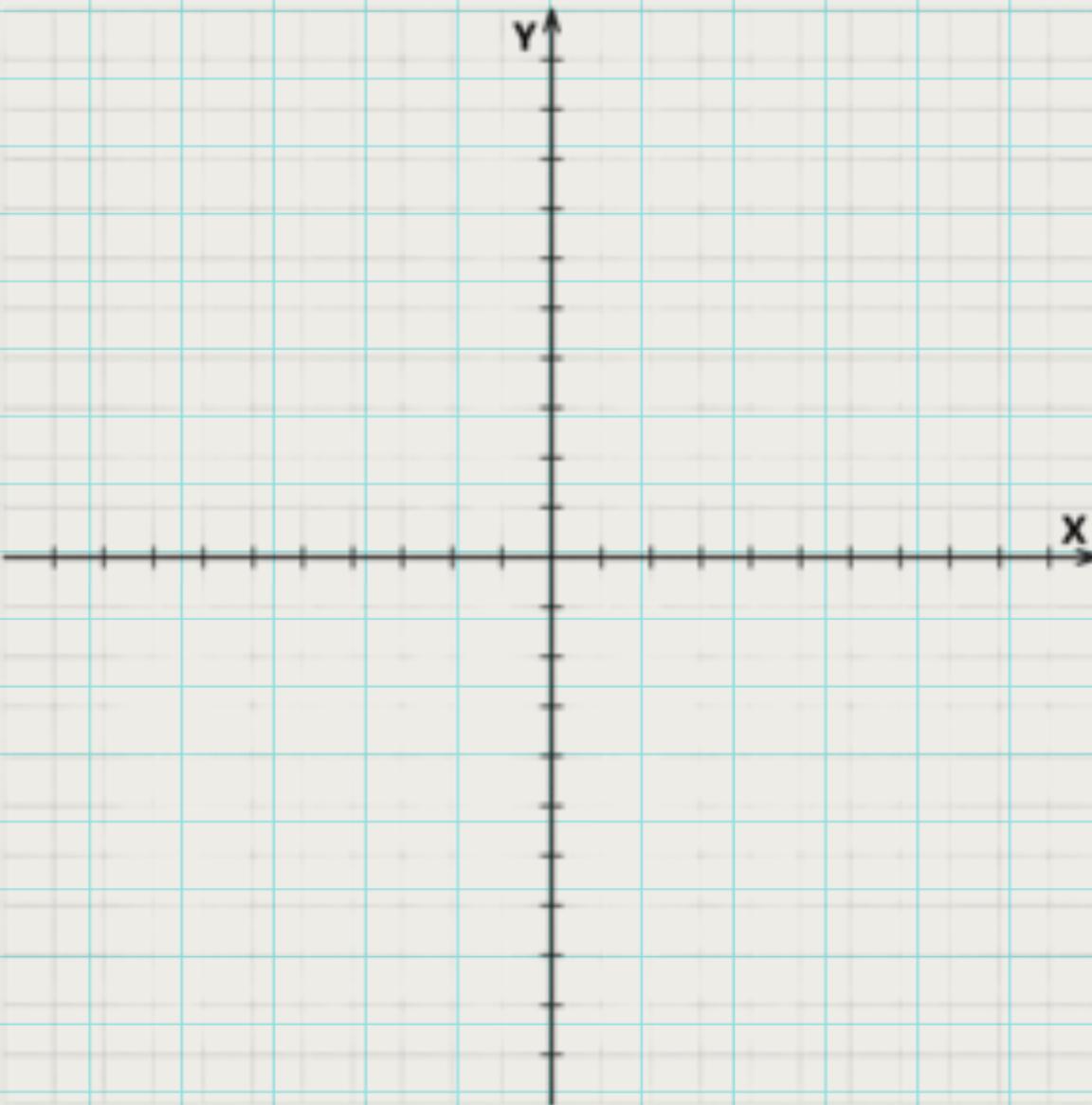


Kurva Vektor: Contoh



Gambarkan kurva fungsi vektor berikut

$$\bar{F}(t) = 3\cos t \hat{i} + 2\sin t \hat{j}; \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$



- END -

