MANAJEMEN OPERASIONAL-I

Sesi Perkuliahan 2 (Sabtu, 25 Oktober 2025)

Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.

PERENCANAAN PRODUK DAN KAPASITAS PRODUKSI

1.1. Pengantar

Produk yang dihasilkan perusahaan biasanya jenisnya bervariasi. Variasi ini mencakup bentuk, ukuran, warna dan sebagainya. Walau macam produknya bervariasi, tetapi sebetulnya produk-produk tersebut dihasilkan dengan bahan baku, tenaga kerja, peralatan produksi yang sama atau hampir sama. Sedangakn bahan baku, tenaga kerja dan peralatan produksi tersebut yang dimiliki perusahaan jumlahnya terbatas.

Pada kondisi demikian, masalah yang timbul adalah bagaimana agar dengan bahan baku, tenaga kerja dan peralatan produksi yang sama tersebut dapat dihasilkan produk dengan proporsi tertentu yang paling menguntungkan perusahaan. Dengan kata lain pada kondisi tersebut timbul kombinasi produksi . Diharapkan dengan kombinasi yang tepat dapat diperoleh keuntungan yang maksimal berkaitan dengan produk yang dihasilkan atau dikeluarkan biaya yang minimal berkaitan dengan input yang digunakan.

Dengan demikian kombinasi produksi ada dua macam, yaitu kombinasi *output* dan kombinasi *input.*

1. Kombinasi Output berkaitan dengan banyaknya produk yang dihasilkan dengan berbagai variasinya, sehingga diperoleh profit yang maksimal.
2. Kombinasi Input berkaitan dengan besarnya input yang dipakai dalam kegiatan produksi.

1.2. Model *Linier Programming*

Model matematis perumusan masalah umum pengalokasian sumber daya untuk berbagai kegiatan, disebut sebagai model *Linear Programming* . *Linear Programming* merupakan suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan. Persoalan pengalokasian ini akan muncul manakala seseorang harus memilih tingkat aktivitas-aktivitas tertentu yang bersaing dalam hal penggunaan sumber daya langka yang dibutuhkan untuk melaksanakan aktivitas-aktivitas tersebut. Beberapa contoh situasi dari uraian tersebut antara lain adalah persoalan pengalokasian fasilitas produksi, persoalan pengalokasian sumber daya untuk kebutuhan-kebutuhan tertentu, penjadwalan produksi, solusi permainan *(game)*, pemilihan pola pengiriman *(shipping),* dan sebagainya. Satu hal yang menjadi ciri situasi tersebut adalah keharusan untuk mengalokasikan sumber terhadap aktivitas.

Linear Programming menggunakan model matematis untuk menjelaskan persoalan yang dihadapinya. Sifat ”linear” di sini memberi arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi yang linear, sedangkan kata ”programa” merupakan sinonim untuk perencanaan. Dengan demikian *linear programming* merupakan perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum, yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara seluruh alternatif yang fisibel.

Dalam model *Linear Programming* dikenal dua macam fungsi, yaitu fungsi tujuan *(objective function)* dan fungsi-fungsi pembatas *(constrain functions).* Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan *Linear Programming* yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal *resources* untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z, sedang fungsi batasan merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan

Agar memudahkan pembahasan model *Linear Programming* digunakan simbol-simbol sebagai berikut:

m = Macam batasan-batasan *resources* atau fasilitas yang tersedia.

n = Macam kegiatan-kegiatan yang menggunakan *resources* atau fasilitas yang tersedia tersebut.

i = Nomor setiap macam *resources* atau fasilitas yang tersedia tersebut. (i = 1, 2, ………,m).

j = Nomor setiap macam kegiatan yang menggunakan *resources* atau fasilitas yang tersedia tersebut (j = 1, 2, ………,n)

x_j = Tingkat kegiatan ke j (j = 1, 2, ...,n)

a_{ij} = Banyaknya *resources* i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran *(output)* kegiatan j (i = 1, 2, ...,m dan j = 1, 2, ...,n).

b_i = Banyaknya *resources*/fasilitas i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan (1 = 1, 2, ...,n).

Z = Nilai yang dioptimalkan (maksimum atau minimum).

Cj = kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan (x_j) dengan satu satuan (unit); atau merupakan sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap nilai

Keseluruhan simbol-simbol di atas selanjutnya disusun ke dalam bentuk tabel standar *Linier Programming* berikut:

Tabel
Dasar-dasar Pembuatan *Linier Programming*

Aktivitas / Sumber	Pemakaian Sumber Per-unit Aktivitas *(Output)*					Kapasitas Sumber
	1	2	3		n	
1 2 3 M	a11 a21 a31 am1	A12 A22 A32 am2	A13 A23 A33 am3	………………… ………………… ………………… …………………	a1n a2n a3n amn	b1 b2 b3 Bm
ΔZ per unit aktivitas	C1	C2	C3	…………………	Cn	
Tingkat aktivitas	X1	X2	X3	…………………	Xn	

Atas dasar tabel di atas kemudian dapat disusun suatu model matematis yang digunakan untuk mengemukakan suatu permasalahan *Linier Programmin*g. Masalah *Linier Programming* dapat dinyatakan sebagai proses optimasi suatu fungsi tujuan *(objective function)* dalam bentuk:

Fungsi tujuan:

Maksimumkan (minimumkan): $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots C_nX_n$

dengan mengingat batasan-batasan sumber daya dalam bentuk:

1. $a11X1+a12X2 + a13X3 + \ldots\ldots\ldots + a1nXn \leq b1$
2. $a21X1+a22X2 + a23X3 + \ldots\ldots\ldots + a2nXn \leq b2$
3. $a31X1+a32X2 + a33X3 + \ldots\ldots\ldots + a3nXn \leq b3$

.

.

m. $am1X1+am2X2 + am3X3 + \ldots\ldots\ldots + amnXn \leq bm$

dan $X1 \geq 0$, $X2 \geq \ldots\ldots\ldots Xn \geq 0$

Terminologi umum untuk model *Linier Programmin*g yang diuraikan di atas dapat diringkas sebagai berikut:

1. Fungsi yang akan dimaksimumkan: $C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots C_nX_n$ disebut fungsi tujuan *(objective function).*
2. Fungsi-fungsi batasan dapat dikelompokkan menjadi dua macam, yaitu:
   a. Fungsi batasan fungsional, yaitu fungsi-fungsi batasan sebanyak m (yaitu $ai1X1+ai2X2 + ai3X3 + \ldots\ldots\ldots + aimXn$
   b. Fungsi batasan non negatif *(non negative constraints)* yaitu fungsi-fungsi batasan yang dinyatakan dengan $Xi \geq 0$.
3. Variabel-variabel X_j disebut sebagai *decision variables*
4. a_{ij}, $b_{i\ dan}$ C_j, yaitu masukan-masukan *(input)* konstan; disebut sebagai parameter model.

Sebagai ilustrasi perhatikan contoh soal berikut: Sebuah usaha *home industry* memproduksi dua jenis mainan yang terbuat dari kayu, yang berupa boneka dan mobil-mobilan. Boneka dijual dengan harga Rp 27.000,-/unit yang setiap unitnya memerlukan biaya material Rp 10.000,- serta biaya tenaga kerja Rp 14.000,-. Mobil-mobilan yang dijual seharga seharga Rp

21.000,-/unit memerlukan biaya material Rp 9.000,- dan biaya tenaga kerja Rp 10.000,-. Untuk membuat boneka dan mobil-mobilan ini diperlukan dua kelompok tenaga kerja, yaitu tukang poles dan tukang kayu. Setiap unit boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu, sedangkan setiap mobil-mobilan memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu. Meskipun pada setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari data tersebut bagaimana formulasi dari persoalan di atas untuk mengetahui berapa unit jenis mainan masing-masing yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan yang maksimum.

Dalam membangun model dari formulasi persolan di atas akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam persoalan *Linier Programming*, yaitu:

1. Variabel keputusan

   Merupakan variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang dibuat. Dalam persolan ini, variabel keputusan akan menentukan berapa banyak boneka dan mobil-mobilan masing-masing harus dibuat setiap minggunya.

   Misalkan: X1 = banyaknya boneka yang dibuat setiap minggu
   X2 = banyaknya mobil-mobilan yang dibuat setiap minggu

2. Fungsi tujuan

   Merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan dimaksimumkan (untuk pendapatan/penghasilan) atau diminimumkan (untuk *cost*). Pada persoalan ini akan dimaksimumkan (pendapatan/minggu) - (ongkos material/minggu) - (ongkos tenaga kerja/minggu).

   Pendapatan dan ongkos-ongkos ini dapat diekspresikan dengan menggunakan variabel keputusan X1 dan X2 sebagai berikut:

   Pendapatan/minggu = pendapatan/minggu dari boneka + pendapatan/minggu dari mobil-mobilan
   = 27 X1 + 21 X2

   Ongkos material/minggu = 10 X1 + 9 X2

   Ongkos tenaga kerja /minggu = 14 X1 + 10 X2

Sehingga yang akan dimaksimumkan adalah:

$(27\ X1 + 21\ X2) - (10\ X1 + 9\ X2) - (14\ X1 + 10\ X2) = 3\ X1 + 2\ X2$

Catatan: ongkos dan pendapatan dalam ribuan rupiah. Untuk menyatakan nilai fungsi tujuan ini akan digunakan variabel Z sehingga fungsi tujuannya menjadi:

Maksimumkan $Z = 3\ X1 + 2\ X2$

3. *Constrain* (pembatas)

Pembatas merupakan kendala yang dihadapi sehingga seseorang tidak bisa menentukan harga-harga veriabel keputusan secara sembarang. Pada persolan di atas ada 3 pembatas yang dihadapi, yaitu:

Pembatas 1 : Setiap minggu tidak lebih dari 100 jam waktu pemolesan yang dapat digunakan

Pembatas 2: Setiap minggu tidak lebih dari 80 jam waktu pengerjaan kayu yang dapat digunakan

Pembatas 3: Karena permintaan yang terbatas, maka tidak lebih dari 40 unit boneka yang dapat dibuat setiap minggu. Jumlah material yang dapat digunakan diasumsikan tidak terbatas sehingga tidak ada pembatas untuk hal ini.

Selanjutnya ekspresikan pembatas-pembatas itu ke dalam X1 dan X2 sebagai berikut:

Pembatas 1: $2\ X1 + X2 \leq 100$

Pembatas 2: $X1 + X2 \leq 80$

Koefisien dari variabel keputusan pada pembatas disebut *koefisien teknologis*, sedangkan bilangan yang ada di sisi kanan setiap pembatas disebut *ruas kanan pembatas.*

4. Pembatas tanda

Adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga nonnegatif atau variabel keputusan tersebut boleh berharga positif, boleh juga negatif (tidak terbatas dalam tanda).

Pada contoh di atas, kedua variabel keputusan harus berharga non negatif, sehinga harus dinyatakan bahwa: $X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$

Dengan demikian, formulasi lengkap dari persoalan di atas adalah:

Maksimumkan $z = 3X1 + 2X2$

Berdasarkan $2X1 + X2 \leq 100$

$X1 + X2 \leq 80$

$X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$

1.3. Teknik Pemecahan Model *Linear Programming*

Metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model *Linier Programmin*g ditujukan untuk mencari solusi dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaa-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai tujuan yang optimum. Ada dua cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan *Linier Programmin*g, yaitu dengan cara grafis dan dengan simpleks.

Cara grafis dapat digunakan apabila persoalan *Linier Programmin*g yang akan diselesaikan itu hanya mempunyai dua buah variabel. Walaupun demikian cara ini telah memberikan satu petunjuk penting bahwa untuk memecahkan persoalan-persoalan *Linier Programmin*g, hanya perlu memperhatikan titik ekstrim (titik terjauh) pada ruang solusi atau daerah fisibel. Petunjuk ini telah menjadi kunci dalam mengembangkan metode simpleks.

Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan *Linier Programmin*g yang mempunyai jumlah variabel keputusan dan pembatas yang besar. Algoritma simpleks ini diterangkan dengan menggunakan logika secara aljabar matriks, sehingga operasi perhitungan dapat dibuat lebih efisien.

PERENCANAAN PRODUK DAN KAPASITAS PRODUKSI

(Bagian 2/Pendalaman)

1. Pengantar

Kombinasi produksi ada dua macam, yaitu kombinasi *output* dan kombinasi *input.*

3. Kombinasi Output berkaitan dengan banyaknya produk yang dihasilkan dengan berbagai variasinya, sehingga diperoleh profit yang maksimal. Masalah maksimisasi.
4. Kombinasi Input berkaitan dengan besarnya input yang dipakai dalam kegiatan produksi. Masalah minimisasi.

2. Model *Linier Programming*

Dalam model linier programming dikenal dua macam fungsi yaitu fungsi tujuan *(objective function)* dan fungsi-fungsi pembatas *(constrain functions)*. Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal *resources* untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal. Pada umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z. Sedang fungsi batasan merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

- Fungsi tujuan:

  Maksimumkan (minimumkan): $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \ldots\ldots C_nX_n$
- Fungsi Constrain/Fungsi Pembatas/batasan

  dengan mengingat batasan-batasan sumber daya dalam bentuk:

1. $a11X1+a12X2 + a13X3 + \ldots\ldots\ldots + a1nXn \leq b1$
2. $a21X1+a22X2 + a23X3 + \ldots\ldots\ldots + a2nXn \leq b2$
3. $a31X1+a32X2 + a33X3 + \ldots\ldots\ldots + a3nXn \leq b3$

m. $am1X1+am2X2 + am3X3 + \ldots\ldots\ldots + amnXn \leq bm$

dan $X1 \geq 0, X2 \geq \ldots\ldots\ldots Xn \geq 0$

Tabel Pembantu Pembuatan Model

Aktivitas / Sumber	Pemakaian Sumber Per-unit Aktivitas *(Output)*					Kapasitas Sumber
	1	2	3		n	
1 2 3 m	a11 a21 a31 am1	a12 a22 A32 am2	a13 a23 A33 am3	………………… ………………… ………………… …………………	a1n a2n a3n amn	b1 b2 b3 bm
ΔZ per unit aktivitas	C1	C2	C3	…………………	Cn	
Tingkat aktivitas	X1	X2	X3	…………………	Xn	

Sebagai ilustrasi perhatikan contoh soal berikut: Sebuah usaha *home industry* memproduksi dua jenis mainan yang terbuat dari kayu, yang berupa boneka dan mobil-mobilan. Boneka dijual dengan harga Rp 27.000,-/unit yang setiap unitnya memerlukan biaya material Rp 10.000,- serta biaya tenaga kerja Rp 14.000,-. Mobil-mobilan yang dijual seharga seharga Rp 21.000,-/unit memerlukan biaya material Rp 9.000,- dan biaya tenaga kerja Rp 10.000,-.

Untuk membuat boneka dan mobil-mobilan ini diperlukan dua kelompok tenaga kerja, yaitu tukang poles dan tukang kayu. Setiap unit boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu, sedangkan setiap mobil-mobilan memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu.

Meskipun pada setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari data tersebut bagaimana formulasi dari persoalan di atas untuk mengetahui berapa unit jenis mainan masing-masing yang harus dibuat agar diperoleh keuntungan yang maksimum.

Dengan demikian, formulasi lengkap dari persoalan di atas adalah:

Maksimumkan $Z = 3X1 + 2X2$

Dengan batasan: $2X1 + X2 \le 100$

$X1 + X2 \le 80$

$X1 \ge 0$

$X2 \ge 0$

Aktivitas / Sumber	Pemakaian Sumber Per-unit Aktivitas *(Output)*				Kapasitas Sumber
	1= Boneka	2= Mobil-mobilan	3	………… n	
1= Pek. Pemolesan 2= Pek Kayu 3. m	a11=2 a21=1 a31 am1	a12=1 a22=1 a32 am2	a13 a23 a33 am3	………… a1n ………… a2n ………… a3n ………… amn	100 80 b3 bm
ΔZ per unit aktivitas	C1=3.000	C2=2.000	C3	………… Cn	
Tingkat aktivitas	X1	X2	X3	………… Xn	

1. a11= Banyaknya input 1 untuk menghasilkan output 1

   = Banyaknya pekerjaan pemolesan untuk mengasilkan boneka

2. a12= Banyaknya input 1 untuk menghasilkan output 2

   = Banyaknya pekerjaan pemolesan untuk mengasilkan mobil-mobilan

3. a21= Banyaknya input 2 untuk menghasilkan output 1

   = Banyaknya pekerjaan kayu untuk menghasilkan boneka

4. a22= Banyaknya input 2 untuk menghasilkan output 2

   = Banyaknya pekerjaan kayu untuk menghasilkan mobil-mobilan

- Boneka (X1)

Harga Jual	=		Rp 27.000,-
Biaya Material	=	Rp 10.000,-	
Biaya TK	=	Rp 14.000,-	
			Rp 24.000,-
Profit	=		**Rp 3.000,-**

- Mobil-mobilan (X2)

Harga Jual	=		Rp 21.000,-
Biaya Material	=	Rp 9.000,-	
Biaya TK	=	Rp 10.000,-	
			Rp 19.000,-
Profit	=		**Rp 2.000,-**

Maksimumkan Z = 3.000X1 + 2.0000 X2

= 3X1 + 2X2

Dengan batasan: 2 X1 + 1X2 ≤ 100 Atau 2X1 + X2 ≤ 100

1X1 + 1X2 ≤ 80 Atau X1 + X2 ≤ 80

X1 ≥ 0

X2≥ 0

Contoh:

Seorang tukang kayu menerima pesanan untuk membuat meja dan kursi. Untuk menghasilkan sebuah meja dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 3 jam. Sedangkan untuk membuat satu unit kursi dibutuhkan 2 m kayu dengan waktu pengerjaan 1,5 jam. Setiap minggunya tukang kayu tersebut memiliki kayu sebanyak 40 m dan memiliki waktu kerja 45 jam. Sedangkan laba per-unit untuk produk meja dan kursi masing-masing Rp 25.000,- dan Rp 10.000,-. Dari data tersebut tentukan kombinasi produksi yang optimal.

Jawab:

Fungsi Tujuan: $Z = 25.000\ X + 10.000\ Y$

Batasan: Kayu : $2X + 2Y \leq 40$

Waktu : $3X + 1{,}5Y \leq 45$