

MANAJEMEN OPERASIONAL

Sesi Perkuliahan 4 (Selasa, 28 April 2026)

Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.

PEMECAHAN *LINIER PROGRAMMING*

Teknik Pemecahan Model *Linear Programming*

Metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model LP ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaa-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai tujuan yang optimum. Ada dua cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan LP, yaitu dengan cara grafis dan dengan simpleks.

Cara grafis dapat digunakan apabila persoalan LP yang akan diselesaikan itu hanya mempunyai dua buah variabel. Walaupun demikian cara ini telah memberikan satu petunjuk penting bahwa untuk memecahkan persoalan-persoalan LP, hanya perlu memperhatikan titik ekstrim (titik terjauh) pada ruang solusi atau daerah fisibel. Petunjuk ini telah menjadi kunci dalam mengembangkan metode simpleks.

Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan LP yang mempunyai jumlah variabel keputusan dan pembatas yang besar. Algoritma simpleks ini diterangkan dengan menggunakan logika secara aljabar matriks, sehingga operasi perhitungan dapat dibuat lebih efisien.

Metode Grafis

Langkah-langkah penggunaan metode grafis dapat ditunjukkan secara ringkas sebagai berikut:

- a. Menentukan fungsi tujuan dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
- b. Mengidentifikasi batasan-batasan yang berlaku dan memformulasikannya dalam bentuk matematis.
- c. Menggambarakan masing-masing garis fungsi batasan.
- d. Tentukan daerah yang memenuhi keuntungan/kerugian (*feasible area*)
- e. Mencari titik yang paling menguntungkan (optimal) dihubungkan dengan fungsi tujuan.

- f. Titik singgung merupakan posisi keuntungan maksimum atau biaya minimum
- Untuk maksimum keuntungan, titik singgungnya adalah titik singgung yang paling atas, atau paling jauh dari titik origin (titik 0,0).
 - Untuk minimum biaya, titik singgungnya adalah titik singgung yang paling bawah, atau paling dekat dari titik origin (titik 0,0)..
- g. Alokasi/kombinasi produksi dapat dicari dengan menyelesaikan batasan-batasan yang melewati titik singgung tersebut.

Contoh:

Seorang tukang kayu menerima pesanan untuk membuat meja dan kursi. Untuk menghasilkan sebuah meja dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 3 jam. Sedangkan untuk membuat satu unit kursi dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 1,5 jam. Setiap minggunya tukang kayu tersebut memiliki kayu sebanyak 40 m dan memiliki waktu kerja 45 jam. Sedangkan laba per-unit untuk produk meja dan kursi masing-masing Rp 25.000,- dan Rp 10.000,-. Dari data tersebut tentukan kombinasi produksi yang optimal.

Jawab:

Fungsi Tujuan: $Z = 25.000 X + 10.000 Y$

Batasan: Kayu : $2X + 2Y \leq 40$

Waktu : $3X + 1,5Y \leq 45$

Untuk pemecahan dengan metode grafis maka pertidaksamaan pada batasan-batasan tersebut dirubah menjadi persamaan, sehingga:

$2x + 2Y \leq 40$ menjadi $2X + 2Y = 40$

$3X + 1,5 \leq 45$ menjadi $3X + 1,5Y = 45$

Dari kedua persamaan tersebut, maka grafis bisa dibuat.

$$2X + 2Y = 40$$

$$2X = 40$$

$$X = 20$$

$$\therefore (20, 0)$$

$$2X + 2Y = 40$$

$$2Y = 40$$

$$Y = 20$$

$$\therefore (0, 20)$$

$$3X + 1,5 Y = 45$$

$$3X = 45$$

$$X = 15$$

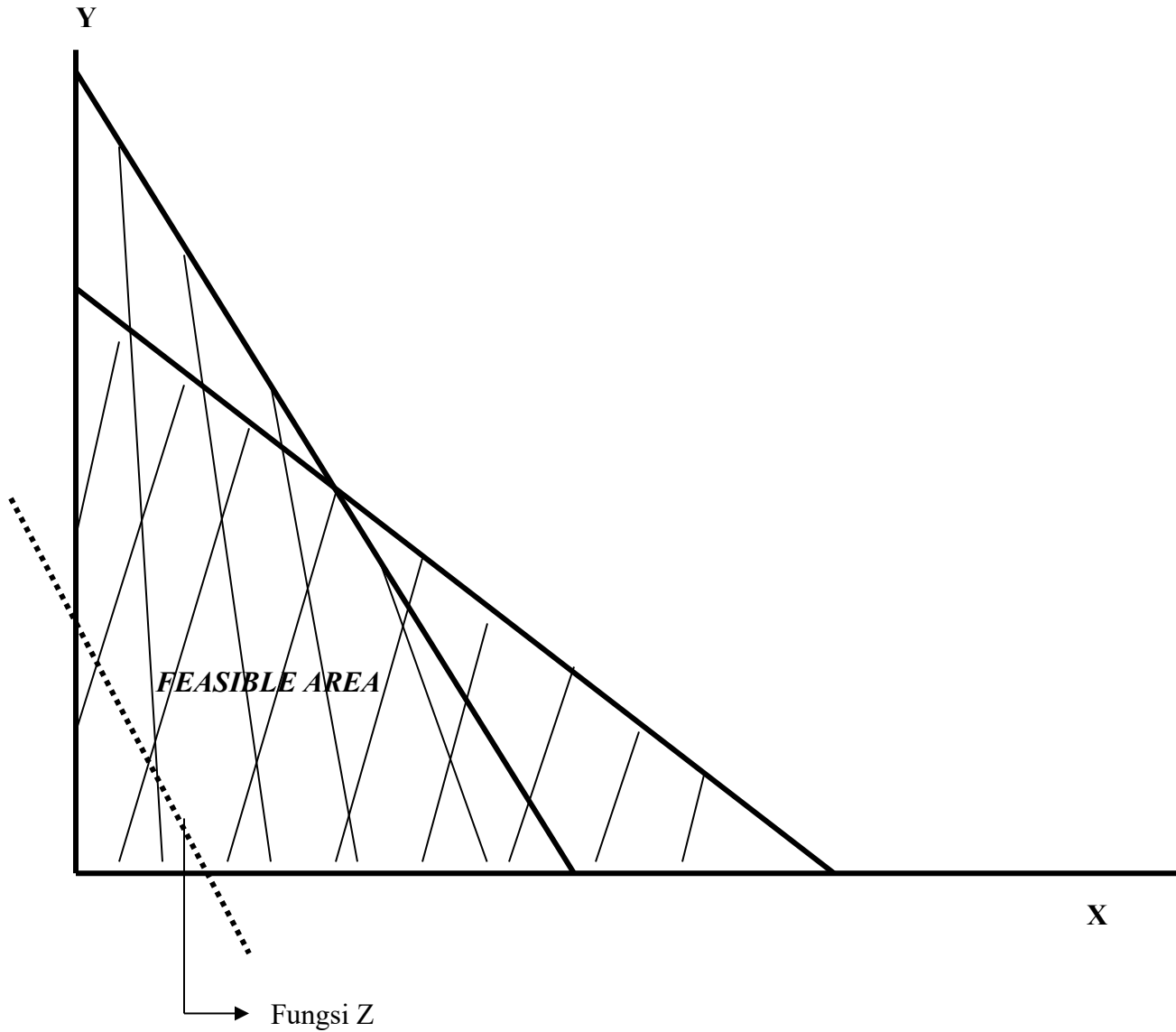
$$\therefore (15, 0)$$

$$3X + 1,5Y = 45$$

$$1,5Y = 45$$

$$Y = 30$$

$$\therefore (0, 30)$$



$$3X + 1,5Y = 45 \rightarrow 2 \rightarrow 6X + 3Y = 90$$

$$2X + 2Y = 40 \rightarrow 3 \rightarrow \underline{6X + 6Y = 120}$$

$$3Y = 30$$

$$Y = 10$$

$$3X + 1,5Y = 45$$

$$3X + 1,5(10) = 45$$

$$3X + 15 = 45$$

$$X = 10$$

∴ Titik B adalah (10, 10)

Titik optimum dicari dengan menggambarkan fungsi tujuan ke dalam grafik. Garis fungsi tujuan ini kemudian ditarik ke atas dari titik origin atau titik O (0,0). Untuk maksimisasi profit, kombinasi optimal terjadi apabila garis fungsi Z ini menyentuh titik di *feasible area* yang paling jauh atau paling atas dari titik origin. Sedangkan untuk minimisasi biaya, titik optimum terjadi bila menyentuh titik yang paling dekat atau paling bawah dari titik origin.

Pada contoh di atas fungsi $Z = 25.000 X + 10.000 Y$, maka garis fungsi Z-nya adalah:

$$50.000 = 25.000 X$$

$$X = 2$$

$$\therefore (2,0)$$

$$50.000 = 10.000 Y$$

$$Y = 5$$

$$\therefore (0,5)$$

Terlihat *feasible area* nya adalah segi empat OABC. Pada *feasible area* ini titik optimum akan ditemukan. Seperti diketahui $Z = 25.000 X + 10.000 Y$, fungsi Z ini kemudian ditarik ke titik-titik pada *feasible area* atau daerah OABC.

Apabila cara di atas terasa rumit, dapat dilakukan cara lain yang lebih sederhana yakni dengan membandingkan berbagai alternatif kombinasi X1 dan X2. Atau dengan kata lain dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik kombinasi X1 dan X2 di daerah *feasible*. Tentu saja nilai Z semakin tinggi bila makin jauh dari titik origin (0,0), sehingga sebaiknya yang dibandingkan adalah titik-titik yang ada di sudut-sudut daerah *feasible*.

$$\begin{aligned} \text{❖ Titik O (0,0)} &\rightarrow Z = 25.000 X + 10.000 Y \\ &= 25.000(0) + 10.000(0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{❖ Titik A (0,20)} &\rightarrow Z = 25.000 X + 10.000 Y \\ &= 25.000(0) + 10.000(20) \\ &= 200.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{❖ Titik B (10,10)} &\rightarrow Z = 25.000 X + 10.000 Y \\ &= 25.000(10) + 10.000(10) \\ &= 350.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{❖ Titik C (15,0)} &\rightarrow Z = 25.000 X + 10.000 Y \\
&= 25.000(15) + 10.000(0) \\
&= 375.000
\end{aligned}$$

Terlihat bahwa titik C memiliki nilai tertinggi, yaitu sebesar Rp 375.000,-. Titik optimum yaitu kombinasi produksi (kombinasi *output*) yang optimal terletak pada titik C, yaitu titik (15,0). Dengan demikian perusahaan sebaiknya hanya menghasilkan X (produk meja) sebanyak 15 unit dan tidak menghasilkan Y (produk kursi). Pada kondisi ini akan diperoleh keuntungan sebesar Rp 375.000,-.

$$X = 15 \text{ Unit}$$

$$Y = 0 \text{ unit}$$

Maka diperoleh profit sebesar Rp 375.000,-

4.3.2. Permasalahan lain di dalam metode grafis

Pada contoh di atas tampak bahwa permasalahan yang dihadapi adalah permasalahan maksimisasi. Artinya tujuan yang ingin dicapai adalah laba yang semaksimal mungkin. Kalau fungsi tujuan bersifat minimisasi maka alternatif yang optimal adalah alternatif yang dapat meminimumkan nilai Z. Bila ditempuh cara yang menggunakan gambar fungsi Z pada grafik, maka untuk mendapatkan titik optimal garis Z harus digeser ke kiri. Bila ditempuh cara membandingkan nilai Z pada setiap alternatif, maka alternatif yang mempunyai nilai Z terendah adalah alternatif yang optimal.

Untuk masalah minimisasi fungsi batasan memiliki tanda \geq , yang berarti arah *feasible area* akan berada di sebelah kanan atas garis batas tersebut.

Contoh 2:

Sebuah perusahaan menghasilkan produk kue. Adapun kandungan minimal yang harus ada pada kue tersebut adalah sebagai berikut: karbohidrat 40 gram, lemak 45 gram dan protein 50 gram. Karbohidrat, lemak dan protein tersebut diperoleh dari BB I dan BB II, di mana setiap BB mempunyai kandungan sebagai berikut:

	Bahan baku I	Bahan baku II
Karbohidrat	3 gr	5gr
Lemak	5 gr	2 gr
Protein	6 gr	5 gr

Diketahui harga BB I Rp 2000,-/gr, dan harga BB II Rp 1500,-/gr. Dari data tersebut tentukan bagaimana kombinasi produksi (kombinasi *input*) yang optimal.

Jawab:

Fungsi tujuan: $C = 2000 X + 1500 Y$

Batasan: - Karbohidrat: $3X + 5Y \geq 40$

- Lemak : $5X + 2Y \geq 45$

- Protein : $6X + 5Y \geq 50$

Pertidaksamaan tersebut dirubah ke persamaan, sehingga menjadi:

$$3X + 5Y = 40$$

$$5X + 2Y = 45$$

$$6X + 5Y = 50$$

$$* 3X + 5Y = 40$$

$$3X = 40$$

$$X = 13,3$$

$$(13,3 ; 0)$$

$$* 3X+5Y = 40$$

$$5Y = 40$$

$$Y = 8$$

$$\therefore (0, 8)$$

$$* 5X+2Y = 45$$

$$5X = 45$$

$$X = 9$$

$$\therefore (9, 0)$$

$$* 5X+2Y = 45$$

$$2Y = 45$$

$$Y = 22,5$$

$$\therefore (0; 22,5)$$

$$* 6X+5Y = 50$$

$$6X = 50$$

$$X = 8,3$$

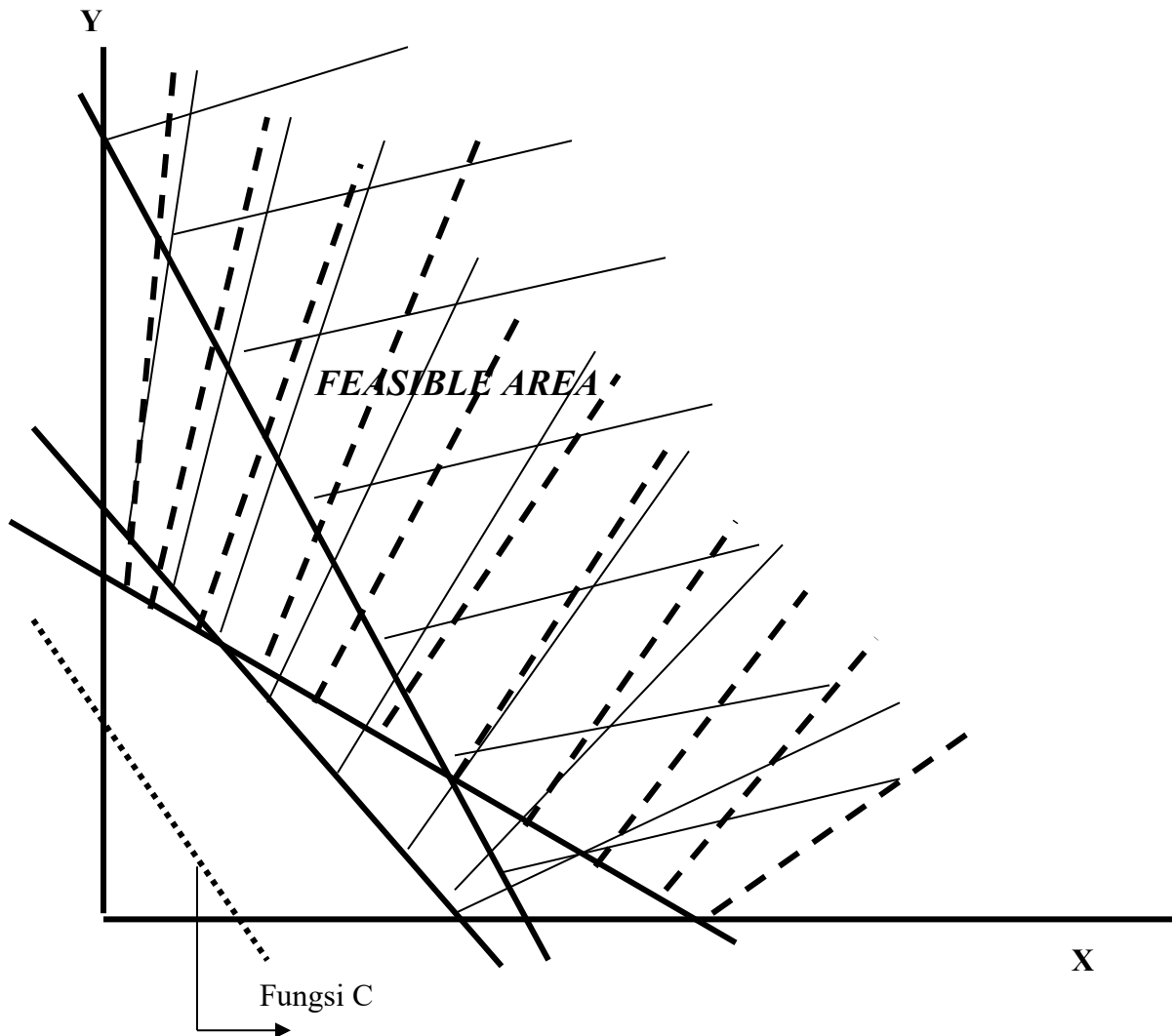
$$\therefore (8, 0)$$

$$* 6X+5Y = 50$$

$$5Y = 50$$

$$Y = 10$$

$$\therefore (0, 10)$$



$$3X + 5Y = 40 \rightarrow 2 \rightarrow 6X + 10Y = 80$$

$$5X + 2Y = 45 \rightarrow 5 \rightarrow 25X + 10Y = 225$$

$$-19X = -145$$

$$X = 7,63$$

$$X = 7,6$$

$$3X + 5Y = 40$$

$$3(7,6) + 5Y = 40$$

$$5Y = 17,2$$

$$Y = 3,4$$

∴ Titik B adalah (7,6 ; 3,4)

Titik atau kombinasi optimal dicari dengan menggambarkan fungsi tujuan ke dalam grafik. Garis fungsi tujuan ini kemudian ditarik ke atas dari titik origin atau titik O (0,0). Untuk minimisasi biaya, kombinasi optimal terjadi bila menyentuh titik yang paling dekat atau paling bawah dari titik origin. Terlihat titik B paling dekat dari titik O (0,0) atau paling cepat disentuh oleh garis fungsi tujuan. Pada kasus ini garis dari fungsi tujuan adalah :

$$C = 2000X + 1500Y, \text{ sehingga:}$$

$$C = 2000X + 1500Y$$

$$C = 20X + 15Y$$

$$60 = 20X + 15Y$$

$$60 = 20X$$

$$X = 3$$

$$\therefore (3,0)$$

$$60 = 20X + 15Y$$

$$60 = 15Y$$

$$Y = 4$$

$$\therefore (0,4)$$

Atau titik optimal bisa dicari dengan membandingkan berbagai alternatif kombinasi X1 dan X2. Atau dengan kata lain dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik kombinasi X1 dan X2 di daerah *feasible*. Tentu saja nilai Z semakin rendah bila makin dekat dari titik origin (0,0).

$$Z = 2000X + 1500Y$$

$$\text{❖ Titik A (0; 22,5)} \rightarrow C = 2000(0) + 1500(22,5) = 33.750$$

$$\text{❖ Titik B (7,6 ; 3,4)} \rightarrow C = 2000(7,6) + 1500(3,4) = 20.300$$

$$\text{❖ Titik C (13,3 ; 0)} \rightarrow C = 2000(13,3) + 1500(0) = 26.600$$

Terlihat titik optimal berada pada titik B (7,6 ; 3,4), karena pada titik ini dikeluarkan biaya yang paling rendah. Dengan demikian kombinasi optimal apabila menggunakan BB I sebesar 7,6 gr dan BB II sebesar 3,4 gr.