



MATEMATIKA DISKRIT

Dasar Logika (Bagian 2)

Wike Handini

PENGHUBUNG KALIMAT → TABEL KEBENARAN

- ✓ Dalam logika tidak disyaratkan adanya hubungan antara kedua kalimat penyusunnya.
- ✓ Penekanan lebih ditujukan dalam bentuk/susunan kalimat saja (sintaks), bukan pada arti kalimat penyusunnya dalam kehidupan sehari-hari (semantik).
- ✓ Kebenaran suatu kalimat berimplikasi semata-mata hanya bergantung pada nilai kebenaran kalimat penyusunnya dan tidak tergantung pada ada/tidaknya relasi antara kalimat-kalimat penyusunnya.

PENGHUBUNG KALIMAT $\rightarrow$ TABEL KEBENARAN

Jika p maupun q merupakan kalimat, maka tabel kebenaran penghubung adalah sebagai berikut: (T = True/benar; F = False/salah)

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

Secara umum jika ada n variabel ($p, q, \dots$), maka tabel kebenaran memuat 2^n baris

3

PENGHUBUNG KALIMAT $\rightarrow$ TABEL KEBENARAN

Kalimat kondisi ganda (*biconditional*) $p \Leftrightarrow q$ (p bila dan hanya bila q) berarti

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

Sehingga:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

4

CONTOH 5 → Penghubung Kalimat

Misalkan:

p : Monde orang kaya

q : Monde bersuka cita

Penyelesaian

Nyatakan bentuk simbolis kalimat berikut:

- Monde orang yang miskin tetapi bersukacita
- Monde orang kaya atau ia sedih
- Monde tidak kaya ataupun bersukacita
- Monde seorang yang miskin atau ia kaya tetapi sedih

a. $\neg p \wedge q$

b. $p \vee \neg q$

c. $\neg p \vee q$

d. $\neg p \vee (p \wedge \neg q)$

5

CONTOH 6 → Penghubung Kalimat

Buatlah tabel kebenaran untuk simbol logika $\neg(\neg p \vee \neg q)$

Penyelesaian

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F

6

CONTOH 7 → Penghubung Kalimat

Buatlah tabel kebenaran untuk simbol logika $\neg(\neg p \Leftrightarrow q)$

Penyelesaian

p	q	$\neg p$	$\neg p \Leftrightarrow q$	$\neg(\neg p \Leftrightarrow q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

7

CONTOH 8 → Penghubung Kalimat

Jika:

p dan q bernilai benar (T)

r dan s bernilai salah (F)

Tentukan nilai kebenaran kalimat berikut ini:

a. $p \vee (q \wedge r)$

b. $(p \wedge q \wedge r) \vee \neg((p \vee q) \wedge (r \vee s))$

Penyelesaian

a. $p \vee (q \wedge r)$

$$\Leftrightarrow T \vee (T \wedge F)$$

$$\Leftrightarrow T \vee F$$

$$\Leftrightarrow T$$

b. $(p \wedge q \wedge r) \vee \neg((p \vee q) \wedge (r \vee s))$

$$\Leftrightarrow (T \wedge T \wedge F) \vee \neg((T \vee T) \wedge (F \vee F))$$

$$\Leftrightarrow (T \wedge F) \vee \neg(T \wedge F)$$

$$\Leftrightarrow F \vee \neg F$$

$$\Leftrightarrow F \vee T$$

$$\Leftrightarrow T$$

8

PENGHUBUNG KALIMAT

- ✓ Dua kalimat disebut ekuivalen (secara logika) bila dan hanya bila keduanya memiliki nilai kebenaran yang sama untuk semua substitusi nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.
- ✓ Jika p dan q adalah kalimat yang ekuivalen, maka dituliskan:

$$p \equiv q \quad \text{atau} \quad p \Leftrightarrow q$$

$$\text{Jika } p \equiv q \quad \text{maka} \quad q \equiv p$$

9

CONTOH 9 → Penghubung Kalimat

Tentukan apakah pasangan kalimat-kalimat ini ekuivalen:

- $\neg(\neg p)$ dengan p
- $\neg(p \wedge q)$ dengan $\neg p \wedge \neg q$

Penyelesaian a

Dengan menggunakan tabel kebenaran, maka:

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
T	F	T
F	T	F

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$\neg(\neg p) \equiv p$$

10

CONTOH 9 → Penghubung Kalimat

Penyelesaian b

$\neg(p \wedge q)$ dengan $\neg p \wedge \neg q$

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	F	T	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$\neg(p \wedge q) \neq \neg p \wedge \neg q$$

11

CONTOH 10 → Penghubung Kalimat

Tentukan apakah $p \Rightarrow q$ ekuivalen $\neg p \vee q$

Penyelesaian

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Berdasarkan hasil dari tabel kebenaran, maka dapat disimpulkan:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

12

HUKUM EKUIVALENSI LOGIKA

- | | | |
|----------------------|--|-------------------------------------|
| 1. Hukum Komutatif | $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ | $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ |
| 2. Hukum Asosiatif | $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ | |
| 3. Hukum Distributif | $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ | |
| 4. Hukum Identitas | $p \wedge T \Leftrightarrow p$ | $p \vee F \Leftrightarrow p$ |
| 5. Hukum Ikatan | $p \vee T \Leftrightarrow T$ | $p \wedge F \Leftrightarrow F$ |

13

HUKUM EKUIVALENSI LOGIKA

- | | | |
|-----------------------|--|---|
| 6. Hukum Negasi | $p \vee \neg p \Leftrightarrow T$ | $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$ |
| 7. Hukum Negasi Ganda | $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ | |
| 8. Hukum Idempoten | $p \wedge p \Leftrightarrow p$ | $p \vee p \Leftrightarrow p$ |
| 9. Hukum De Morgan | $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ | |
| 10. Hukum Absorpsi | $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ | $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ |
| 11. Negasi T dan F | $\neg T \Leftrightarrow F$ | $\neg F \Leftrightarrow T$ |

14

CONTOH 11 → Penghubung Kalimat

Sederhanakan bentuk $\neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q)$

Penyelesaian

$$\neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg[\neg p] \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \quad (\text{Hukum De Morgan})$$

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \quad (\text{Hukum Negasi Ganda})$$

$$\Leftrightarrow p \vee (\neg q \wedge q) \quad (\text{Hukum Distributif})$$

$$\Leftrightarrow p \vee F \quad (\text{Hukum Negasi})$$

$$\Leftrightarrow p \quad (\text{Hukum Identitas})$$

$$\text{Sehingga } \neg(\neg p \wedge q) \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

15

CONTOH 12 → Penghubung Kalimat

Ubahlah bentuk $\neg(p \Rightarrow q)$ sehingga hanya memuat penghubung $\wedge, \vee$ atau $\neg$

Penyelesaian

Dari contoh 10 didapatkan bahwa $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$, maka:

$$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg p) \wedge \neg q \quad (\text{Hukum De Morgan})$$

$$\Leftrightarrow p \wedge \neg q \quad (\text{Hukum Negasi Ganda})$$

Dari contoh 10 dan contoh 12 didapatkan relasi:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$$

16