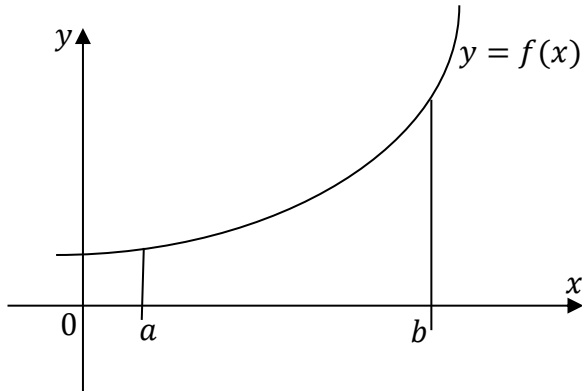


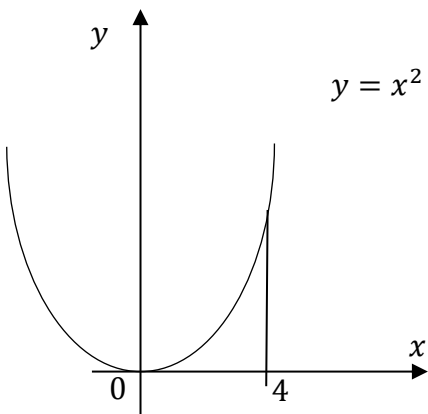
INTEGRAL NUMERIK

Luas dibawah kurva



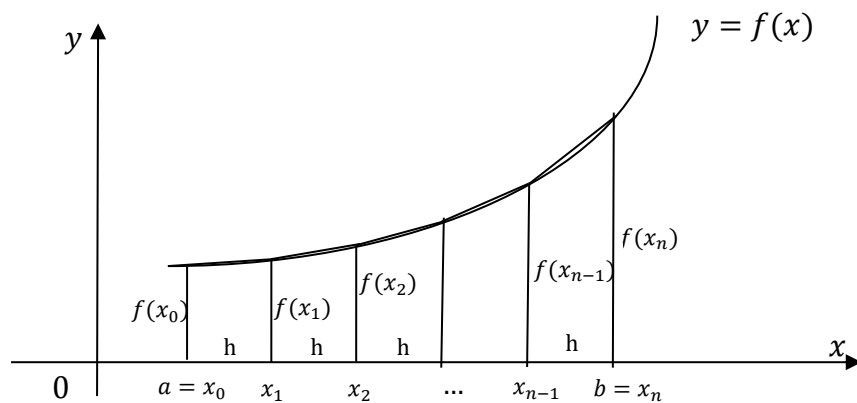
$$Luas = \int_a^b f(x) dx$$

Contoh :



$$Luas = \int_0^4 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^4 = \frac{1}{3} (4^3 - 0^3) = \frac{64}{3} = 21,3333$$

Metode Trapesium



Interval $[a,b]$ dibagi menjadi n interval yang sama lebarnya (lebarnya = h) yang dibatasi titik $x_0, x_1, x_2, \dots x_n$

Lebar interval

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Jumlah interval

$$n = \frac{b-a}{h}$$

Dan

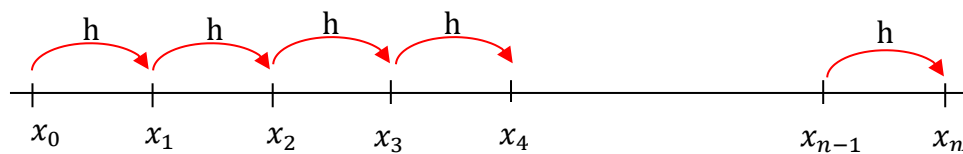
$$x_1 = x_0 + h$$

$$x_2 = x_1 + h = (x_0 + h) + h = x_0 + 2h$$

$$x_3 = x_2 + h = (x_0 + 2h) + h = x_0 + 3h$$

Secara umum

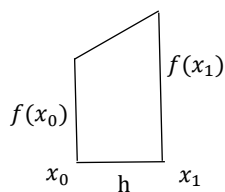
$$x_i = x_0 + ih$$



Data nilai fungsinya

x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	$\dots$	x_{n-1}	x_n
$f(x_i)$	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	$\dots$	$f(x_{n-1})$	$f(x_n)$

trapesium pertama



$$Luas = \frac{1}{2} * lebar * (jumlah sisi yang sejajar)$$

$$Luas = \frac{1}{2} h * \{f(x_0) + f(x_1)\}$$

secara umum $Luas = L_i = \frac{h}{2} * \{f(x_{i-1}) + f(x_i)\}$

maka untuk n persegi panjang

$$L_1 = \frac{h}{2} * \{f(x_0) + f(x_1)\}$$

$$L_2 = \frac{h}{2} * \{f(x_1) + f(x_2)\}$$

$$L_3 = \frac{h}{2} * \{f(x_2) + f(x_3)\}$$

...

$$L_n = \frac{h}{2} * \{f(x_{n-1}) + f(x_n)\}$$

+

$$Luas = \sum_{i=1}^n L_i = \frac{h}{2} * \{f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\}$$

Contoh soal :

Tentukan hasil $\int_0^4 x^2 dx$ menggunakan metode Persegi Panjang dan Trapezium dengan :

1. $n = 4$
2. $h = 0,5$

Jawab :

1. $n = 4$ jumlah interval

$$h = \frac{4-0}{4} = 1 \text{ lebar interval}$$

$$\int_0^4 x^2 dx \rightarrow a = x_0 = 0 \text{ dan } b = x_n = x_4 = 4$$

data

Jumlah interval $n = 4$

	$h = 1$	$h = 1$	$h = 1$	$h = 1$	
x_i	$x_0 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$	$x_3 = 3$	$x_4 = 4$
$f(x_i) = x_i^2$	$f(x_0) = 0^2 = 0$	$f(x_1) = 1^2 = 1$	$f(x_2) = 2^2 = 4$	$f(x_3) = 3^2 = 9$	$f(x_4) = 4^2 = 16$

Dengan metode persegi panjang

$$Luas = \sum_{i=1}^n L_i = h * \{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}) + f(x_n)\}$$

$$Luas = h * \{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4)\}$$

$$Luas = 1 * (1 + 4 + 9 + 16) = 30$$

Dengan metode Trapesium

$$Luas = \sum_{i=1}^n L_i = \frac{h}{2} * \{f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\}$$

$$Luas = \frac{h}{2} * \{f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + f(x_4)\}$$

$$Luas = \frac{1}{2} * \{0 + 2 * 1 + 2 * 4 + 2 * 9 + 16\} = 22$$

2. $h = 0,5$ lebar interval

$$n = \frac{4-0}{0,5} = 8 \text{ jumlah interval}$$

$$\int_0^4 x^2 dx \rightarrow a = x_0 = 0 \text{ dan } b = x_n = x_8 = 4$$

data

Jumah interval $n = 8$

		$h = 0,5$	$h = 0,5$	$h = 0,5$	$h = 0,5$	$h = 0,5$	$h = 0,5$	$h = 0,5$	
x_i	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x_i) = x_i^2$	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16

Dengan metode persegi panjang

$$Luas = h * \{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) + f(x_5) + f(x_6) + f(x_7) + f(x_8)\}$$

$$Luas = 0,5 * (0.25 + 1 + 2.25 + 4 + 6.25 + 9 + 12.25 + 16) = 25,5$$

Dengan metode Trapesium

$$Luas = \frac{h}{2} * \{f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + 2f(x_4) + 2f(x_5) + 2f(x_6) + 2f(x_7) + f(x_8)\}$$

$$Luas = \frac{0,5}{2} * \{0 + 2 * 0.25 + 2 * 1 + 2 * 2.25 + 2 * 4 + 2 * 6.25 + 2 * 9 + 2 * 12.25 + 16\} = 21,5$$

Dari contoh diatas, hasil sebenarnya adalah

$$Luas = \int_0^4 x^2 dx = 21,3333$$

Dari hasil penghitungan diatas untuk n yang lebih banyak hasilnya lebih mendekati nilai yang sebenarnya.