

TEORI VEKTOR



Pert. 12: Teorema Gauss

Frida Hasana, S.Pd., M.Eng.

Pendahuluan

Dalam kalkulus vektor, **Teorema Gauss** digunakan untuk menganalisis perilaku medan vektor (misalnya medan listrik, medan kecepatan fluida, ataupun medan panas)

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) dV$$

[**Fluks:** Φ]

Teorema Gauss dapat dinyatakan sebagai **fluks medan vektor** yang keluar melalui permukaan tertutup sama dengan **integral divergensi medan** tersebut di dalam volume yang dibatasi permukaan itu.

Formula

Teorema Gauss

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \overbrace{(\nabla \cdot \mathbf{F})}^{\text{divergensi}} d\mathbf{V}$$

Integral permukaan

Integral volume

Divergensi

Jika $\mathbf{A} = 3xyz^2\mathbf{i} + 2xy^3\mathbf{j} - x^2yz\mathbf{k}$

maka

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{A} &= \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k} \right) \cdot (3xyz^2\mathbf{i} + 2xy^3\mathbf{j} - x^2yz\mathbf{k}) \\ &= 3yz^2 + 6xy^2 - x^2y\end{aligned}$$

Contoh

1. Hitunglah fluks total dari medan vektor $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ yang keluar melalui permukaan tertutup sebuah **kubus** yang dibatasi oleh batas-batas $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$.

Jawab



Contoh

2. Diberikan sebuah medan vektor:

$$\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

Hitung fluks medan vektor melalui permukaan tertutup balok yang dibatasi oleh:

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad 0 \leq z \leq 3$$

Jawab



Jawab



– END –