

MANAJEMEN OPERASIONAL-1

Sesi Perkuliahan 13 (Selasa, 13 Januari 2026)

Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.

LANJUTAN TRANSPORTATION PROBLEM

Metode MODI (*Modified Distribution*)

Fungsinya sama dengan Metode Matrik, atau Metode *Stepping Stone* (SS), yaitu untuk melakukan uji optimasi. Dengan demikian Metode MODI adalah alat tahap II untuk uji optimasi.

Tahap I : Metode NWCR

Tahap II: Metode MODI

LANJUTAN MATERI KULIAH SEBELUMNYA

Pemecahan Tahap I: dengan metode NWCR

Tahap I (NWCR):

Contoh:

Suatu perusahaan menjual hasil produksinya ke tiga daerah pemasaran, yaitu Bandung, Semarang dan Surabaya. Perusahaan tersebut memiliki tiga buah pabrik yang terletak di Tangerang, Cirebon dan Tegal. Diketahui kapasitas produksi untuk pabrik Tangerang, Cirebon dan Tegal masing-masing adalah 30 ton, 40 ton, dan 50 ton. Sedangkan permintaan pasar untuk daerah Bandung, Semarang dan Surabaya masing-masing adalah: 60 ton, 40 ton, dan 20 ton. Sedangkan biaya pengangkutan per-ton dari masing-masing pabrik ke masing-masing daerah pemasaran adalah sbb:

Tabel
Biaya Pengangkutan Produk per- ton
(dalam ribuan rupiah)

Dari \ Ke	Bandung	Semarang	Surabaya	
Dari	Ke	Bandung	Semarang	Surabaya
Tangerang	Ke Bandung	15	3	18
Cirebon	Ke Semarang	17	8	30
Tegal	Ke Surabaya	18	10	24

Dari data tersebut tentukan bagaimana alokasi pengiriman yang optimal.

Jawab:

Pemecahan Tahap I: dengan metode NWCR

Tabel
Alokasi I

S \ T	T1	T2	T3	Kapasitas
S1	30			30
S2	30	10		40
S3		30	20	50
Demand	60	40	20	120

Pada alokasi ini dikeluarkan biaya transportasi sebesar: 30 (Rp 15.000,-) + 30 (Rp 17.000,-) + 10 (Rp 8.000,-) + 30 (Rp 10.000,-) + 20 (Rp 24.000,-) = Rp 1.820.000,-

Apakah biaya transportasi sebesar Rp 1.820.000,- ini merupakan biaya yang paling optimum/murah?. Untuk mengetahui bahwa alokasi I atau biaya transportasi di atas sudah optimum, maka Alokasi I tersebut kemudian dilanjutkan pada tahap II (tahap uji optimasi). Uji optimasi di sini akan dicoba dengan menggunakan Metode *Stepping Stone* sebagai berikut:

Pemecahan Tahap II: Dengan Metode MODI (*Modified Distribution*)

Tahap II: Metode MODI

Alokasi I tersebut diuji nilai optimasinya.

Tabel MODI

S \ T	T1 = 15	T2 = 6	T3 = 20
S1 = 0	15	-3	-2
S2 = 2	17	8	8
S3 = 4	-1	10	24

Alokasi optimum apabila MODI ≥ 0 . Jadi Alokasi I di atas belum optimum. Untuk perlu revisi. Revisinya dari nilai terkecil (negatif terbesar); yaitu -3.

Biaya Pengangkutan Produk per-ton
(dalam ribuan rupiah)

Dari \ Ke	Bandung	Semarang	Surabaya
Tangerang	15	3	18
Cirebon	17	8	30
Tegal	18	10	24

Nilai-nilai tersebut diperoleh dengan menerapkan rumus:

$$R_i + K_j = C_{ij}$$

R_i = Nilai baris i

K_j = Nilai Kolom j

C_{ij} = Biaya transportasi dari i ke j

Sedangkan $i_j = C_{ij} - K_j$

Dengan demikian nilai dari:

- S_1T_2 didapat dari $S_1T_2 - R_1 - K_2 = 3 - 0 - 6 = -3$
- S_1T_3 didapat dari $S_1T_3 - R_1 - K_3 = 8 - 0 - 20 = -2$
- S_2T_3 didapat dari $S_2T_3 - R_2 - K_3 = 30 - 2 - 20 = 8$
- S_3T_1 didapat dari $S_3T_1 - R_3 - K_1 = 18 - 4 - 15 = -1$

Terlihat pada uji optimasi dengan menggunakan metode MODI, hasilnya masih menunjukkan ada nilai negatifnya. Dengan demikian alokasi I di atas menunjukkan belum optimal. Karena alokasi belum optimal, maka perlu diadakan perubahan, yaitu dengan membuat alokasi baru.

Langkah-langkah dalam membuat Re-Alokasi I

1. Menentukan nilai negatif terbesar pada hasil uji optimasi .

Pada hasil uji optimasi di atas nilai negatif terbesarnya adalah -3. Nilai -3 ini berada pada posisi S_1T_2 .

2. Dari posisi S_1T_2 ini, maka dibuatlah segi empat air atau segi enam air dan seterusnya, bila tidak memungkinkan dibuat segi empat air. Dari posisi S_1T_2 ini bisa dibuat segi empat air yaitu $S_1T_2 \rightarrow S_1T_1 \rightarrow S_2T_1 \rightarrow S_2T_2$.
3. Karena segi empat air tersebut dimulai S_1T_2 , maka nilai:

S_1T_2 adalah positif (+)

S_1T_1 adalah negatif (-)

S₂T₁ adalah positif (+)

S₂T₂ adalah positif (-)

4. Mengidentifikasi nilai negatif pada segi empat air di atas. Nilai negatif di sini adalah S₁T₁ dan S₂T₂. Besarnya alokasi pada S₁T₁ = 30 ton dan S₂T₂ = 10 ton. Kedua alokasi ini kemudian dipilih yang terkecil/minimal. Alokasi yang terkecil ini adalah 10 ton.
5. Nilai 10 ton tersebut akan menjadi penambah atau pengurang bagi alokasi pada segi empat air. Bila nilainya positif, maka ditambah dengan 10 ton, sebaliknya bila nilainya negatif, maka dikurangi 10 ton, sehingga jadilah Re-alokasi I seperti pada tabel berikut:

		Matriks P			
S	T	T1	T2	T3	Kapasitas
S ₁		30 P ₃ (-)		P ₀ (+)	
S ₂		↑ 30 P ₂ (+)	10 ↓ P ₁ (-)		
S ₃			30	20	50
<i>Demand</i>		60	40	20	120

$$P_1 = 10$$

$$P_3 = 30$$

Nilai minimum adalah P₁ = 10.

Tahap I: Metode NWCR

Tabel
Re-Alokasi I

		T1	T2	T3	Kapasitas
S	T				
S ₁		20	10		30
S ₂		40			40
S ₃			30	20	50
<i>Demand</i>		60	40	20	120

Tahap II: Metode MODI

Re-Alokasi I tersebut diuji nilai optimasinya.

Tabel MODI

T S	T1 = 15	T2 = 3	T3 = 17
S1 = 0	15	3	1
S2 = 2	17	3	11
S3 = 7	-4	10	24

Terlihat hasil uji optimasi dengan menggunakan metode MODI masih menunjukkan nilai negatif. Jadi Re-Alokasi I belum optimal, dengan demikian perlu dibuat alokasi yang baru (Re-Alokasi II) sebagai berikut:

Matriks P

T S	T1	T2	T3	Kapasitas
S1	20 P1 (-)	10 P2 (+)		30
S2	40			40
S3	P0 (+)	30 P3 (-)	20	50
Demand	60	40	20	120

$$P1 = 20$$

$$P3 = 30$$

Nilai minimum adalah $P1 = 20$.

Tahap I: Metode NWCR

Tabel
Re-Alokasi II

T S	T1	T2	T3	Kapasitas
S1		30		30
S2	40			40
S3	20	10	20	50
Demand	60	40	20	120

Tahap II: Metode MODI

Re-Alokasi II tersebut diuji nilai optimasinya.

Tabel MODI

S \ T	T1 = 11	T2 = 3	T3 = 17
S1 = 0	4	3	1
S2 = 6	17	-1	7
S3 = 7	18	10	24

Terlihat hasil uji optimasi dengan menggunakan metode MODI masih menunjukkan nilai negatif. Jadi Re-Alokasi II belum optimal, dengan demikian perlu dibuat alokasi yang baru (Re-Alokasi III) sebagai berikut:

Matriks P

S \ T	T1	T2	T3	Kapasitas
S1		30		30
S2	40 P4 (-)	P0 (+)		40
S3	20 P3 (+)	10 P1 (-)	20	50
Demand	60	40	20	120

$$P1 = 10$$

$$P3 = 40$$

Nilai minimum adalah $P1 = 10$.

Tahap I: Metode NWCR

Tabel
Re-Alokasi III

S \ T	T1	T2	T3	Kapasitas
S1		30		30
S2	30	10		40
S3	30		20	50
Demand	60	40	20	120

Tahap II: Metode MODI

Re-Alokasi III tersebut diuji nilai optimasinya.

Tabel MODI

S \ T	T1 = 12	T2 = 3	T3 = 18
S1 = 0	3	3	0
S2 = 5	17	8	7
S3 = 6	18	1	24

Terlihat pada uji optimasi dengan menggunakan metode MODI, semua nilai sudah menunjukkan positif. Dengan demikian Re-Alokasi III sudah optimal. Alokasi optimal ini mengeluarkan biaya transportasi sebesar: 30(Rp 3.000,-) + 30(Rp 17.000,-) + 10(Rp 8.000,-) + 30(Rp 18.000,-) + 20(24.000,-) = **Rp 1.700.000,-**

PEMECAHAN TAHAP I DENGAN METODE VAM

(VOGEL'S APPROXIMATION METHOD)

Pemecahan dengan metode VAM

Langkah-langkah yang dilakukan penglokasiannya dengan menggunakan pedoman VAM adalah sebagai berikut:

1. Cari dua angka yang paling kecil, baik pada setiap baris maupun setiap kolom. Tuliskan perbedaan antara kedua angka tersebut pada baris atau kolom yang bersangkutan.
2. Pilihlah angka perbedaan yang paling besar di antara angka-angka tersebut..
3. Pada kolom atau baris yang mempunyai perbedaan ini, pilihlah sumber atau tempat tujuan yang mempunyai biaya transportasi yang terkecil. Kemudian alokasikan sejumlah unit yang sesuai dengan kapasitas sumber dan besarnya permintaan.
4. Ulangi proses ini dari pemilihan dua angka yang terkecil pada masing-masing kolom dan baris sampai alokasi tersebut selesai seluruhnya.
5. Pada setiap pemilihan dua angka yang terkecil ini perlu diperhatikan bahwa angka yang diperhitungkan adalah hanya pada sumber yang belum digunakan (belum digunakan seluruhnya atau belum habis karena baru digunakan sebagian saja), atau tempat tujuan yang masih memerlukan pengiriman barang (belum dikirim atau masih memerlukan tambahan pengiriman barang tersebut).

Contoh pemecahan dengan metode VAM (diambil dari kasus yang sama di atas)

Tabel
Biaya transportasi per- ton/km, demand, dan kapasitas
(dalam ribuan rupiah)

S \ T	T1	T2	T3	Kapasitas							
S1	15	3 30	18	30	12	-	-	-	-	-	-
S2	17 30	8 10	30	40	9	9	13	-	-	-	-
S3	18 30	10	24 20	50	8	8	6	6	✓	-	-
Demand	60	40	20	120							
	2	5	6								
	1	2	6								
	1	-	6								
	✓	-	✓								
	-	-	✓								
	-	-	-								

Alokasi yang telah dilakukan tersebut kemudian dilakukan pengujian optimasi. Uji optimasi bisa dilakukan dengan metode-metode yang sudah dibahas di depan. Misalnya dilakukan pengujian dengan Metode Matrik, Metode Stepping Stone, dan Metode MODI.

1. Bila diuji dengan Metode Matrik

Tahap II: Metode Matrik

Matriks H

		T1	T2	T3
		12	3	18
S1	0	12	3	18
S2	5	17	8	23
S3	6	18	9	24

Matriks L

	T1	T2	T3
S1	-3	0	0
S2	0	0	-7
S3	0	-1	0

Alokasi di atas optimum apabila matriks $L \leq 0$. Karena matriks L nilai-nilainya ≤ 0 , maka berarti alokasi di atas sudah optimum. Pada alokasi optimum ini dikeluarkan biaya transportasi sebesar: $30(\text{Rp } 3.000,-) + 30(\text{Rp } 17.000,-) + 10(\text{Rp } 8.000,-) + 30(\text{Rp } 18.000,-) + 20(24.000,-) = \text{Rp } 1.700.000,-$

2. Bila diuji dengan Metode Stepping Stone

Tahap II: Metode Stepping Sto

$$\Delta S1T1 = S1T1 \rightarrow S1T2 \rightarrow S2T2 \rightarrow S2T1 = 15 - 3 + 8 - 17 = 3$$

$$\Delta S1T3 = S1T3 \rightarrow S3T3 \rightarrow S3T1 \rightarrow S2T1 \rightarrow S2T2 \rightarrow S1T2 = 18 - 24 + 18 - 17 + 8 - 3 = 0$$

$$\Delta S2T3 = S2T3 \rightarrow S3T3 \rightarrow S3T1 \rightarrow S2T1 = 30 - 24 + 18 - 17 = 7$$

$$\Delta S3T2 = S3T2 \rightarrow S3T1 \rightarrow S2T1 \rightarrow S2T2 = 10 - 18 + 17 - 8 = 1$$

Terlihat pada uji optimasi dengan menggunakan metode *stepping stone*, semua nilai sudah menunjukkan positif. Dengan demikian Re-Alokasi III sudah optimal. Alokasi optimal ini mengeluarkan biaya transportasi sebesar: $30(\text{Rp } 3.000,-) + 30(\text{Rp } 17.000,-) + 10(\text{Rp } 8.000,-) + 30(\text{Rp } 18.000,-) + 20(24.000,-) = \text{Rp } 1.700.000,-$

3. Bila diuji dengan Metode MODI (Modified Distribution)

Tahap II: Metode Stepping Stone

Tabel MODI

$T \backslash S$	$T1 = 12$	$T2 = 3$	$T3 = 18$
$S1 = 0$	3	3	0
$S2 = 5$	17	8	7
$S3 = 6$	18	1	24

Terlihat pada uji optimasi dengan menggunakan maupun MODI, semua nilai sudah menunjukkan positif. Dengan demikian alokasi sudah optimal. Alokasi optimal ini mengeluarkan biaya transportasi sebesar: $30(\text{Rp } 3.000,-) + 30(\text{Rp } 17.000,-) + 10(\text{Rp } 8.000,-) + 30(\text{Rp } 18.000,-) + 20(24.000,-) = \text{Rp } 1.700.000,-$

Untuk Tahap II atau uji optimasi tidak semua metode harus digunakan. Cukup satu saja, atau tergantung dari permintaan soal.