MANAJEMEN OPERASIONAL-1

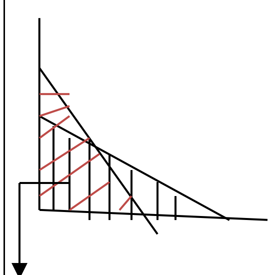
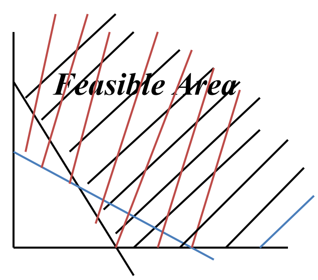
Sesi Perkuliahan 4 (Sabtu, 8 November 2025)

Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.

MASALAH MAKSIMISASI; KOMBINASI OUTPUT/PRODUK

MASALAH MINIMISASI; KOMBINASI INPUT

1.1. Perbedaan Masalah Maksimisasi dan Masalah Minimisasi

No.	**Keterangan**	**Maksimisasi**	**Minimisasi**
1.	Notasi Fungsi Tujuan *(Objective Function)*	Z Z= 2.000 X_1 + 3.000 X_2	C C= 2.000 X_1 + 3.000 X_2 Kadang-kadang menggunakan notasi/tanda Z
2.	Tanda Pertidaksamaan *(Constrain Function)*	$\leq$ $3X1 + 5X2 \leq 100$	$\geq$ $3X1 + 5X2 \geq 100$
3.	*Feasible Area*	ke bawah/ke dalam  ***Feasible Area***	keluar/ke atas 
4.	Titik optimum	Paling jauh atau paling atas dari titik 0(0;0). Terakhir disentuh oleh fungsi Z	Paling dekat atau paling bawah dari titik 0(0;0). Pertama kali disentuh oleh fungsi C
5.	Berkaitan dengan	*Profit*	*Cost*
6.	Nilai optimum	Paling besar/tinggi	Paling kecil/rendah/murah
7.	Ciri/tanda di *case*	Ditampilkan data profit. Atau ditampilkan data penjualan dan data *cost*.	Ditampilkan data *cost* secara *pure*. Atau data *price* secara *pure*..

1.2. Permasalahan lain di dalam Metode Grafis

Pada contoh yang lalu tampak bahwa permasalahan yang dihadapi adalah permasalahan maksimisasi. Artinya tujuan yang ingin dicapai adalah laba yang semaksimal mungkin. Kalau fungsi tujuan bersifat minimisasi maka alternatif yang optimal adalah alternatif yang dapat meminimumkan nilai Z. Bila ditempuh cara yang menggunakan gambar fungsi Z pada grafik, maka untuk mendapatkan titik optimal garis Z harus digeser ke kiri. Bila ditempuh cara membandingkan nilai Z pada setiap alternatif, maka alternatif yang mempunyai nilai Z terendah adalah alternatif yang optimal.

Untuk masalah minimisasi fungsi batasan memiliki tanda ≥, yang berarti arah *feasible area* akan berada di sebelah kanan atas garis batas tersebut.

Contoh 2:

Sebuah perusahaan menghasilkan produk kue. Adapun kandungan minimal yang harus ada pada kue tersebut adalah sebagai berikut: karbohidrat 40 gram, lemak 45 gram dan protein 50 gram. Karbohidrat, lemak dan protein tersebut diperoleh dari BB I dan BB II, di mana setiap BB mempunyai kandungan sebagai berikut:

	Bahan baku I	Bahan baku II
Karbohidrat	3 gr	5gr
Lemak	5 gr	2 gr
Protein	6 gr	5 gr

Diketahui harga BB I Rp 2000,-/gr, dan harga BB II Rp 1500,-/gr. Dari data tersebut tentukan bagaimana kombinasi produksi (kombinasi *input*) yang optimal.

kombinasi produksi:

1. ***Kombinasi Input***
2. ***Kombinasi Output***

Jawab:

Fungsi tujuan: C = 2000 X + 1500 Y

Batasan: - Karbohidrat: $3X + 5Y \geq 40$

- Lemak : $5X + 2Y \geq 45$
- Protein : $6X + 5Y \geq 50$

Pertidaksamaan tersebut dirubah ke persamaan, sehingga menjadi:

$3X + 5Y = 40$

$5X + 2Y = 45$

$6X + 5Y = 50$

* $3X+5Y = 40$

$3X = 40$

$X = 13,3$

$(13,3 ; 0)$

* $3X+5Y = 40$

$5Y = 40$

$Y = 8$

$\therefore (0, 8)$

* $5X+2Y = 45$

$5X = 45$

$X = 9$

$\therefore (9, 0)$

* $5X+2Y = 45$

$2Y = 45$

$Y = 22,5$

$\therefore (0; 22,5)$

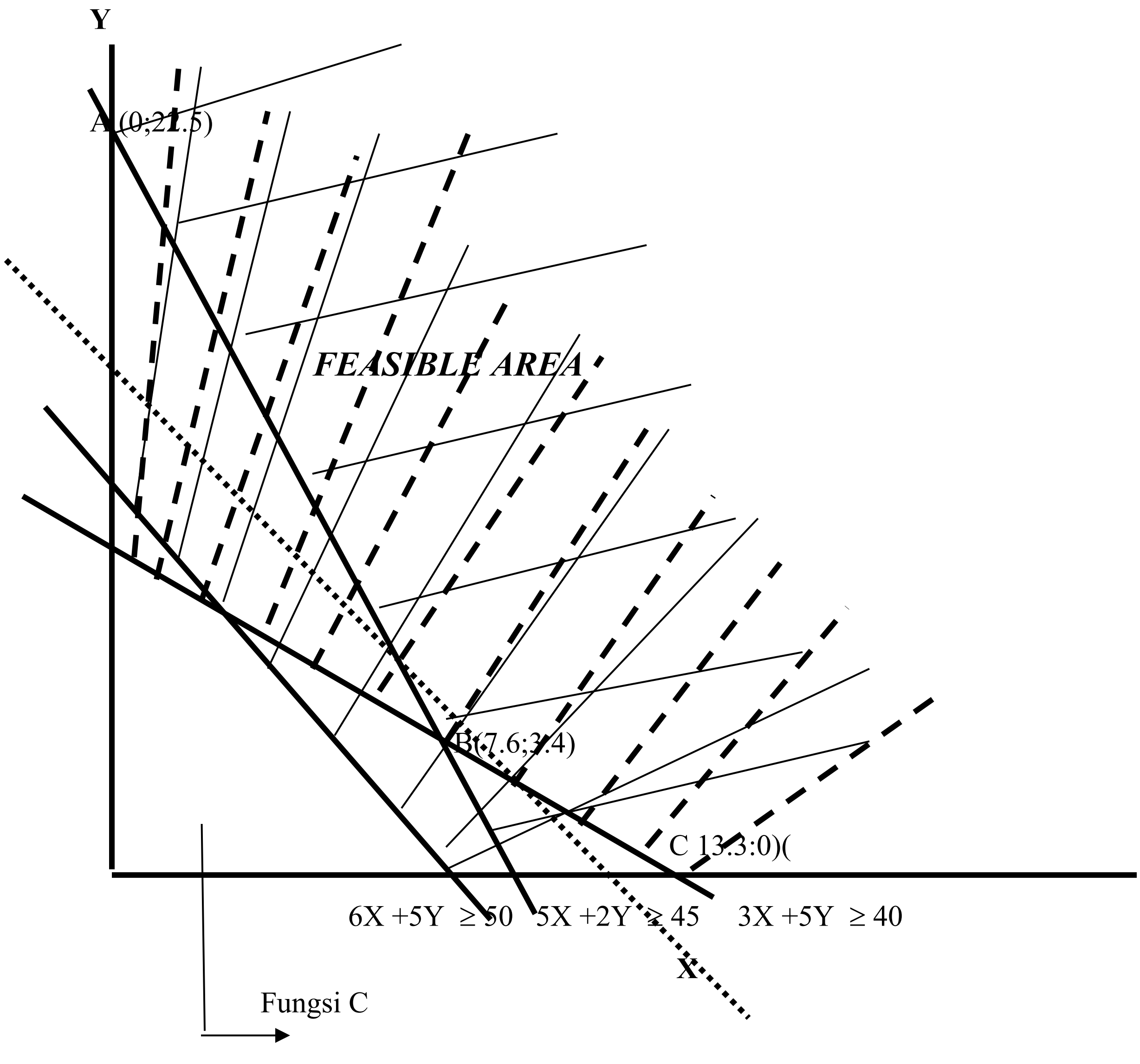
* $6X+5Y = 50$

$6X = 50$

$X = 8,3$

$\therefore (8, 0)$

* 6X+5Y = 50
5Y = 50
Y = 10
∴ (0, 10)



3X + 5Y = 40 →2→ 6X + 10Y = 80

5X + 2 Y = 45 →5→25X + 10Y =225

-19X = -145

X = 7,63

X = 7,6

$3X + 5Y = 40$

$3(7,6) + 5Y = 40$

$5Y = 17,2$

$Y = 3,4$

$\therefore$ Titik B adalah (7,6 ; 3,4)

Titik atau kombinasi optimal dicari dengan menggambarkan fungsi tujuan ke dalam grafik. Garis fungsi tujuan ini kemudian ditarik ke atas dari titik origin atau titik O (0,0). Untuk minimisasi biaya, kombinasi optimal terjadi bila menyentuh titik yang paling dekat atau paling bawah dari titik origin. Terlihat titik B paling dekat dari titik O (0,0) atau paling cepat disentuh oleh garis fungsi tujuan. Pada kasus ini garis dari fungsi tujuan adalah :

$C = 2000X + 1500Y$, sehingga:

$C = 2000X+1500Y$

$C = 20X + 15Y$

$KPK = 20X + 15Y$

$60 = 20X + 15Y$

$60 = 20X$

$X = 3$

$\therefore$ (3;0)

$60 = 20X + 15Y$

$60 = 15Y$

$Y = 4$

$\therefore$ (0;4)

Atau titik optimal bisa dicari dengan membandingkan berbagai alternatif kombinasi X1 dan X2. Atau dengan kata lain dengan membandingkan nilai Z yang diperoleh pada berbagai titik kombinasi X1 dan X2 di daerah *feasible.* Tentu saja nilai Z semakin rendah bila makin dekat dari titik origin (0,0).

$Z = 2000X + 1500Y$

- Titik A (0; 22,5) $\rightarrow$ C = 2000(0) + 1500(22,5) = 33.750
- Titik B (7,6 ; 3,4) $\rightarrow$ C = 2000(7,6) + 1500(3,4) = 20.300
- Titik C (13,3 ; 0) $\rightarrow$ C = 2000(13,3) + 1500(0) = 26.600

Terlihat titik optimal berada pada titik B (7,6 ; 3,4), karena pada titik ini dikeluarkan biaya yang paling rendah. Dengan demikian kombinasi optimal apabila menggunakan BB I sebesar 7,6 gr dan BB II sebesar 3,4 gr.

PEMECAHAN *LINIER PROGRAMMING;*
SIMPLEX ALGORITHM (METODE *SIMPLEX*)

Metode grafis sebenarnya lebih jelas dalam menggambarkan situasi *(feasible set),* akan tetapi metode ini hanya dapat digunakan pada pemecahan problem yang menyangkut pemilihan kombinasi dari dua kegiatan *(variable)* saja. Jika lebih dari dua variabel, maka akan timbul kesulitan untuk menggambarkan dalam bentuk grafik. Metode simpleks merupakan suatu cara yang lazim dipakai untuk menentukan kombinasi optimal dari dua variabel atau lebih.

Pada masa sekarang masalah-masaah LP yang melibatkan banyak variabel-variabel keputusan *(decision variable)* dapat dengan cepat dipecahkan dengan bantuan komputer. Bila variabel keputusan yang dikandung tidak terlalu banyak, masalah tersebut dapat diselesaikan dengan suatu algorithma yang biasa disebut ”metode simplek tabel”. Disebut demikian karena kombinasi variabel keputusan yang optimal dicari dengan menggunakan tabel-tabel.

Catatan:
Algoritma adalah urutan langkah-langkah logis penyelesaian sebuah masalah yang disusun secara logis dan sistematis .

Contoh:

Suatu perusahaan memproduksi produk X dan produk Y. Dalam produksinya diperlukan prosessing selama 32 menit untuk barang X, dan 48 menit untuk barang Y pada mesin I. Juga diperlukan *processing* selama 16 menit untuk barang X, dan 48 menit untuk barang Y pada mesin II. Serta diperlukan *processing* selama 8 menit untuk barang Y pada mesin III. Diketahui kapasitas maksimum untuk mesin I, mesin II, dan mesin III masing-masing adalah: 960 menit, 576 menit dan 80 menit. Sedangkan profit per-unit untuk produk X dan produk Y masing-masing adalah Rp 16,- dan Rp 32,-.
Dari data tersebut tentukan bagaimana kombinasi produksi yang optimum.

Jawab:

Fungsi tujuan: $Z = 16X + 32Y$

Batasan: Mesin I : $32X + 48Y \leq 960 \rightarrow 32X + 48Y = 960$

Mesin II : $16X + 48Y \leq 576 \rightarrow 16X + 48Y = 576$

Mesin III : $8Y \leq 80 \rightarrow Y = 80$

Setiap persamaan tersebut ditambah satu *slack variable* (variabel tambahan). Apabila masing-masing *slack variable* tersebut adalah S_1, S_2, dan S_3, maka persamaan di atas akan menjadi:

$32X + 48Y + S_1 = 960$

$16X + 48Y + S_2 = 576$

$8Y + S_3 = 80$

Bila semua *slack variable* tersebut ditampakkan dalam setiap persamaan, maka semua variabel yang semula tidak ada hubungannya dengan persamaan yang bersangkutan diberi koeffisien sebesar 0, sehingga persamaan-persamaan tersebut menjadi:

$32X + 48Y + 1S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 960$

$16X + 48Y + 0S_1 + 1S_2 + 0S_3 = 576$

$0X + 8Y + 0S_1 + 0S_2 + 1S_3 = 80$

dan fungsi tujuannya $Z = 16X + 32Y + 0S1 + 0S2 + 0S3$

Dari persamaan-persamaan tersebut kemudian dibuat tabel simpleks.

Tabel Simpleks I

		16	32	0	0	0		
Kombinasi	Cj	X	Y	S1	S2	S3	Q	R
S1	0	32	48	1	0	0	960	20
S2	0	16	48	0	1	0	576	12
S3	0	0	8	0	0	1	80	10
	Zj	0	0	0	0	0		
	Cj – Zj	16	32	0	0	0		

↑

Apabila semua angka pada baris Cj - Zj tersebut ≤ 0, berarti penyelesaian ini sudah optimal. Akan tetapi bila masih ada angka yang lebih besar dari 0, berarti penyelesaian tersebut belum optimal. Bila penyelesaian belum optimal, maka perlu disusun tabel simpleks yang baru. Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam pembentukan tabel yang baru adalah sbb:

1. Tentukan kolom kunci, yaitu suatu kolom yang mempunyai nilai Cj - Zj paling besar. Kolom kunci disini nilai paling besar adalah 32.
2. tentukan baris kunci, yaitu baris yang mempunyai nilai ganti atau R *(replacement*) yang paling kecil. R paling kecil di sini nilainya adalah 10.

R = Q/ Angka pada kolom kunci pada baris yang bersangkutan

3. Tentukan angka kunci, yaitu angka yang ada pada perpotongan kolom kunci dengan baris kunci.
4. Baris baru dari baris kunci dapat dihitung dengan cara membagi nilai yang ada pada baris kunci tersebut dengan angka kunci.
5. Menghitung angka-angka baris yang lain, dimana angka-angkanya diperoleh dengan cara:

Angka Baru = Angka Lama - Bil. pada kolom kunci x Bil. pada baris baru (no. 4)

Dengan demikian baris-baris yang lain dapat dicari sbb:

* Pada baris kunci:

Baris Lama (S3)=	0/8	8/8	0/8	0/8	1/8	80/8
Baris Baru (Y) =	0	1	0	0	1/8	10

* Pada baris S1:

X → 32 - 48(0) = 32

Y 48 - 48(1) = 0

S1 1 - 48(0) = 1

S2 0 - 48(0) = 0

S3 0 - 48(1/8) = -6

Q 960 - 48(10) = 480

* Pada baris S2:

X → 16 - 48(0) = 16

Y 48 - 48(1) = 0

S1 0 - 48(0) = 0

S2 1 - 48(0) = 1

S3 0 - 48(1/8) = -6

Q 576 - 48(10) = 96

Tabel Simpleks II

		16	32	0	0	0		
Kombinasi	Cj	X	Y	S1	S2	S3	Q	R
S1	0	32	0	1	0	-6	480	15
S2	0	16	0	0	1	-6	96	6
Y	32	0	1	0	0	1/8	10	~
	Zj	0	32	0	0	4		
	Cj - Zj	16	0	0	0	-4		

↑

Terlihat tabel belum optimal, dengan demikian baris barunya adalah:

* Pada baris kunci:

Baris Lama (S2) =	16/16	08/16	0/16	1/16	-6/16	96/16
Baris Baru (X) =	1	0	0	1/16	-3/8	6

* Pada baris S1:

X → 32 - 32(1) = 0

Y 0 - 32(0) = 0

S1 1 - 32(0) = 1

S2 0 - 32(1/16) = -2

S3 -6 - 32(-3/8) = 6

Q 480 - 32(6) = 288

* Pada baris Y:

X → 0 - 0(1) = 0

Y 1 - 0(0) = 1

S1 0 - 0(0) = 0

S2 0- 0(1/16) = 0

S3 1/8 - 0(-3/8) = 1/8

Q 10 - 0(0) = 10

Tabel Simpleks III

Kombinasi	Cj	16 X	32 Y	0 S1	0 S2	0 S3	Q	R
S1	0	0	0	1	-2	6	288	48
X	16	1	0	0	1/16	-3/8	6	-16
Y	32	0	1	0	0	1/8	10	80
	Zj	16	32	0	1	-2		
	Cj - Zj	0	0	0	-1	2		
						↑		

Terlihat tabel belum optimal, dengan demikian baris barunya adalah:

* Pada baris kunci:

Baris Lama = 0/6 0/6 1/6 -2/6 6/ 6 288/ 6

Baris Baru = 0 0 1/6 --1/3 1 48

* Pada baris X:

X → 1 - (-3/8)0 = 1

Y 0 - (-3/8)0 = 0

S1 0 - (-3/8)1/16 = 1/16

S2 1/16 - (-3/8)(-1/3) = -1/16

S3 -3/8 - (-3/8)1 = 0

Q 6 - (-3/8)48 = 24

* Pada baris Y:

X → 0 - 1/8(0) = 0

Y 1 - 1/8(0) = 1

S1 0 - 1/8(1/6) = -1/48

S2 0 - 1/8(-1/3) = 1/24

S3 1/8 - 1/8(1) = 0

Q 10 - 1/8(48) = 4

Tabel Simpleks IV

Kombinasi	Cj	16 X	32 Y	0 S1	0 S2	0 S3	Q	R
S3	0	0	0	1/6	-1/3	1	48	
X	16	1	0	1/16	-1/16	0	24	
Y	32	0	1	-1/48	1/24	0	4	
	Zj	16	32	1/3	1/3	0		
	Cj - Zj	0	0	-1/3	-1/3	0		

Terlihat Cj - Zj ≤ 0, berarti tabel diatas sudah optimal. Dengan demikian kombinasi yang optimal apabila perusahaan menghasilkan produk X sebesar 24 unit dan produk Y sebesar 4 unit. Pada kombinasi ini akan diperoleh profit sebesar (24 x Rp 16,-) + (4 x Rp 32,-) = Rp 512,-.