**METODE KUANTITATIF BISNIS**

***QUANTATIVE ANALYSIS FOR BUSINESS DECISION***

**Sesi Perkuliahan 10 (Sabtu, 15 Juni 2024)**

**Dr. Mustangin Amin, S.E., M.M.**

# *GAME THEORY*

**Tujuan materi:**

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa diharapkan mampu menerapkan konsep *game teory yang terdiri dari* konsep kompetisi dua pihak dengan jumlah nol, kompetisi dua pihak dengan jumlah bukan nol, strategi murni, strategi campuran, penyelesaian metode analytis, penyelesaian metode matriks, penyelesaian metode grafis, penyelesaian metode simpleks dan lain sebagainya untuk diterapkan di dalam pengambilan keputusan, khususnya di dalam situasi persaingan *(competitive).*

## 1.1.Pengertian

Teori permainan *(game theory)* adalah suatu pendekatan matematis untuk merumuskan situasi persaingan dan konflik antara berbagai kepentingan. Teori ini dikembangkan untuk menganalisis proses pengambilan keputusan dari situasi-situasi persaingan yang berbeda-beda dan melibatkan dua atau lebih kepentingan. Misal, para manajer pemasaran bersaing dalam memperebutkan bagian pasar, para pimpinan serikat dan tentara yang ditugaskan dalam perencanaan dan pelaksanaan perang, dan para pemain catur atau pemain bola yang semuanya terlibat dalam usaha untuk memenangkan *permainan*. Kepentingan-kepentingan yang bersaing dalam permainan disebut para pemain (*players).* Anggapannya adalah bahwa setiap pemain (individual atau kelompok) mempunyai kemampuan untuk mengambil keputusan secara bebas dan rasional.

Teori permainan mula-mula dikemukakan oleh seorang ahli matematika Perancis yang bernama *Emile Borel* pada tahun 1921. Kemudian, *John Van Neumann* dan *Oskar Morgenstern* mengembangkan lebih lanjut sebagai alat untuk merumuskan perilaku ekonomi yang bersaing. Aplikasi-aplikasi nyata yang paling sukses dari teori permainan banyak ditemukan dalam militer.

Tetapi dengan berkembangnya dunia usaha (bisnis) yang semakin bersaing dengan terbatasnya sumber daya serta saling kebergantungan sosial, ekonomi dan ekologi yang semakin besar, akan meningkatkan pentingnya aplikasi-aplikasi bisnis teori permainan. Kontrak dan program tawar-menawar serta keputusan-keputusan penetapan harga adalah contoh penggunaan teori permainan yang semakin meluas.

Model-model teori permainan dapat diklasifikasikan dengan sejumlah cara, seperti:

- Jumlah pemain,
- Jumlah keuntungan dan kerugian, dan
- Jumlah strategi yang digunakan dalam permainan.

Sebagai contoh, bila jumlah pemain adalah dua, permainan disebut sebagai permainan dua-pemain. Begitu juga, bila jumlah pemain adalah N (dengan $N \geq 3$), permainan disebut N-pemain.

Bila jumlah keuntungan dan kerugian adalah nol, disebut permainan jumlah-nol atau jumlah-konstan *(zero-zum game).* Sebaliknya bila tidak sama dengan nol, permainan disebut permainan - bukan jumlah-nol *(non zero-zum game).*

Dalam bab ini hanya akan dibahas permainan dua-pemain jumlah-nol sebagai dasar pemahaman teori permainan lebih lanjut.

Teori permaianan/persaingan yang paling umum dalam teori permaianan adalah *Two person zero sum game*. Permaianan ini dimainkan oleh dua orang/kelompok/organisasi yang secara langsung mempunyai kepentingan yang berhadapan. Disebut permainan jumlah nol karena keuntungan (kerugian) seseorang adalah sama dengan kerugian (keuntungan) seseorang lainnya, sehingga jumlah keuntungan dan kerugian adalah nol. Dalam hubungan ini setiap orang/kelompok mempunyai dua atau lebih strategi/keputusan.

Ada type *Two person zero sum game:*

1. *Pure strategy game* (permainan strategi murni), di mana setiap pemian menggunakan strategi tunggal.
2. *Mixed strategy game* (permainan strategi campuran), di mana kedua pemain menggunakan campuran dari beberapa strategi yang berbeda.

### *1. Pure Strategy Game* (Permainan Strategi Murni)

Dalam permaian ini pemain baris *(maximizing player)* mengidentifikasikan strategi optimalnya melalui aplikasi kriteria maximin. Sedangkan pemain kolom *(minimizing player)* mengidentifikasi strategi optimalnya melalui aplikasi kriteria minimax.

Pada permainan ini nilai yang dicapai harus merupakan maximum dari minimum baris dan merupakan minimum dari maximum kolom (apabila nilai maximin = minimax). Dengan demikian suatu titik *equilibrium* (titik pelana) telah tercapai. Bila titik *equilibrium* tercapai berarti titik optimum telah tercapai.

Contoh: Dua perusahaan yaitu perusahaan A dan perusahaan B sedang dalam proses penentuan strategi promosinya. Asumsikan perusahaan A mempunyai dua strategi yaitu strategi A1 dan A2, dan perusahaan B mempunyai tiga strategi yaitu strategi B1, B2, dan B3. *Pay-off* strategi dari masing-masing perusahaan ditunjukkan di dalam tabel berikut:

**Matrik Permainan Strategi Murni**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ***Perusahaan B*** | | | ***Minimum Baris*** |
| | ***Strategi*** | ***B1*** | ***B2*** | ***B3*** | |
| | ***A1*** | ***2*** | ***8*** | ***3*** | ***2*** |
| ***Perusahaan A*** | ***A2*** | ***9*** | ***6*** | ***4*** | ***4*** |
| ***Maximm*** | ***Kolom*** | ***9*** | ***8*** | ***4*** | |

Minimax

Maximin

Pada kasus permainan di sini terlihat Maximin = Minimax. Jadi titik *equilibrium* telah tercipta, atau sudah optimum.

Pada permainan di atas, bilangan-bilangan positif menunjukkan keuntungan bagi pemian baris *(maximizing player)*, dan merupakan kerugian bagi pemain kolom *(minimizing player).*

Misal; bila perusahaan A menggunakan strategi A1, dan perusahaan B menggunakan strategi B1, maka perusahaan A memperoleh keuntungan sebesar 2 dan perusahaan B mengalami kerugian sebesar 2.

Pada kasus di atas, bagi perusahaan A:

- Bila strategi A1 yang dipilih, maka perusahaan B akan memilih B1.
- Bila strategi A2 yang dipilih, maka perusahaan B akan memilih B3.

Pada pemain kolom/*minimizing player* (perusahaan B), strategi B3 mendominasi strategi B2, sehinggga perusahaan B tidak pernah memilih B2. Dengan demikian strategi B2 dapat dihilangkan dari matrik permainan tanpa mempengaruhi hasil permainan (dengan menerapkan aturan dominasi).

Sekarang bila strategi B1 yang dipilih, maka perusahaan A akan memilih strategi A2, dengan demikian perusahaan B mengalami kerugian 9. Bila strategi B3 yang dipilih, maka perusahaan A tetap memilih strategi A2, dan perusahaan B hanya akan mengalami kerugian 4.

Perusahaan B akan berada dalam posisi yang menguntungkan bila memakai strategi tunggal (strategi B3) dan perusahaan A pada strategi A2.

Pada permainan di atas, strategi optimal perusahaan A adalah strategi A2 (diperoleh keuntungan 4), sedangkan strategi optimal perusahaan B adalah strategi B3 (diperoleh kerugian 4). Dengan demikian tercapai titik *equilibrium* (titik optimum).

**2. *Mixed Strategy Game* (Permainan Strategi Campuran)**

Apabila nilai maximin ≠ nilai minimax, maka titik *equilibrium* tidak dapat tercapai, sehingga permainan tidak dapat dipecahkan dengan menggunakan strategi murni. Kondisi/permaianan tanpa titik *equilibrium* dipecahkan dengan menggunakan strategi campuran.

Contoh: Dua perusahaan sedang dalam proses penentuan strategi harga. Asumsikan bahwa setiap perusahaan mempunyai tiga strategi (strategi rendah, strategi sedang, dan startegi tinggi). Permasalahannya bagaimana menentukan straategi optimal untuk masing-masing perusahaan tersebut.

*Pay-off* kedua strategi dari masing-masing perusahaan ditunjukkan di dalam tabel berikut:

**Matrik Permainan Strategi Murni**

| | | Perusahaan B | | | Minimum Baris |
|---|---|---|---|---|---|
| | Strategi | B1 | B2 | B3 | |
| Perusahaan A | A1 | 3 | 5 | 8 | 3 |
| | A2 | 2 | 4 | 6 | 2 |
| | A3 | 6 | 2 | 9 | 2 |
| Maximum | Kolom | 6 | 5 | 9 | |

Minimax

Maximin

Dengan menerapkan aturan dominasi, terlihat bahwa strategi B3 didominasi oleh strategi B2, sehingga kolom B3 dapat dihilangkan. Selain itu strategi A2 didominasi oleh startegi A1, sehingga kolom A2 dihilangkan dari tabel. Dengan demikian matrik permainan berubah menjadi 2 x 2 seperti pada tabel berikut:

***Reduced Cost Matrik***

| | | Perusahaan B | | Minimum Baris |
|---|---|---|---|---|
| | Strategi | B1 | B2 | |
| Perusahaan A | A1 | 3 | 5 | 3 |
| | A3 | 6 | 2 | 2 |
| Maximum | Kolom | 6 | 5 | |

Minimax

Maximin

Terlihat bahwa nilai maximin ≠ minimax, sehingga di sini tidak ditemukan titik *equilibrium*. Pemecahan masalah atau penyelesaian permainan strategi campuran dapat dilakukan dengan:

1. Metode analytis

2. Metode aljabar matrik
3. Linier programing
    a. Grafis
    b. Simpleks

❖ **Metode Analytis**

Pola/metode ini dikembangkan dengan menentukan suatu distribusi probabilitas untuk strategi-startegi yang berbeda. Nilai probabilitas dapat dihitung dengan cara berikut:

**1. Untuk Perusahaan A**

- Asumsikan strategi A1 = p
- Asumsikan strategi A3 = 1 – p

Bila perusahaan B menggunakan strategi B1, maka keuntungan yang diharapkan perusahaan A adalah = 3p + 6 (1-p)

= 3p + 6 – 6p

= -3p + 6

Bila perusahaan B menggunakan strategi B2, maka keuntungan yang diharapkan perusahaan A adalah = 5p + 2 (1-p)

= 5p + 2 – 2p

= 3p + 2

Strategi optimal untuk perusahaan A diperoleh dengan menyamakan kedua keuntungan *(pay-off)* yang diharapkan tersebut, sehingga diperoleh:

-3p + 6 = 3p + 2

$-6p = -4$

$p = 4/6 = 2/3 = 0,667$

Ini berarti perusahaan A seharusnya menggunakan stratgi A1 = 0,667, dan menggunakan strategi A3 = 0,333, sehingga keuntungan yang diharapkan perusahaan A adalah = 0,667(3) + 0,333(6)

= 2,001 + 1,998

= 3,999

= 4

Atau:

= 0,667(5) + 0,333(2)

= 3,335 + 0,666

= 4,001

= 4

**2. Untuk Perusahaan B**

- Asumsikan strategi B1 = q
- Asumsikan strategi B2 = 1 – q

Bila perusahaan A menggunakan strategi A1, maka kerugian yang diharapkan perusahaan B adalah = 3q + 5(1-q)

= 3q + 5 – 5q

= -2q + 5

Bila perusahaan A menggunakan strategi A3, maka kerugian yang diharapkan perusahaan B adalah = 6q + 2 (1-q)

= 6q + 2 – 2q

= 4q + 2

Strategi optimal untuk perusahaan B diperoleh dengan menyamakan kedua kerugian *(pay-off)* yang diharapkan tersebut, sehingga diperoleh:

-2q + 5 = 4q + 2

-6q = -3

q = 3/6 = 1/2 = 0,5

Ini berarti perusahaan B seharusnya menggunakan stratgi B1 = 0,5, dan menggunakan strategi B2 = 0,333, sehingga kerugian yang diharapkan perusahaan B adalah = 0,5(3) + 0,5(5)

= 1,5 + 2,5

= 4

Atau:

= 0,5(6) + 0,5(2)

= 3 + 1

= 4

**<u>Kesimpulan:</u>**

1. Dengan menggunakan strategi campuran, maka dapat dicapai titik *equilibrium*, di mana keuntungan yang diharapkan oleh perusahaan A *(maximizing player)* sama dengan kerugian yang diharapkan oleh perusahaan B *(minimizing player).*

2. Dengan menggunakan strategi campuran, kedua perusahaan dapat memperbaiki posisi mereka. Perusahaan A *(maximizing player)* telah menaikkan keuntungan yang diharapkan dari 3 menjadi 4, sedangkan perusahaan B *(minimizing player)* dapat mengurangi kerugian yang diharapkan dari 5 menjadi 4.

**Catatan:**

Untuk memecahkan persoalan *game theory*, maka strategi masing-masing perusahaan yang ada di dalam matrik harus dibikin matrik 2x2. Serumit dan sekompleks apapun strategi-strategi tersebut harus dibikin atau disederhanakan menjadi matrik 2x2. Caranya dengan menerapkan aturan dominasi seperti yang sudah dibahas di atas.

Berikut ini contoh bila masing-masing perusahaaan memiliki strategi yang cukup banyak, di mana untuk memecahkan kasusnya harus dibikin atau disederhanakan menjadi matrik 2x2.

PT. ABC dan PT. XYZ sedang bersaing memperebutkan pasar. Masing-masing perusahaan memiliki strategi yang berbeda-beda. PT. ABC menggunakan strategi A1, A2, A3, A4, dan A5. Sedangkan PT. XYZ menggunakan strategi B1, B2, B3, dan B4. *Pay-off* masing-masing perusahaan berkaitan dengan strategi-strategi yang digunakan adalah sebagai berikut:

***Mixed strategy pay-off***

| | | PT. XYZ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Strategi | B1 | B2 | B3 | B4 |
| PT. ABC | A1 | 95 | 75 | 140 | 40 |
| | A2 | 140 | 50 | 100 | 75 |
| | A3 | 40 | 50 | 100 | 25 |
| | A4 | 120 | 55 | 100 | 75 |
| | A5 | 80 | 60 | 115 | 75 |

Dari data tersebut tentukan strategi yang optimal untuk kedua perusahaan tersebut.

Untuk menjawab soal tersebut, maka matrik harus disederhanakan menjadi matrik 2x2 (dari matrik 4x5 dalam soal ini), caranya dengan menerapkan aturan dominasi. Seperti berikut ini:

| | | PT. XYZ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Strategi | B1 | B2 | B3 | B4 |
| PT. ABC | A1 | 95 | 75 | 140 | 40 |
| | A2 | 140 | 50 | 100 | 75 |
| | A3 | 40 | 50 | 100 | 25 |
| | A4 | 120 | 55 | 100 | 75 |
| | A5 | 80 | 60 | 115 | 75 |

Terlihat B3 didominasi oleh B2 dan B4, untuk itu B3 dicoret

Terlihat A3 didominasi oleh A1,A2, A4, dan A5, untuk itu A3 dicoret

Terlihat B1 didominasi oleh B2 dan B4, untuk itu B1 dicoret

Terlihat A2 didominasi oleh A4 dan A5, untuk itu A2 dicoret

Terlihat A4 didominasi oleh A5, untuk itu A4 dicoret

Dengan menerapkan aturan dominasi, sekarang matrik tinggal 2x2, yaitu:

| Strategi | | | Minimum Baris |
|---|---|---|---|
| | B2 | B4 | |
| A1 | 75 | 40 | 40 |
| A5 | 60 | 75 | 60 |
| Maximum Kolom | 75 | 75 | |

Minimax Maximin

Terlihat nilai maximin $\neq$ minimax, yaitu $60 \neq 75$.

Nilai ini sama dengan apabila tidak di *reduc*e/sederhanakan. Seperti terlihat berikut:

| | Strategi | PT. XYZ | | | | Minimum Baris |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | B1 | B2 | B3 | B4 | |
| PT. ABC | A1 | 95 | 75 | 140 | 40 | 40 |
| | A2 | 140 | 50 | 100 | 75 | 50 |
| | A3 | 40 | 50 | 100 | 25 | 25 |
| | A4 | 120 | 55 | 100 | 75 | 55 |
| | A5 | 80 | 60 | 115 | 75 | 60 |
| | Maximum Kolom | 140 | 75 | 140 | 75 | |

Minimax Maximin

Terlihat nilai maximin $\neq$ minimax, yaitu $60 \neq 75$.

Karena nilai maximin ≠ minimax, maka tidak ditemukan titik *equilibrium.* Untuk itu perlu pemecahan lebih lanjut. Jadi setelah tercipta matrik 2x2, maka baru diteruskan pemecahannya, misal dengan Methode Analytis seperti yang sudah dijelaskan di depan. Dengan demikian fungsi merubah menjadi matrik 2x2 adalah untuk memudahkan di dalam pemecahan atau penyelesaian soal, karena kalau tidak disederhanakan menjadi matrik 2x2, maka soal tidak bisa pecahkan/selesaikan.