

TEORI VEKTOR



Pert. 4: Fungsi & Kurva Vektor

Frida Hasana, S.Pd., M.Eng.



Sub Topik

- 01 Review
- 02 Fungsi vektor
- 03 Kurva vektor



Secara umum untuk suatu vektor sembarang \vec{A} maka dalam koordinat kartesian dapat kita tuliskan dengan $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ atau dengan notasi singkat $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Bila $\vec{A} = \overrightarrow{PQ}$, maka $A_x = x_2 - x_1$ dst.

1. Perkalian Skalar (*dot product*)

maka kita dapatkan:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)}$$

2. Perkalian Vektor (*cross product*)

$$\vec{A} \times \vec{B} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$

Atau lebih mudahnya, dapat dinyatakan dalam bentuk **determinan matriks**:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

+ + +

$$\text{Det } A = |A| = (aef + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

Review: Tugas



$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \underline{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \underline{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Diketahui 3 vektor seperti di atas. Tentukan:

- Nyatakan vektor \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} sebagai kombinasi vektor satuan i, j, k ! **[POINT 10]**
- Nilai dari $\underline{a} \cdot \underline{b}$! **[POINT 30]**
- Nilai dari $\underline{a} \times \underline{b}$! **[POINT 30]**
- Besar sudut antara \underline{b} dan \underline{c} ! **[POINT 30]**



fungsi adalah relasi antara dua set, di mana setiap elemen dari set pertama (disebut domain) dipetakan ke tepat satu elemen dari set kedua (disebut kodomain).

$$f: A \rightarrow B$$

Fungsi bernilai vektor atau **fungsi vektor** adalah fungsi yang daerah asalnya berupa himpunan bilangan real dan daerah hasilnya berupa himpunan vektor. Fungsi vektor $\mathbf{r}(t)$ yang nilainya adalah vektor tiga dimensi dapat dinotasikan dengan

$$\mathbf{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle = f(t)\mathbf{i} + g(t)\mathbf{j} + h(t)\mathbf{k}$$

dengan f , g dan h adalah fungsi bernilai real, dan disebut fungsi komponen dari \mathbf{r} .

$$x = f(t)$$

$$y = g(t)$$

$$z = h(t)$$

Persamaan Parameter

Fungsi Vektor: Contoh



Diketahui suatu fungsi vektor seperti berikut. Tentukan domain dari fungsi vektor tersebut!

$$1. \vec{F}(t) = \sqrt{t-1} \hat{i} + \frac{1}{t-2} \hat{j} + \frac{1}{\sqrt{t-2}} \hat{k}$$



Aturan menentukan domain fungsi

1. Akar ($\sqrt{}$)

Jika suatu fungsi mengandung bentuk akar seperti:

$$\sqrt{f(x)} \text{ atau } (f(x))^{1/2}$$

maka

Aturannya: Nilai di dalam akar **tidak boleh negatif**

$$f(x) \geq 0$$

2. Logaritma (\ln atau \log)

Jika suatu fungsi mengandung logaritma seperti:

$$\ln(f(x)) \text{ atau } \log(f(x))$$

maka

Aturannya:

- Nilai di dalam log **harus positif**.
- Nol atau bilangan negatif **tidak boleh**, karena tidak terdefinisi dalam bilangan real.

$$f(x) > 0$$





Aturan menentukan domain fungsi

3. Pecahan

Jika suatu fungsi mengandung bentuk pecahan seperti:

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$

maka

Aturannya: penyebutnya **tidak boleh nol**

$$g(x) \neq 0$$





Arti Simbol dalam Domain

- $(a, b) \rightarrow$ berarti semua nilai di antara a dan b , tanpa termasuk a dan b .
- $[a, b] \rightarrow$ berarti semua nilai di antara a dan b , termasuk a dan b .
- $[a, b) \rightarrow$ berarti semua nilai yang dimulai dari a sampai mendekati b , tidak termasuk b .
- $(a, \infty) \rightarrow$ berarti semua nilai yang lebih besar dari a .
- $(-\infty, b) \rightarrow$ berarti semua nilai yang lebih kecil dari b .
- $U \rightarrow$ berarti “atau gabungan dari dua himpunan.”

Contoh:

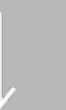
Suatu domain: $(2, 3) \cup (3, \infty)$

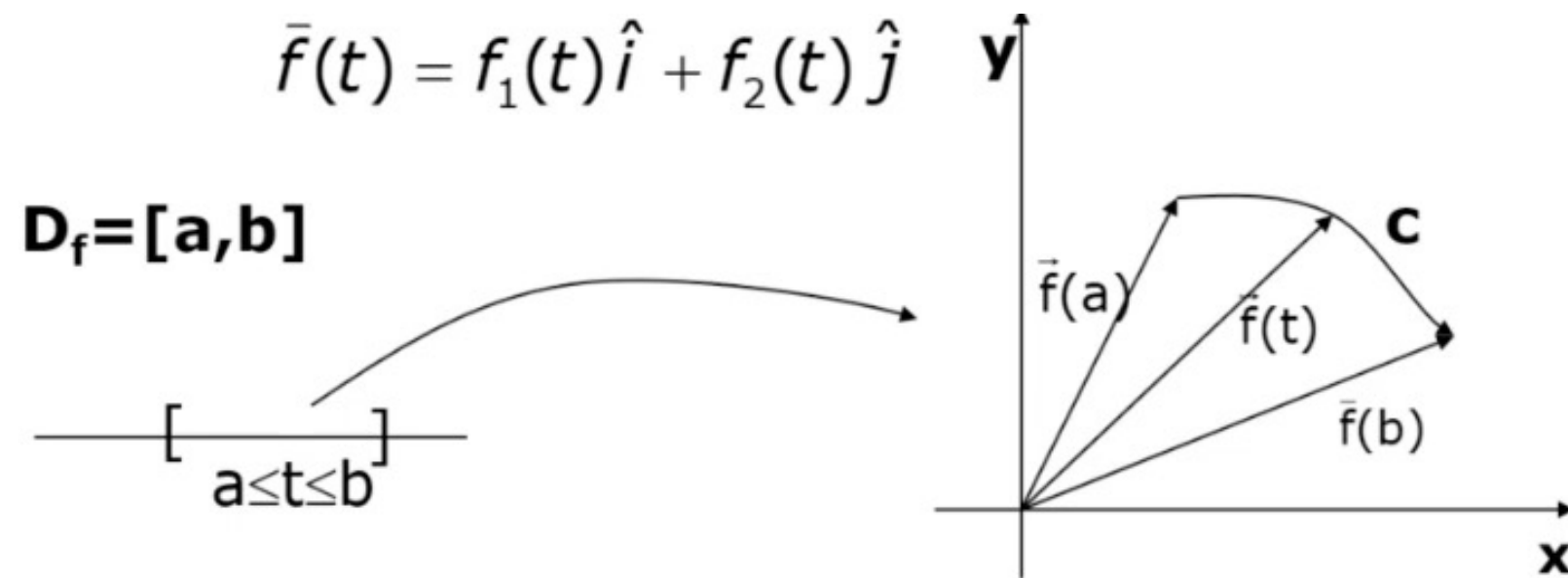
Artinya: $(2, 3) =$ semua nilai antara 2 dan 3, tapi tidak termasuk 2 dan 3.

$(3, \infty) =$ semua nilai lebih besar dari 3, tapi tidak ada batas atas (tak hingga).

U (union) berarti gabungan keduanya.

Maka, x boleh lebih besar dari 2, kecuali tepat di 3.





Jika t berubah sepanjang $[a, b] \rightarrow$ ujung-ujung $\bar{f}(t)$ menjelajah lengkungan (kurva) C dengan arah tertentu

$\bar{f}(a)$ disebut titik pangkal lengkungan C

$\bar{f}(b)$ disebut titik ujung lengkungan C

Jika $\bar{f}(a) = \bar{f}(b) \rightarrow$ kurva C disebut kurva tertutup

Cara menggambar grafik fungsi vektor

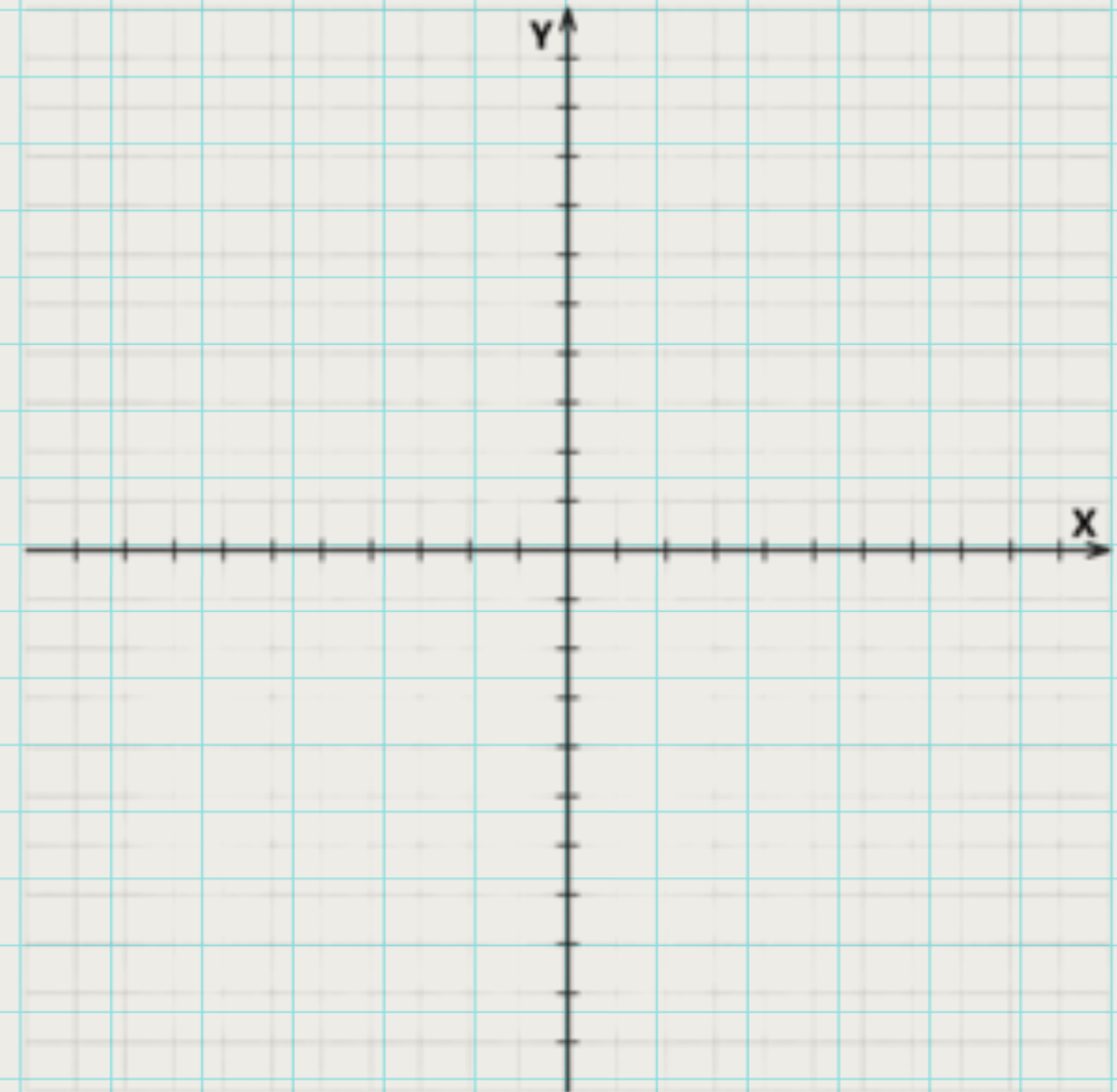
1. Tentukan persamaan parameter dari lengkungan C
2. Kemudian eliminasi parameter t dan gambarkan (Gambar kartesius kurva)
3. Tentukan arahnya

Kurva Vektor: Contoh



Gambarkan kurva fungsi vektor berikut

$$\vec{F}(t) = (t - 4)\hat{i} + \sqrt{t}\hat{j} \quad ; \quad 0 \leq t \leq 4$$

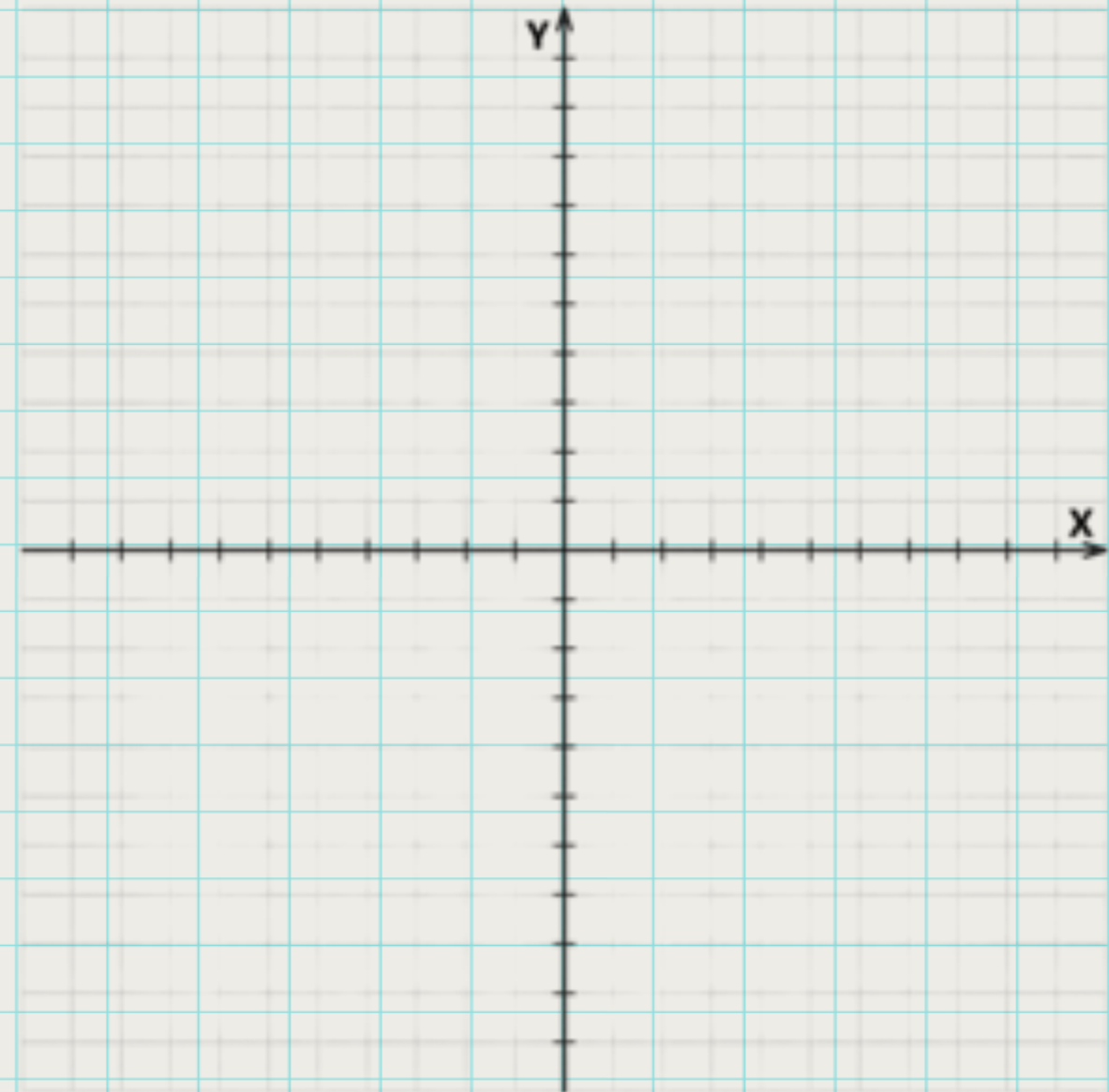


Kurva Vektor: Contoh



Gambarkan kurva fungsi vektor berikut

$$\bar{F}(t) = 3\cos t \hat{i} + 2\sin t \hat{j} ; 0 \leq t \leq 2\pi$$



– END –