



# MATEMATIKA DISKRIT

## Dasar Logika (Bagian 2)

Wike Handini

### PENGHUBUNG KALIMAT → TABEL KEBENARAN

- ✓ Dalam logika tidak disyaratkan adanya hubungan antara kedua kalimat penyusunnya.
- ✓ Penekanan lebih ditujukan dalam bentuk/susunan kalimat saja (sintaks), bukan pada arti kalimat penyusunnya dalam kehidupan sehari-hari (semantik).
- ✓ Kebenaran suatu kalimat berimplikasi semata-mata hanya bergantung pada nilai kebenaran kalimat penyusunnya dan tidak tergantung pada ada/tidaknya relasi antara kalimat-kalimat penyusunnya.

## PENGHUBUNG KALIMAT → TABEL KEBENARAN

Jika p maupun q merupakan kalimat, maka tabel kebenaran penghubung adalah sebagai berikut: (T = True/benar; F = False/salah)

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

Secara umum jika ada n variabel (p, q, ....), maka tabel kebenaran memuat  $2^n$  baris

3

## PENGHUBUNG KALIMAT → TABEL KEBENARAN

Kalimat kondisi ganda (*biconditional*)  $p \Leftrightarrow q$  (p bila dan hanya bila q) berarti

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

Sehingga:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

4

## **CONTOH 5 → Penghubung Kalimat**

Misalkan:

p : Monde orang kaya

q : Monde bersuka cita

Penyelesaian

Nyatakan bentuk simbolis kalimat berikut:

- Monde orang yang miskin tetapi bersukacita
- Monde orang kaya atau ia sedih
- Monde tidak kaya ataupun bersukacita
- Monde seorang yang miskin atau ia kaya tetapi sedih

- $\neg p \wedge q$
- $p \vee \neg q$
- $\neg p \vee q$
- $\neg p \vee (p \wedge \neg q)$

5

## **CONTOH 6 → Penghubung Kalimat**

Buatlah tabel kebenaran untuk simbol logika  $\neg(\neg p \vee \neg q)$

Penyelesaian

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F

6

## **CONTOH 7 → Penghubung Kalimat**

Buatlah tabel kebenaran untuk simbol logika  $\neg(\neg p \Leftrightarrow q)$

Penyelesaian

p	q	$\neg p$	$\neg p \Leftrightarrow q$	$\neg(\neg p \Leftrightarrow q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

7

## **CONTOH 8 → Penghubung Kalimat**

Jika:

p dan q bernilai benar (T)

r dan s bernilai salah (F)

Tentukan nilai kebenaran kalimat berikut ini:

a.  $p \vee (q \wedge r)$

b.  $(p \wedge q \wedge r) \vee \neg((p \vee q) \wedge (r \vee s))$

Penyelesaian

a.  $p \vee (q \wedge r)$

$\Leftrightarrow (T \wedge T \wedge F) \vee \neg((T \vee T) \wedge (F \vee F))$

$\Leftrightarrow T \vee (T \wedge F)$

$\Leftrightarrow (T \wedge F) \vee \neg(T \wedge F)$

$\Leftrightarrow T \vee F$

$\Leftrightarrow F \vee \neg F$

$\Leftrightarrow T$

$\Leftrightarrow F \vee T$

$\Leftrightarrow T$

8

## PENGHUBUNG KALIMAT

- ✓ Dua kalimat disebut ekuivalen (secara logika) bila dan hanya bila keduanya memiliki nilai kebenaran yang sama untuk semua substitusi nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.
- ✓ Jika  $p$  dan  $q$  adalah kalimat yang ekuivalen, maka dituliskan:

$$p \equiv q \quad \text{atau} \quad p \Leftrightarrow q$$

Jika  $p \equiv q$  maka  $q \equiv p$

9

## CONTOH 9 → Penghubung Kalimat

Tentukan apakah pasangan kalimat-kalimat ini ekuivalen:

- a.  $\neg(\neg p)$  dengan  $p$
- b.  $\neg(p \wedge q)$  dengan  $\neg p \wedge \neg q$

Penyelesaian a

Dengan menggunakan tabel kebenaran, maka:

$p$	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
T	F	T
F	T	F

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$\neg(\neg p) \equiv p$$

10

## **CONTOH 9 → Penghubung Kalimat**

Penyelesaian b

$\neg(p \wedge q)$  dengan  $\neg p \wedge \neg q$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	F	T	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$\neg(p \wedge q) \not\equiv \neg p \wedge \neg q$$

11

## **CONTOH 10 → Penghubung Kalimat**

Tentukan apakah  $p \Rightarrow q$  ekuivalen  $\neg p \vee q$

Penyelesaian

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

12

## **HUKUM EKUIVALENSI LOGIKA**

- |                      |  |  |
|----------------------|--|--|
| 1. Hukum Komutatif   | $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$                              | $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$                                |
| 2. Hukum Asosiatif   | $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$        | $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$              |
| 3. Hukum Distributif | $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
| 4. Hukum Identitas   | $p \wedge T \Leftrightarrow p$                                       | $p \vee F \Leftrightarrow p$                                       |
| 5. Hukum Ikatan      | $p \vee T \Leftrightarrow T$   | $p \wedge F \Leftrightarrow F$                                     |

13

## **HUKUM EKUIVALENSI LOGIKA**

- |                       |   |   |
|-----------------------|---|---|
| 6. Hukum Negasi       | $p \vee \neg p \Leftrightarrow T$                     | $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$     |
| 7. Hukum Negasi Ganda | $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$                      |   |
| 8. Hukum Idempoten    | $p \wedge p \Leftrightarrow p$                        | $p \vee p \Leftrightarrow p$            |
| 9. Hukum De Morgan    | $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ |   |
|                       | $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ |   |
| 10. Hukum Absorpsi    | $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$               | $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ |
| 11. Negasi T dan F    | $\neg T \Leftrightarrow F$                            | $\neg F \Leftrightarrow T$              |

14

## **CONTOH 11 → Penghubung Kalimat**

Sederhanakan bentuk  $\neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q)$

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 & \neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q) \\
 \Leftrightarrow & (\neg[\neg p] \vee \neg q) \wedge (p \vee q) && (\text{Hukum De Morgan}) \\
 \Leftrightarrow & (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) && (\text{Hukum Negasi Ganda}) \\
 \Leftrightarrow & p \vee (\neg q \wedge q) && (\text{Hukum Distributif}) \\
 \Leftrightarrow & p \vee F && (\text{Hukum Negasi}) \\
 \Leftrightarrow & p && (\text{Hukum Identitas})
 \end{aligned}$$

Sehingga  $\neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

15

## **CONTOH 12 → Penghubung Kalimat**

Ubahlah bentuk  $\neg(p \Rightarrow q)$  sehingga hanya memuat penghubung  $\wedge$ ,  $\vee$  atau  $\neg$

Penyelesaian

Dari contoh 10 didapatkan bahwa  $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ , maka:

$$\begin{aligned}
 \neg(p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \\
 &\Leftrightarrow \neg(\neg p) \wedge \neg q && (\text{Hukum De Morgan}) \\
 &\Leftrightarrow p \wedge \neg q && (\text{Hukum Negasi Ganda})
 \end{aligned}$$

Dari contoh 10 dan contoh 12 didapatkan relasi:

$$\begin{aligned}
 p \Rightarrow q &\Leftrightarrow \neg p \vee q \\
 \neg(p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow p \wedge \neg q
 \end{aligned}$$

16