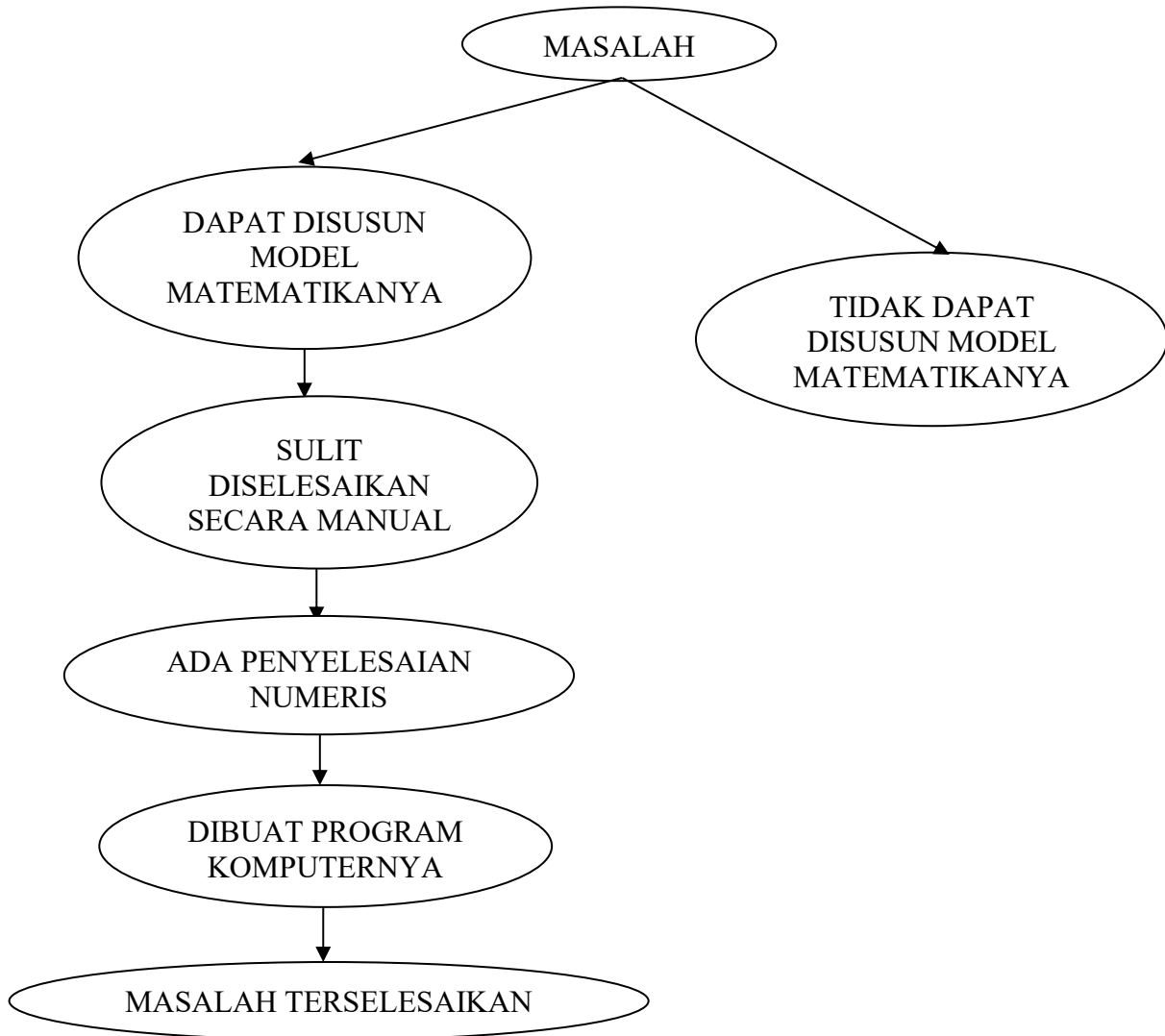


## PENGERTIAN METODE NUMERIK



### Contoh 1 Sistem Persamaan Linier

A membeli 3 buku tulis dan 2 buah pencil dengan harga Rp13000,- Sedangkan B membeli 1 buku tulis dan 3 buah pencil dengan harga Rp. 9000,- Ditanyakan harga buku tulis dan pencil perbuahnya. Buku tulis diganti dengan variabel X

Pencil diganti dengan variabel Y

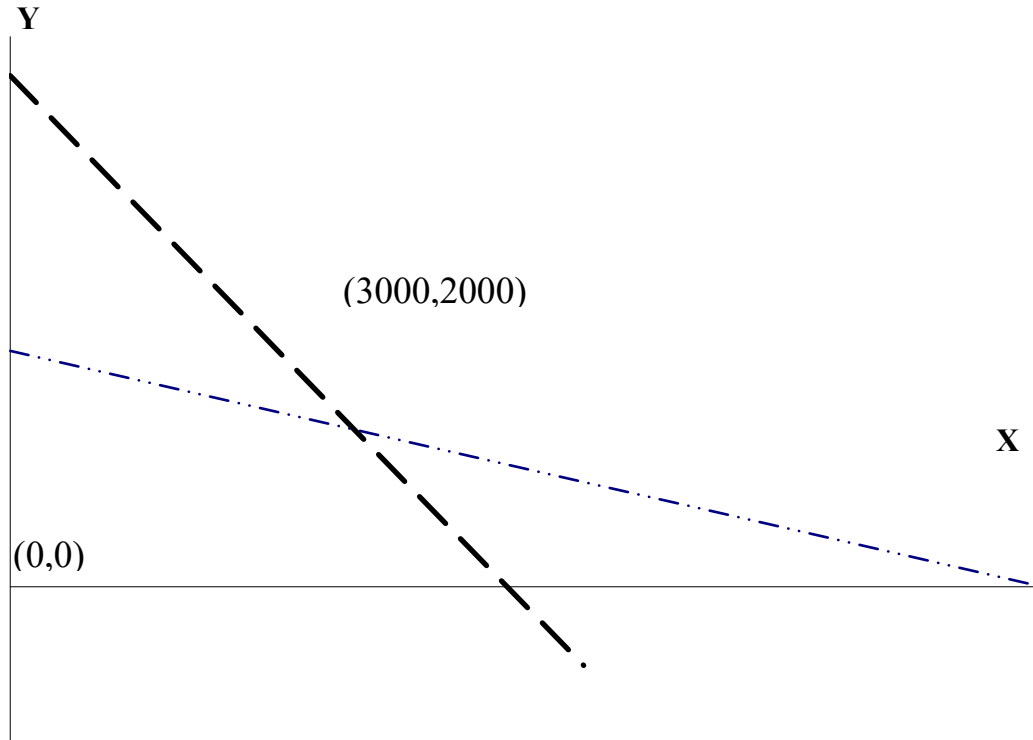
Pemodelan Matematikanya

$$3X + 2Y = 13000$$

$$X + 3Y = 9000$$

Sistem persamaan linier yang terdiri dari 2 persamaan linier dengan 2 variabel yang tidak diketahui diatas, dapat diselesaikan dengan :

## 1. menggunakan grafik persamaan dimensi 2



Titik potong merupakan penyelesaian dengan menggunakan grafik.

Koordinat titik potong  $(3000, 2000)$  menyatakan penyelesaian masalah, yaitu  $X = 3000$  dan  $Y = 2000$  atau

Harga 1 buku Rp 3000,- dan harga 1 pencil Rp 2000,-

## 2. menggunakan perhitungan secara manual

Dari sistem persamaan linier

$$\begin{array}{rcl} 3X + 2Y & = & 13000 \\ X + 3Y & = & 9000 \end{array} \quad \begin{array}{l} \parallel \text{kali 1} \\ \parallel \text{kali 3} \\ \parallel \end{array}$$
$$\begin{array}{rcl} 3X + 2Y & = & 13000 \\ \underline{3X + 9Y} & = & \underline{27000} \quad - \\ -7Y & = & -14000 \\ Y & = & 2000 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3X + 2Y & = & 13000 \\ 3X + 4000 & = & 13000 \\ 3X & = & 13000 - 4000 \\ 3X & = & 9000 \\ x & = & 3000 \end{array}$$

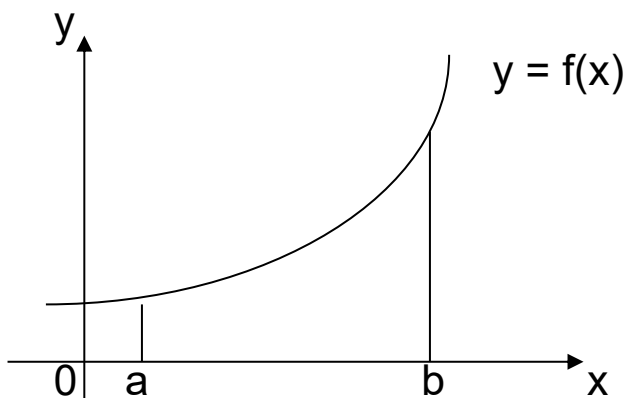
3. menggunakan metode numerik.  
Pada pembahasan selanjutnya

Bagaimana jika macam barang yang dibeli lebih dari 10 ?

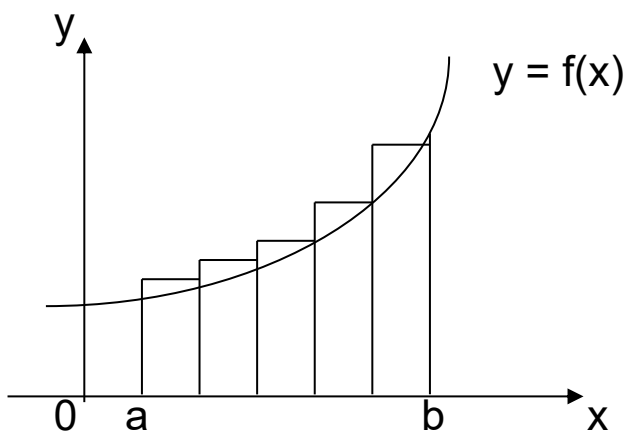
Jika sudah ada penyelesaian secara numerik dan sudah ada programnya maka cukup dengan menginput matriks koefisien sistem persamaan liniernya, maka kita akan langsung mendapatkan outputnya ( hasil ).

### Contoh 2 Integral tertentu

Luas dibawah kurva



$$\text{Luas} = \int_a^b f(x) dx$$



$$\text{Luas} = \text{Luas pp1} + \text{Luas pp2} + \text{Luas pp3} + \text{Luas pp4} + \text{Luas pp5}$$

Karena keterbatasan komputer, maka tidak dapat membagi daerah dibawah kurva yang dibatasi interval  $[a,b]$  menjadi tak hingga persegi panjang.

Sehingga hasil yang didapat hanya merupakan pendekatan dari hasil yang sebenarnya atau akan timbul kesalahan perhitungan.

Dengan menganalisa metode numerik, maka besarnya kesalahanpun dapat diprediksi.

## TEORI KESALAHAN

Bilangan yang mempunyai nilai pecahan (misalnya 3.2575) dapat direpresentasikan dengan dua format bilangan: *fixed-point* dan *floating-point*.

Bilangan pecahan *fixed-point* mempunyai jangkauan yang dibatasi oleh jumlah digit signifikan yang digunakan untuk merepresentasikan bilangan tersebut. Misalnya bilangan pecahan desimal sepuluh digit.

Bilangan tersebut dinyatakan dengan *fixed-point*, yaitu satu digit untuk tanda, empat digit untuk angka utuh dan lima digit untuk angka pecahan. Jangkauan bilangan tersebut adalah 0 sampai 9999 untuk angka utuh dan 0.00001 sampai 0.99999 untuk angka pecahan, sehingga nilai bilangan yang mungkin adalah -9999.99999 sampai +9999.99999 dengan presisi 0.00001.

Dalam aplikasi saintifik, mungkin akan terdapat bilangan yang sangat besar atau sangat kecil. Bilangan tersebut harus dapat direpresentasikan dengan tepat (presisi), yaitu menggunakan *floating-point*.

Bilangan *floating-point* direpresentasikan dengan mantissa yang berisi digit signifikan dan eksponen dari radix R

Representasi bilangan *floating-point* seringkali dinormalisasi terhadap radixnya, misalnya  $1,5 \times 10^{44}$  atau  $1,253 \times 10^{-36}$

Untuk mempermudah operasi bilangan floating point dan menambah tingkat presisinya, maka bilangan tersebut dibuat dalam bentuk ternormalisasi (normalized forms).

Penyajian bilangan riil dalam komputerisasi menggunakan Sistem Floating Point. bentuk floating point :

$$x = \pm (d_1 d_2 d_3 \dots d_n)_R R^e$$

dengan

$(d_1 d_2 d_3 \dots d_n)$  disebut mantisa

n bilangan bulat merupakan jumlah angka penting

R Radix (R=2, R=16, R=10)

e bilangan bulat merupakan eksponen

Bilangan floating point dikatakan ternormalisasi jika

$$d_1 \neq 0 \text{ kecuali } d_1 = d_2 = \dots = d_n = 0$$

Dikarenakan jumlah angka penting terbatas n maka dilakukan Rounding (pembulatan) sehingga terjadi kesalahan pembulatan.

Kesalahan absolut ( mutlak ) =  $|x - x^*|$

$$\text{Kesalahan relatif} = \left| \frac{x - x^*}{x} \right|$$

Jika hasil yang mempunyai kesalahan diatas kita pergunakan untuk penghitungan selanjutnya, maka terjadi rambatan kesalahan. Kesalahan yang terjadi dapat menjadi semakin besar.

## SOLUSI RIIL PERSAMAAN NON LINIER

Misalkan diberikan persamaan kuadrat  $x^2 - x - 6 = 0$  yang mempunyai 2 akar riil berbeda

Dengan cara manual, kita dapat mencari akarnya :

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -2$$

Dengan rumus pencarian akar persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$a = 1, \quad b = -1 \quad \text{dan} \quad c = -6$$

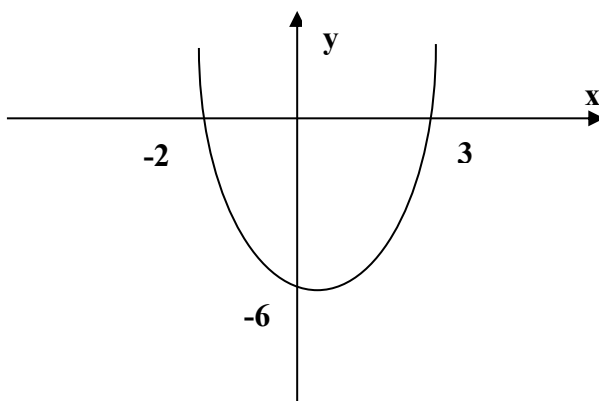
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Dan

$$x_2 = \frac{1 - 5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

jika digambarkan dalam grafik :



Terlihat Akar riil persamaan dalam grafik merupakan perpotongan fungsi dengan sumbu x.

### Metode Bagi dua

Langkah – langkah :

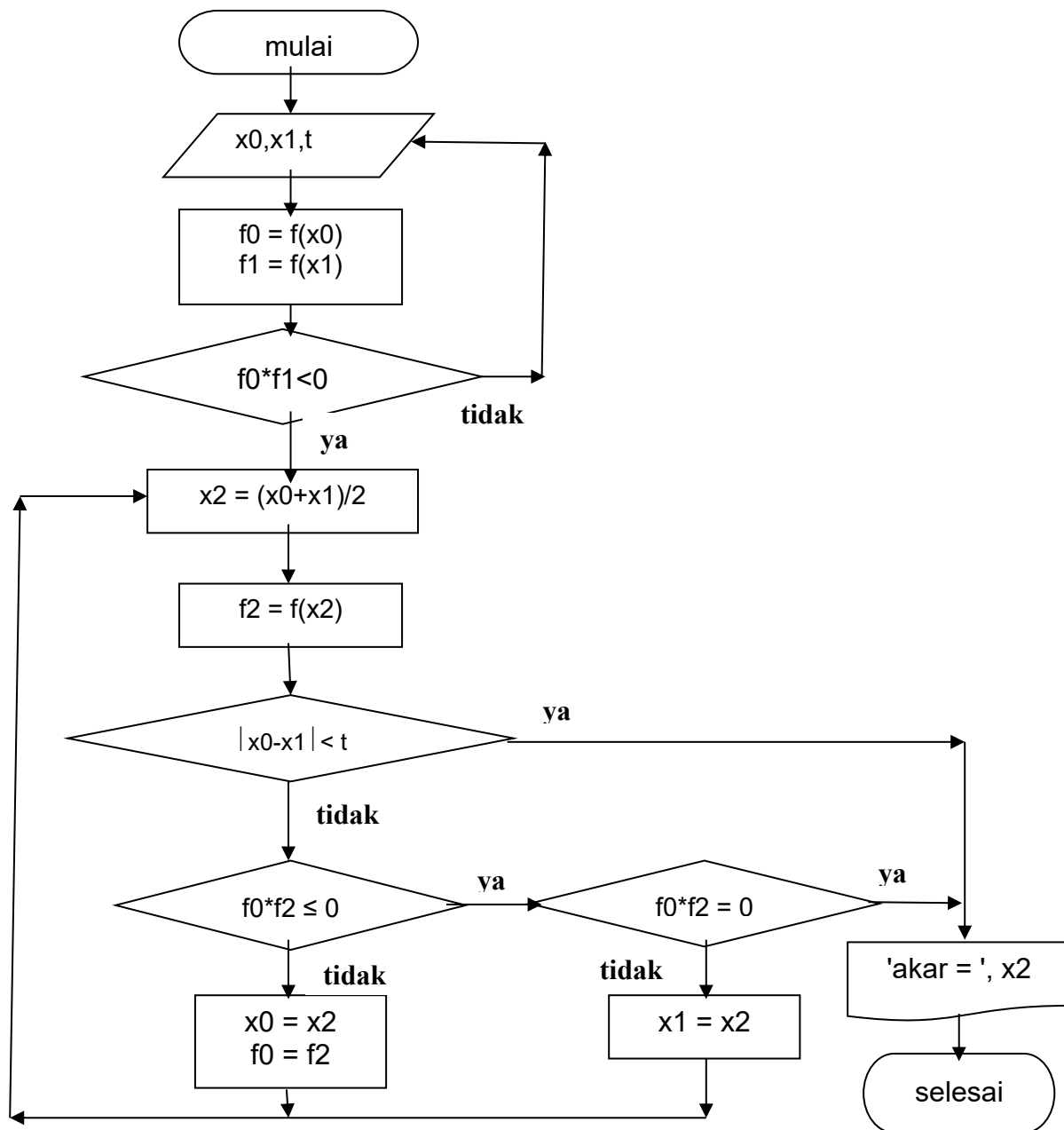
Fungsi memotong sumbu x, ditentukan 2 buah titik awal yaitu  $x_0$  dan  $x_1$  yang mengapit akar .

Tentukan  $x_2$  merupakan titik tengah antara  $x_0$  dan  $x_1$ , ubah  $x_2$  menjadi  $x_1$  atau  $x_0$ , dengan tetap  $x_0$  dan  $x_1$  mengapit akar.

ulangi langkah tersebut, lakukan sampai jarak antara  $x_0$  dan  $x_1$  cukup dekat dengan kata lain lebih kecil dari pada nilai toleransi yang diinginkan.

Akar riil persamaan adalah titik potong antara fungsi dan sumbu x



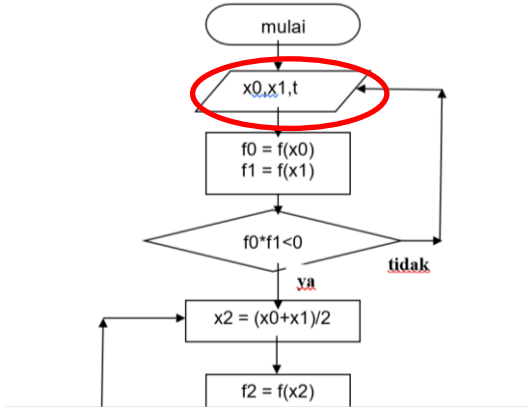


Contoh soal

Tentukan akar riil dari  $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$  menggunakan metode Bagi Dua (tebakan awal 2.5 dan 3.5) dengan  $t = 0,01$

Fungsi  $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$

Langkah pertama input 2 buah titik awal yaitu  $x_0 = 2,5$  dan  $x_1 = 3,5$  dengan  $t = 0,01$



Lakukan langkah berikutnya melakukan pengecekan apakah  $x_0$  dan  $x_1$  mengapit akar dengan diawali proses penghitungan  $f_0$  dan  $f_1$

$$f_0 = f(x_0) = -5.9 + 11x_0 - 6x_0^2 + x_0^3$$

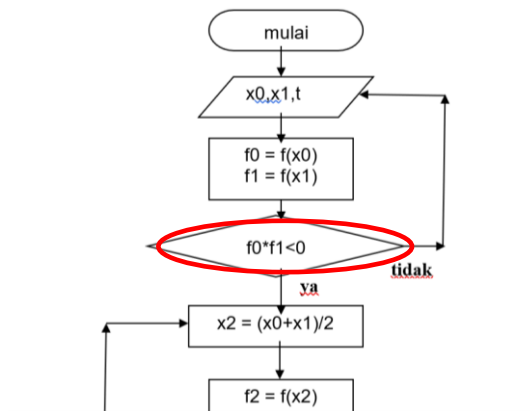
$$f_0 = f(2,5) = -5.9 + 11.2,5 - 6.2,5^2 + 2,5^3 = -0,27$$

$$f_1 = f(x_1) = -5.9 + 11x_1 - 6x_1^2 + x_1^3$$

$$f_1 = f(3,5) = -5.9 + 11.3,5 - 6.3,5^2 + 3,5^3 = 1,98$$

apakah  $x_0$  dan  $x_1$  mengapit akar ?

$f_0 \cdot f_1 = -0,5431 (< 0)$  jawabnya ya



Lakukan langkah berikutnya proses menghitung  $x_2$

$$x_2 = \frac{x_0 + x_1}{2} = \frac{2,5 + 3,5}{2} = 3 \text{ lanjut menghitung } f_2$$

$$f_2 = f(x_2) = -5.9 + 11x_2 - 6x_2^2 + x_2^3$$

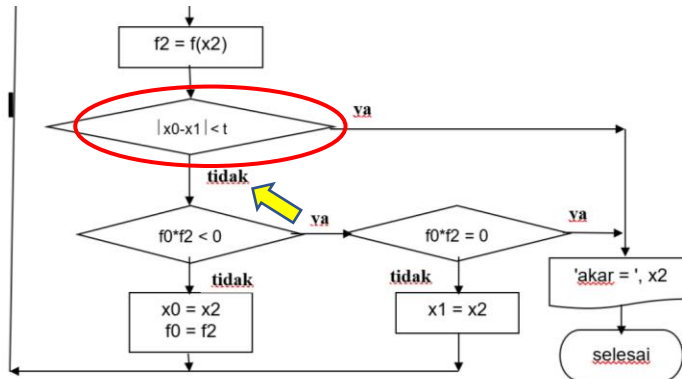
$$f_2 = f(3) = -5.9 + 11.3 - 6.3^2 + 3^3 = 18$$

Lanjut proses penghitungan jarak  $x_0$  dan  $x_1$ , apakah sudah cukup dekat

Apakah  $|x_0 - x_1| < t$  ?

Dari hasil penghitungan

$|x_0 - x_1| = |2,5 - 3,5| = 1 > 0,01$  jawabannya tidak  
jarak  $x_0$  dan  $x_1$ , belum cukup dekat



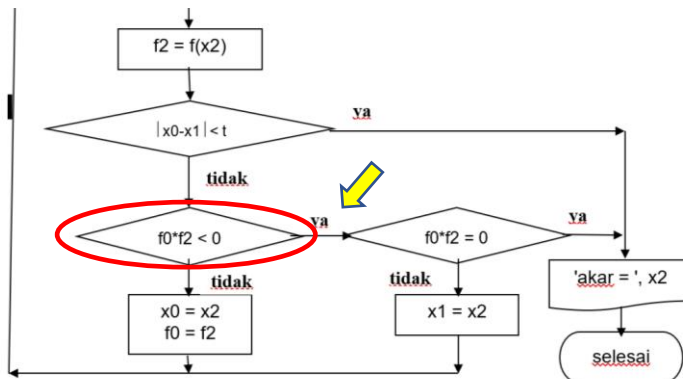
Langkah berikutnya

Melakukan pengecekan posisi apakah akar berada diantara  $x_0$  dan  $x_2$ ?

$$f_0 * f_2 < 0$$

Dari Hasil Perhitungan

$f_0 * f_2 = -0,03 < 0$  jawabannya ya, artinya akar tidak berada diantara  $x_0$  dan  $x_2$ .



Langkah berikutnya

Melakukan pengecekan posisi apakah akar tidak berada diantara  $x_0$  dan  $x_2$ ? Dengan kata lain apakah akar berada diantara  $x_0$  dan  $x_1$ ? Dengan melakukan perhitungan

$$f_0 * f_2 = 0 \text{ jika ini nilainya tidak maka akar berada diantara } x_0 \text{ dan } x_1$$

Dari Hasil Perhitungan

$f_0 * f_2 = -0,03 \neq 0$  maka jawabannya tidak, artinya akar berada diantara  $x_0$  dan  $x_1$ .

Agar proses dapat berjalan dengan rumus yang sama maka nilai  $x_1$  diberi nilai baru yaitu  $x_1 = x_2$  ulangi langkah tersebut, lakukan sampai jarak antara  $x_0$  dan  $x_1$  cukup dekat.

Dengan menggunakan excell diperoleh hasil

$$\begin{aligned} x_0 &= 2,5 & -0,27 & f_0 \\ x_1 &= 3,5 & 1,98 & f_1 \end{aligned}$$

$$f_0.f_1 = 0,5431$$

Iterasi ke	x0	f0	x1	f1	x2	f2	f0.f2	x0-x1
1	2,50	-0,27	3,50	1,98	3,00	0,10	-0,03	1,00
2	2,50	-0,27	3,00	0,10	2,75	-0,23	0,06	0,50
3	2,75	-0,23	3,00	0,10	2,88	-0,11	0,02	0,25
4	2,88	-0,11	3,00	0,10	2,94	-0,01	0,00	0,13
5	2,94	-0,01	3,00	0,10	2,97	0,04	0,00	0,06
6	2,94	-0,01	2,97	0,04	2,95	0,01	0,00	0,03
7	2,94	-0,01	2,95	0,01	2,95	0,00	0,00	0,02
8	2,95	0,00	2,95	0,01	2,95	0,01	0,00	0,01
9	2,95	0,00	2,95	0,01	2,95	0,00	0,00	0,00

Akar riil persamaan  $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$  yang diperoleh adalah  $x_2 = 2,95$