

Pertemuan 3 METODE NUMERIK

SOLUSI RIIL PERSAMAAN NON LINIER

Metode Newton Raphson

Langkah – langkah :

Ditentukan sebuah titik awal yaitu x_0 . Cari titik $(x_0, f(x_0))$, buat garis singgung kurva $y = f(x)$ pada titik $(x_0, f(x_0))$ dengan gradien garisnya = $m = f'(x_0)$. Garis singgung tersebut memotong sumbu x pada titik $(x_1, 0)$.

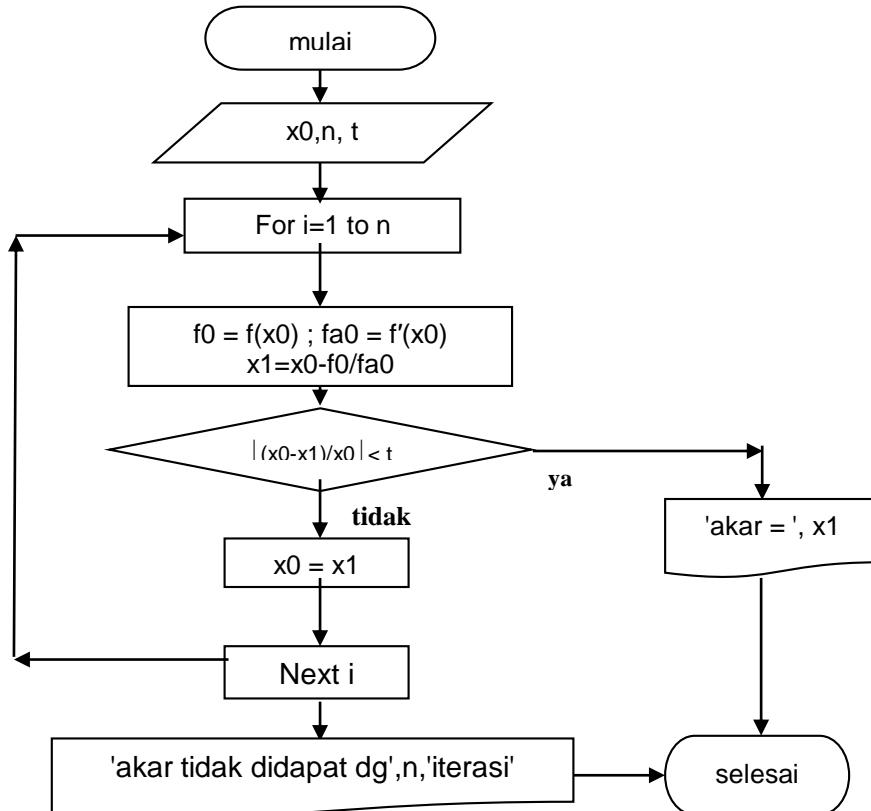
Dari rumus persamaan garis $y - y_1 = m (x - x_1)$

$$\begin{aligned} \text{dengan } (x_0, f(x_0)) &\rightarrow (x_0, y) \\ (x_1, 0) &\rightarrow (x_1, y_1) \\ f'(x_0) &\rightarrow m \end{aligned}$$

didapat

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m (x - x_1) \\ f(x_0) - 0 &= f'(x_0) (x_0 - x_1) \\ \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} &= x_0 - x_1 \\ x_1 &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \end{aligned}$$

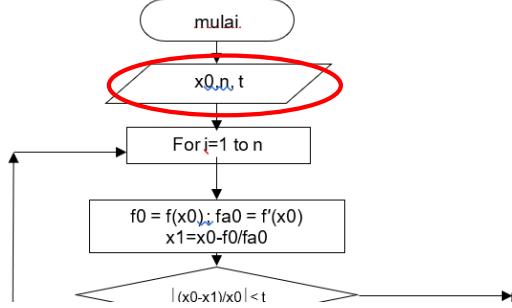
Jika jarak antara x_0 dan x_1 belum cukup dekat dengan kata lain rumus relatifnya lebih besar dari pada nilai toleransi yang diinginkan, maka x_0 yang baru mendapat nilai dari x_1 dan ulangi langkah tersebut maksimal dalam n iterasi.



Contoh soal

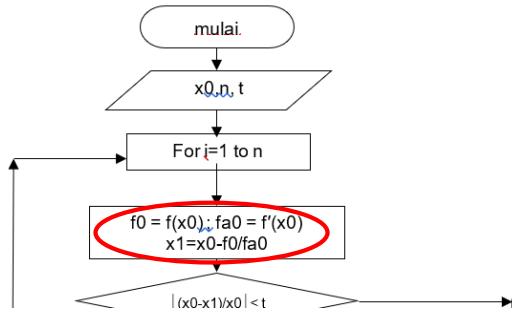
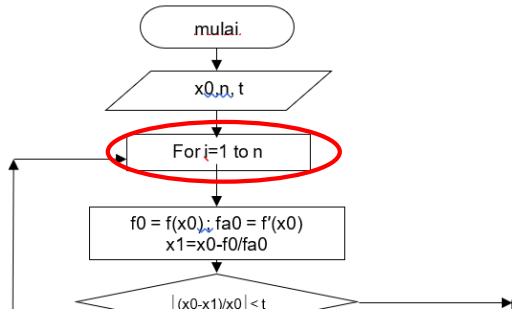
Tentukan akar riil dari $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$ menggunakan Metode Newton Raphson dengan nilai awal $x_0 = 3,5$ dan $t = 0,01$ dalam 6 iterasi

Fungsi $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$



Langkah pertama input sebuah titik awal $x_0 = 3,5$ $n= 6$ dan $t = 0,01$

Kemudian kita lakukan penghitungan sebanyak 6 kali (6 iterasi)



Untuk proses berikutnya kita memerlukan turunan fungsi

$$f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$$

Turunan fungsinya adalah

$$f'(x) = 11 - 12x + 3x^2$$

Dengan $x_0 = 3,5$

Berikutnya kita lakukan penghitungan mencari

$$f_0 = f(x_0) = -5.9 + 11x_0 - 6x_0^2 + x_0^3$$

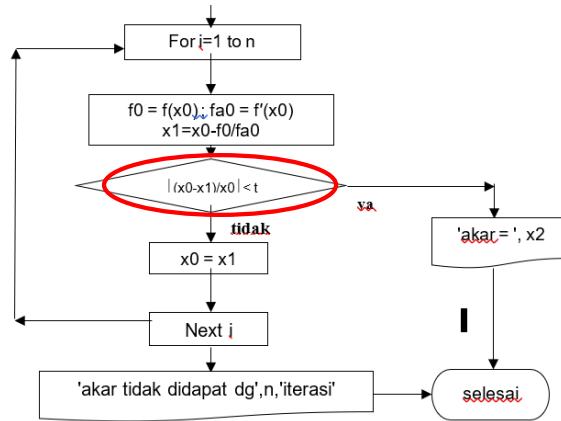
$$f_0 = f(3,5) = -5.9 + 11 * 3,5 - 6 * 3,5^2 + 3,5^3 = 1,98$$

$$f_{A0} = f'(x_0) = 11 - 12x_0 + 3x_0^2$$

$$f_{A0} = f'(3,5) = 11 - 12 * 3,5 + 3 * 3,5^2 = 5,75$$

Kemudian kita dapat menghitung nilai x_1

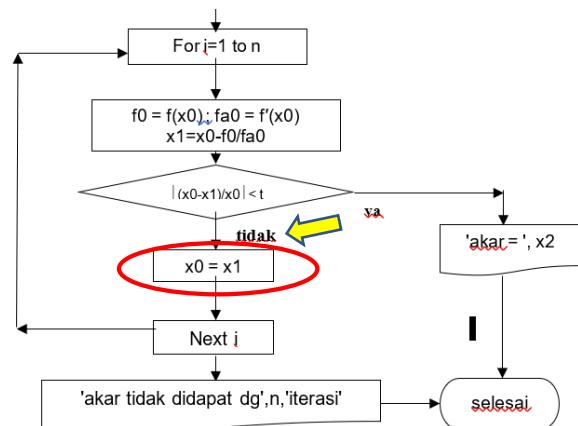
$$x_1 = x_0 - \frac{f_0}{f_{A0}} = 3,5 - \frac{1,98}{5,75} = 3,1565$$



Berikutnya pengecekan apakah

$$\left| \frac{x_0 - x_1}{x_0} \right| < t$$

$$\left| \frac{3,5 - 3,1565}{3,5} \right| = 0,098 > 0,01 \text{ masih lebih besar dari } t \text{ jadi jawabannya tidak}$$



$$\text{Maka } x_0 = x_1 = 3,1565$$

Kemudian masuk ke iterasi kedua dengan nilai $x_0 = 3,5$ dan $t = 0,01$

$$\text{Dilakukan terus sampai } \left| \frac{x_0 - x_1}{x_0} \right| < t$$

Mengerjakan dengan Excell

$$f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$$

$$f'(x) = 11 - 12x + 3x^2$$

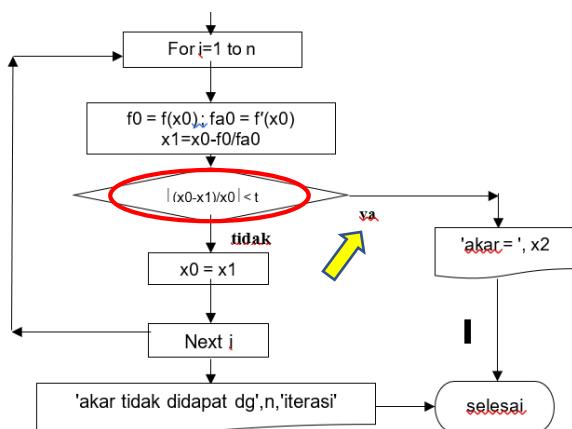
$$x_0 = 3,5$$

	x0	fo	f0	x1	$ (x_0-x_1)/x_0 < t$
1	3,5000	1,9750	5,7500	3,1565	0,0981
2	3,1565	0,4904	3,0126	2,9937	0,0516
3	2,9937	0,0876	1,9626	2,9491	0,0149
4	2,9491	-0,0059	1,7024	2,9457	0,0012
5					
6					

Ternyata setelah 4 iterasi

$$\left| \frac{x_0 - x_1}{x_0} \right| = 0,001 < 0,01$$

tidak perlu dilakukan perhitungan sampai 6 iterasi



Maka akar riil dari $f(x) = -5.9 + 11x - 6x^2 + x^3$

atau persamaan $-5.9 + 11x - 6x^2 + x^3 = 0$ adalah $x_1 = 2,9457$