MANAJEMEN OPERASIONAL-1

Sesi Perkuliahan 3 (Sabtu, 1 November 2025)

Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.

PERENCANAAN PRODUK DAN KAPASITAS PRODUKSI

(Bagian 2/Pendalaman)

1. Pengantar

Kombinasi produksi ada dua macam, yaitu kombinasi *output* dan kombinasi *input.*

1. Kombinasi Output berkaitan dengan banyaknya produk yang dihasilkan dengan berbagai variasinya, sehingga diperoleh profit yang maksimal. Masalah maksimisasi.
2. Kombinasi Input berkaitan dengan besarnya input yang dipakai dalam kegiatan produksi. Masalah minimisasi.

2. Model *Linier Programming*

Dalam model linier programming dikenal dua macam fungsi yaitu fungsi tujuan *(objective function)* dan fungsi-fungsi pembatas *(constrain functions)*. Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal *resources* untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z. Sedang fungsi batasan merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

- Fungsi tujuan:

  Maksimumkan (minimumkan): $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots C_nX_n$
- Fungsi Constrain/Fungsi Pembatas/batasan

  dengan mengingat batasan-batasan sumber daya dalam bentuk:

1. $a11X1+a12X2 + a13X3 + \ldots\ldots\ldots + a1nXn \leq b1$
2. $a21X1+a22X2 + a23X3 + \ldots\ldots\ldots + a2nXn \leq b2$
3. $a31X1+a32X2 + a33X3 + \ldots\ldots\ldots + a3nXn \leq b3$

m. $am1X1+am2X2 + am3X3 + \ldots\ldots\ldots + amnXn \leq bm$

dan $X1 \geq 0$, $X2 \geq \ldots\ldots\ldots Xn \geq 0$

Tabel Pembantu Pembuatan Model

Aktivitas / Sumber	Pemakaian Sumber Per-unit Aktivitas *(Output)*				Kapasitas Sumber
	1	2	3	n	
1 2 3 m	a11 a21 a31 am1	a12 a22 A32 am2	a13 a23 A33 am3	………………… a1n ………………… a2n ………………… a3n ………………… amn	b1 b2 b3 bm
ΔZ per unit aktivitas	C1	C2	C3	………………… Cn	
Tingkat aktivitas	X1	X2	X3	………………… Xn	

Sebagai ilustrasi perhatikan contoh soal berikut: Sebuah usaha *home industry* memproduksi dua jenis mainan yang terbuat dari kayu, yang berupa boneka dan mobil-mobilan. Boneka dijual dengan harga Rp 27.000,-/unit yang setiap unitnya memerlukan biaya material Rp 10.000,- serta biaya tenaga kerja Rp 14.000,-. Mobil-mobilan yang dijual seharga seharga Rp 21.000,-/unit memerlukan biaya material Rp 9.000,- dan biaya tenaga kerja Rp 10.000,-.

Untuk membuat boneka dan mobil-mobilan ini diperlukan dua kelompok tenaga kerja, yaitu tukang poles dan tukang kayu. Setiap unit boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu, sedangkan setiap mobil-mobilan memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu.

Meskipun pada setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari data tersebut bagaimana formulasi dari persoalan di atas untuk mengetahui berapa unit jenis mainan masing-masing yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan yang maksimum.

Dengan demikian, formulasi lengkap dari persoalan di atas adalah:

Maksimumkan $Z = 3X1 + 2X2$

Dengan batasan: $2X1 + X2 \leq 100$

$X1 + X2 \leq 80$

$X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$

Aktivitas / Sumber	Pemakaian Sumber Per-unit Aktivitas *(Output)*					Kapasitas Sumber
	1= Boneka	2= Mobil-mobilan	3		n	
1= Pek. Pemolesan	a11=2	a12=1	a13	………..	a1n	100
2= Pek Kayu	a21=1	a22=1	a23	………..	a2n	80
3.	a31	a32	a33	………..	a3n	b3
m	am1	am2	am3	………..	amn	bm
ΔZ per unit aktivitas	C1=3.000	C2=2.000	C3	………..	Cn	
Tingkat aktivitas	X1	X2	X3	………..	Xn	

1. a11= Banyaknya input 1 untuk menghasilkan output 1

   = Banyaknya pekerjaan pemolesan untuk mengasilkan boneka

2. a12= Banyaknya input 1 untuk menghasilkan output 2

   = Banyaknya pekerjaan pemolesan untuk mengasilkan mobil-mobilan

3. a21= Banyaknya input 2 untuk menghasilkan output 1

   = Banyaknya pekerjaan kayu untuk menghasilkan boneka

4. a22= Banyaknya input 2 untuk menghasilkan output 2

   = Banyaknya pekerjaan kayu untuk menghasilkan mobil-mobilan

- Boneka (X1)

Harga Jual	=		Rp 27.000,-
Biaya Material	=	Rp 10.000,-	
Biaya TK	=	Rp 14.000,-	
			Rp 24.000,-
Profit	=		**Rp 3.000,-**

- Mobil-mobilan (X2)

Harga Jual	=		Rp 21.000,-
Biaya Material	=	Rp 9.000,-	
Biaya TK	=	Rp 10.000,-	
			Rp 19.000,-
Profit	=		**Rp 2.000,-**

Maksimumkan Z = 3.000X1 + 2.0000 X2

= 3X1 + 2X2

Dengan batasan: $2X1 + 1X2 \leq 100$ Atau $2X1 + X2 \leq 100$

$1X1 + 1X2 \leq 80$ Atau $X1 + X2 \leq 80$

$X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$

Contoh:

Seorang tukang kayu menerima pesanan untuk membuat meja dan kursi. Untuk menghasilkan sebuah meja dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 3 jam. Sedangkan untuk membuat satu unit kursi dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 1,5 jam. Setiap minggunya tukang kayu tersebut memiliki kayu sebanyak 40 m dan memiliki waktu kerja 45 jam. Sedangkan laba per-unit untuk produk meja dan kursi masing-masing Rp 25.000,- dan Rp 10.000,-. Dari data tersebut tentukan kombinasi produksi yang optimal.

Jawab:

Fungsi Tujuan: $Z = 25.000\ X + 10.000\ Y$

Batasan: Kayu : $2X + 2Y \leq 40$

Waktu : $3X + 1{,}5Y \leq 45$

PEMECAHAN *LINIER PROGRAMMING*

Teknik Pemecahan Model *Linear Programming*

Metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model LP ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaa-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai tujuan yang optimum. Ada dua cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan LP, yaitu dengan cara grafis dan dengan simpleks.

Cara grafis dapat digunakan apabila persoalan LP yang akan diselesaikan itu hanya mempunyai dua buah variabel. Walaupun demikian cara ini telah memberikan satu petunjuk penting bahwa untuk memecahkan persoalan-persoalan LP, hanya perlu memperhatikan titik ekstrim (titik terjauh) pada ruang solusi atau daerah fisibel. Petunjuk ini telah menjadi kunci dalam mengembangkan metode simpleks.

Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan LP yang mempunyai jumlah variabel keputusan dan pembatas yang besar. Algoritma simpleks ini diterangkan dengan mengunakan logika secara aljabar matriks, sehingga operasi perhitungan dapat dibuat lebih efisien.

Metode Grafis

Langkah-langkah penggunaan metode grafis dapat ditunjukkan secara ringkas sebagai berikut:

a. Menentukan fungsi tujuan dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
b. Mengidentifikasikan batasan-batasan yang berlaku dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
c. Menggambarkan masing-masing garis fungsi batasan.
d. Tentukan daerah yang memenuhi keuntungan/kerugian (*feasible area)*
e. Mencari titik yang paling menguntungkan (optimal) dihubungkan dengan fungsi tujuan.

f. Titik singgung merupakan posisi keuntungan maksimum atau biaya minimum
   - Untuk maksimum keuntungan, titik singgungnya adalah titik singgung yang paling atas, atau paling jauh dari titik origin (titik 0,0).
   - Untuk minimum biaya, titik singgungnya adalah titik singgung yang paling bawah, atau paling dekat dari titik origin (titik 0,0)..
g. Alokasi/kombinasi produksi dapat dicari dengan menyelesaikan batasan-batasan yang melewati titik singgung tersebut.

Contoh:

Seorang tukang kayu menerima pesanan untuk membuat meja dan kursi. Untuk menghasilkan sebuah meja dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 3 jam. Sedangkan untuk membuat satu unit kursi dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 1,5 jam. Setiap minggunya tukang kayu tersebut memiliki kayu sebanyak 40 m dan memiliki waktu kerja 45 jam. Sedangkan laba per-unit untuk produk meja dan kursi masing-masing Rp 25.000,- dan Rp 10.000,-. Dari data tersebut tentukan kombinasi produksi yang optimal.

Jawab:

Fungsi Tujuan: $Z = 25.000\ X + 10.000\ Y$

Batasan: Kayu : $2X + 2Y \leq 40$

Waktu : $3X + 1{,}5Y \leq 45$

Untuk pemecahan dengan metode grafis maka pertidaksamaan pada batasan-batasan tersebut dirubah menjadi persamaan, sehingga:

$2x + 2Y \leq 40$ menjadi $2X + 2Y = 40$

$3X + 1{,}5 \leq 45$ menjadi $3X + 1{,}5Y = 45$

Dari kedua persamaan tersebut, maka grafis bisa dibuat.

$2X + 2Y = 40$

$2X = 40$

$X = 20$

$\therefore (20, 0)$

$2X + 2Y = 40$

$2Y = 40$

$Y = 20$

$\therefore (0, 20)$

$3X + 1{,}5\,Y = 45$

$3X = 45$

$X = 15$

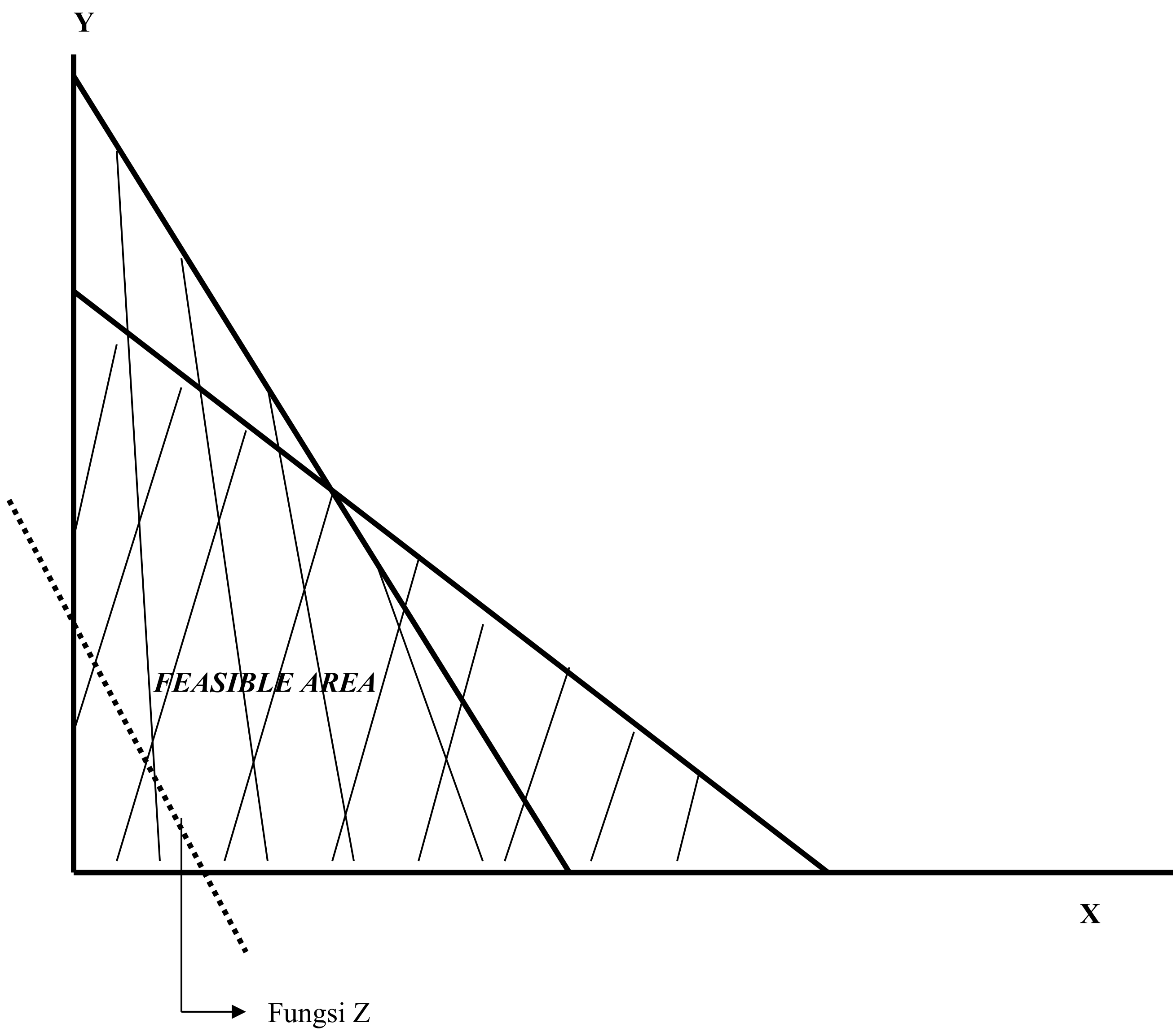
$\therefore (15, 0)$

$3X + 1{,}5Y = 45$

$1{,}5Y = 45$

$Y = 30$

$\therefore (0, 30)$



3X + 1,5Y = 45 →2→6X + 3Y = 90

2X + 2 Y = 40 →3→<u>6X + 6Y =120</u>

3Y = 30

Y = 10

3X + 1,5Y = 45

3X + 1,5(10) = 45

3X + 150 = 45

X = 10

∴ Titik B adalah (10, 10)

Titik optimum dicari dengan menggambarkan fungsi tujuan ke dalam grafik. Garis fungsi tujuan ini kemudian ditarik ke atas dari titik origin atau titik O (0,0). Untuk maksimisasi profit, kombinasi optimal terjadi apabila garis fungsi Z ini menyentuh titik di *feasible area* yang paling jauh atau paling atas dari titik origin. Sedangkan untuk minimisasi biaya, tiitk optimum terjadi bila menyentuh titik yang paling dekat atau paling bawah dari titik origin.

Pada contoh di atas fungsi Z = 25.000 X + 10.000 Y, maka garis fungsi Z-nya adalah:

$$50.000 = 25.000\,X$$
$$X = 2$$
$$\therefore (2,0)$$
$$50.000 = 10.000\,Y$$
$$Y = 5$$
$$\therefore (0,5)$$

Terlihat *feasible area* nya adalah segi empat OABC. Pada *feasible area* ini tiitk optimum akan ditemukan. Seperti diketahui Z = 25.000 X + 10.000 Y, fungsi Z ini kemudian ditarik ke titik-titik pada *feasible area* atau daerah OABC.

Apabila cara di atas terasa rumit, dapat dilakukan cara lain yang lebih sederhana yakni dengan membandingkan berbagai alternatif kombinasi X1 dan X2. Atau dengan kata lain dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik kombinasi X1 dan X2 di daerah *feasible.* Tentu saja nilai Z semakin tinggi bila makin jauh dari titik origin (0,0), sehingga sebaiknya yang dibandingkan adalah titik-titik yang ada di sudut-sudut daerah *feasible*.

- Titik O (0,0) $\rightarrow$ $Z = 25.000\,X + 10.000\,Y$
  $= 25.000(0) + 10.000(0)$
  $= 0$
- Titik A (0,20) $\rightarrow$ $Z = 25.000\,X + 10.000\,Y$
  $= 25.000(0) + 10.000(20)$
  $= 200.000$
- Titik B (10,10) $\rightarrow$ $Z = 25.000\,X + 10.000\,Y$
  $= 25.000(10) + 10.000(10)$
  $= 350.000$

❖ Titik C (15,0)→ Z = 25.000 X + 10.000 Y

= 25.000(15) + 10.000(0)

= 375.000

Terlihat bahwa titik C memiliki nilai tertinggi, yaitu sebesar Rp 375.000,-.∴ Titik optimum yaitu kombinasi produksi (kombinasi *output*) yang optimal terletak pada titik C, yaitu titik (15,0). Dengan demikian perusahaan sebaiknya hanya menghasilkan X (produk meja) sebanyak 15 unit dan tidak menghasilkan Y (produk kursi). Pada kondisi ini akan diperoleh keuntungan sebesar Rp 375.000,-.

X= 15 Unit

Y= 0 unit

Maka diperoleh profit sebesar Rp 375.000,-

4.3.2.Permasalahan lain di dalam metode grafis

Pada contoh di atas tampak bahwa permasalahan yang dihadapi adalah permasalahan maksimisasi. Artinya tujuan yang ingin dicapai adalah laba yang semaksimal mungkin. Kalau fungsi tujuan bersifat minimisasi maka alternatif yang optimal adalah alternatif yang dapat meminimumkan nilai Z. Bila ditempuh cara yang menggunakan gambar fungsi Z pada grafik, maka untuk mendapatkan titik optimal garis Z harus digeser ke kiri. Bila ditempuh cara membandingkan nilai Z pada setiap alternatif, maka alternatif yang mempunyai nilai Z terendah adalah alternatif yang optimal.

Untuk masalah minimisasi fungsi batasan memiliki tanda ≥, yang berarti arah *feasible area* akan berada di sebelah kanan atas garis batas tersebut.

Contoh 2:

Sebuah perusahaan menghasilkan produk kue. Adapun kandungan minimal yang harus ada pada kue tersebut adalah sebagai berikut: karbohidrat 40 gram, lemak 45 gram dan protein 50 gram. Karbohidrat, lemak dan protein tersebut diperoleh dari BB I dan BB II, di mana setiap BB mempunyai kandungan sebagai berikut:

	Bahan baku I	Bahan baku II
Karbohidrat	3 gr	5gr
Lemak	5 gr	2 gr
Protein	6 gr	5 gr

Diketahui harga BB I Rp 2000,-/gr, dan harga BB II Rp 1500,-/gr. Dari data tersebut tentukan bagaimana kombinasi produksi (kombinasi *input*) yang optimal.

Jawab:

Fungsi tujuan: C = 2000 X + 1500 Y

Batasan: - Karbohidrat: $3X + 5Y \geq 40$

- Lemak : $5X + 2Y \geq 45$
- Protein : $6X + 5Y \geq 50$

Pertidaksamaan tersebut dirubah ke persamaan, sehingga menjadi:

$3X + 5Y = 40$

$5X + 2Y = 45$

$6X + 5Y = 50$

* $3X+5Y = 40$

$3X = 40$

$X = 13{,}3$

(13,3 ; 0)

$* \ 3X+5Y = 40$

$5Y = 40$

$Y = 8$

$\therefore (0, 8)$

$* \ 5X+2Y = 45$

$5X = 45$

$X = 9$

$\therefore (9, 0)$

$* \ 5X+2Y = 45$

$2Y = 45$

$Y = 22{,}5$

$\therefore (0; 22{,}5)$

$* \ 6X+5Y = 50$

$6X = 50$

$X = 8{,}3$

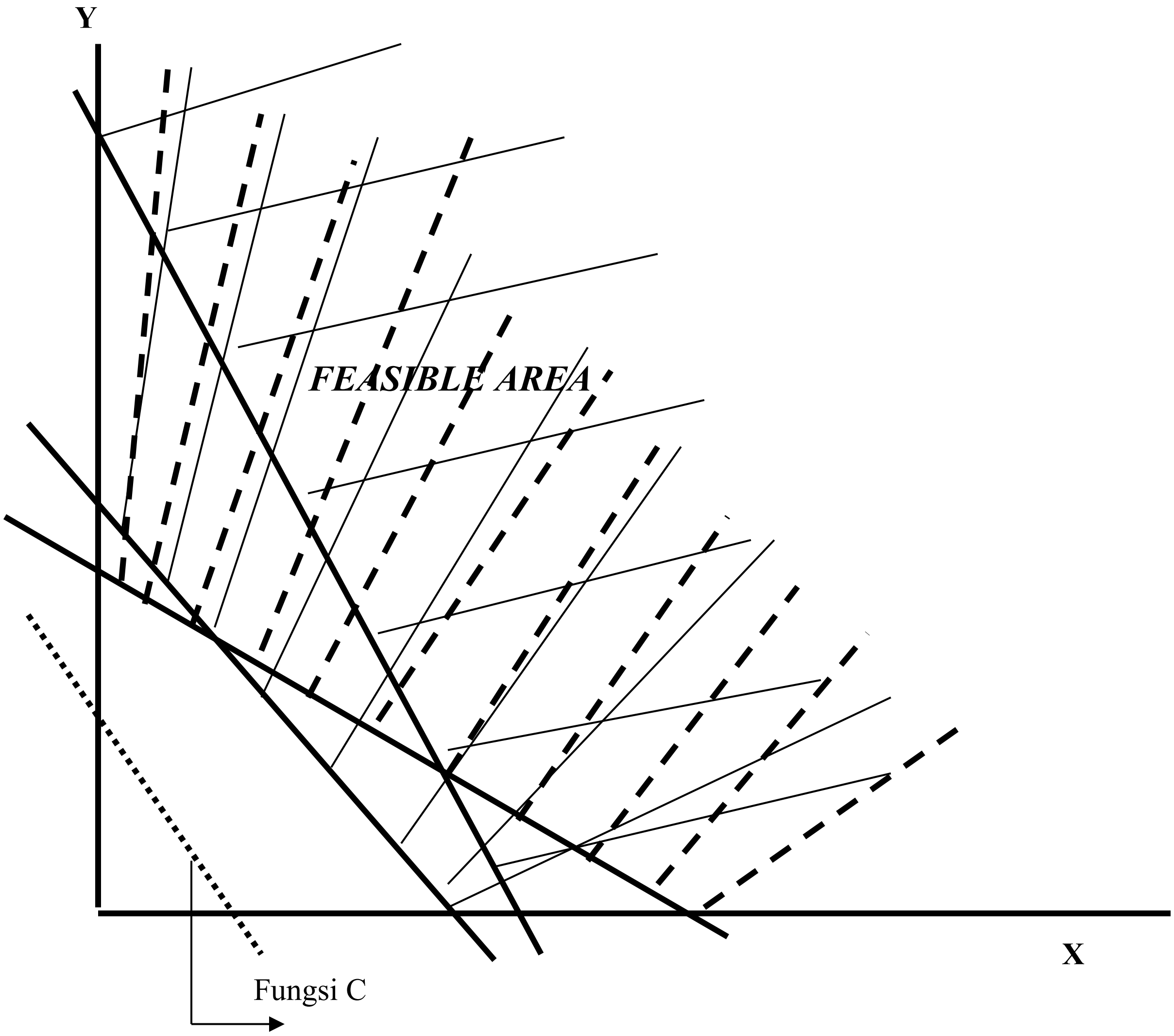
$\therefore (8, 0)$

$* \ 6X+5Y = 50$

$5Y = 50$

$Y = 10$

$\therefore (0, 10)$



$3X + 5Y = 40 \rightarrow 2 \rightarrow \ 6X + 10Y = 80$

$5X + 2Y = 45 \rightarrow 5 \rightarrow 25X \underline{+ 10Y = 225}$

$-19X = -145$

$X = 7{,}63$

$X = 7{,}6$

$3X + 5Y = 40$

$3(7{,}6) + 5Y = 40$

$5Y = 17{,}2$

$Y = 3{,}4$

$\therefore$ Titik B adalah (7,6 ; 3,4)

Titik atau kombinasi optimal dicari dengan menggambarkan fungsi tujuan ke dalam grafik. Garis fungsi tujuan ini kemudian ditarik ke atas dari titik origin atau titik O (0,0). Untuk minimisasi biaya, kombinasi optimal terjadi bila menyentuh titik yang paling dekat atau paling bawah dari titik origin. Terlihat titik B paling dekat dari titik O (0,0) atau paling cepat disentuh oleh garis fungsi tujuan. Pada kasus ini garis dari fungsi tujuan adalah :

$C = 2000X + 1500Y$, sehingga:

$C = 2000X+1500Y$

$C = 20X + 15Y$

$60 = 20X + 15Y$

$60 = 20X$

$X = 3$

$\therefore (3,0)$

$60 = 20X + 15Y$

$60 = 15Y$

$Y = 4$

$\therefore (0,4)$

Atau titik optimal bisa dicari dengan membandingkan berbagai alternatif kombinasi X1 dan X2. Atau dengan kata lain dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik kombinasi X1 dan X2 di daerah *feasible.* Tentu saja nilai Z semakin rendah bila makin dekat dari titik origin (0,0).

$Z= 2000X + 1500Y$

- Titik A (0; 22,5) $\rightarrow$ C = 2000(0) + 1500(22,5) = 33.750
- Titik B (7,6 ; 3,4) $\rightarrow$ C = 2000(7,6) + 1500(3,4) = 20.300
- Titik C (13,3 ; 0) $\rightarrow$ C = 2000(13,3) + 1500(0) = 26.600

Terlihat titik optimal berada pada titik B (7,6 ; 3,4), karena pada titik ini dikeluarkan biaya yang paling rendah. Dengan demikian kombinasi optimal apabila menggunakan BB I sebesar 7,6 gr dan BB II sebesar 3,4 gr.