ALJABAR LINIER

Sistem Persamaan Linier (Bagian 1)

Wike Handini

PEMODELAN MATEMATIKA

Ali membeli 3 buku tulis dan 2 buah pensil dengan harga Rp13.000,- Sedangkan Bedu membeli 1 buku tulis dan 3 buah pencil dengan harga Rp. 9.000,-. Ditanyakan harga buku tulis dan pensil perbuahnya.

Buku tulis diganti dengan variabel x

Pensil diganti dengan variabel y

Pemodelan matematika

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 13000 \\ x + 3y &= 9000 \end{aligned}$$

Sistem persamaan linier yang terdiri dari 2 persamaan linier dengan 2 variabel yang tidak diketahui

SISTEM PERSAMAAN LINIER

$$3x + 2y = 13000$$
$$x + 3y = 9000$$

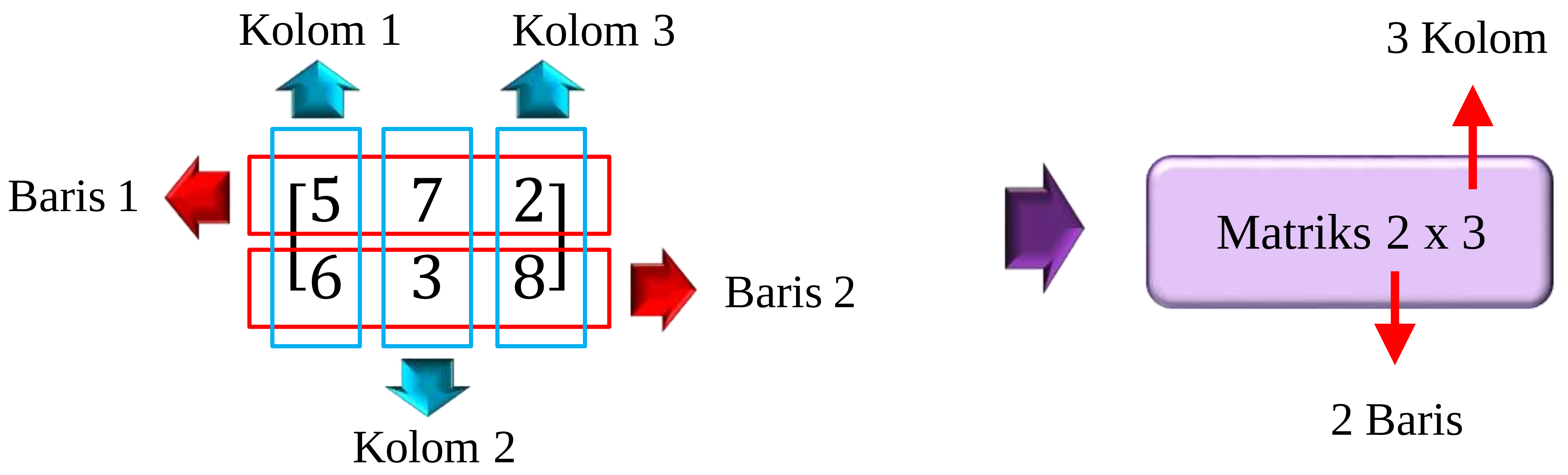
Bentuk umum MATRIKS

A X = B

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 13000 \\ 9000 \end{bmatrix}}_{B}$$

MATRIKS

- ✓ *Matriks* adalah sekumpulan bilangan riil (atau elemen) atau kompleks yang disusun menurut baris dan kolom sehingga membentuk jajaran (array) persegi panjang.
- ✓ Matriks mempunyai *m* baris dan *n* kolom disebut matriks *m* x *n*
- ✓ Suatu matriks ditunjukkan dengan menuliskan jajarannya di antara kurung sisi misalnya:



MATRIKS → NOTASI DUA INDEKS

Masing – masing elemen suatu matriks memiliki 'alamat' atau tempat yang dapat ditentukan dengan menggunakan sistem dua-indeks, indeks pertama menyatakan baris dan indeks kedua menyatakan kolom.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{11} & \boldsymbol{a}_{12} & \boldsymbol{a}_{13} \\ \boldsymbol{a}_{21} & \boldsymbol{a}_{22} & \boldsymbol{a}_{23} \\ \boldsymbol{a}_{31} & \boldsymbol{a}_{32} & \boldsymbol{a}_{33} \end{bmatrix}$$

$a_{23} \rightarrow$ menunjukkan elemen yang terletak pada baris kedua dan kolom ketiga

Secara umum

$\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{ij}}$

Menunjukkan elemen yang terletak pada baris ke **i** dan kolom ke **j**

PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN MATRIKS

- ✓ Dua matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan hanya jika *orde* keduanya **SAMA.**
- ✓ Jumlah atau selisihnya diperoleh dengan menambahkan atau mengurangkan elemen–elemen yang bersesuaian.

Contoh

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+1 & 2+8 & 3+9 \\ 5+3 & 7+5 & 6+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 12 \\ 8 & 12 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 12 \\ 9 & 4 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 10 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-3 & 5-7 & 12-1 \\ 9-2 & 4-10 & 8+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 11 \\ 7 & -6 & 13 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS

- ✓ Perkalian dengan skalar: mengalikan dengan sebuah bilangan (skalar) berarti mengalikan masing-masing elemennya dengan bilangan tersebut.

Contoh

$$4 \times \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 2 & 10 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \times 3 & 4 \times 7 & 4 \times 1 \\ 4 \times 2 & 4 \times 10 & 4 \times -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 28 & 4 \\ 8 & 40 & -20 \end{bmatrix}$$

PERKALIAN MATRIKS

- ✓ Perkalian dua buah matriks: dua buah matriks dapat dikalikan hanya jika banyaknya ***kolom*** dalam matriks yang pertama **SAMA** dengan banyaknya ***baris*** dalam matriks kedua.

Contoh

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\cdot5+2\cdot2+3\cdot10 \\ 3\cdot5+5\cdot2+1\cdot10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20+4+30 \\ 15+10+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 \\ 35 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{2 \times \boxed{3 \quad 3} \times 1 = 2 \times 1}$$

Jumlah kolom

Jumlah baris

TRANSPOSE MATRIKS

- ✓ Kolom dan baris dipertukarkan: baris pertama menjadi kolom pertama, baris kedua menjadi kolom kedua, dan seterusnya.
- ✓ Matriks baru tersebut disebut *transpose* dari matriks semula.
- ✓ Jika matriks semula adalah A, maka transposenya dinyatakan dengan $\widetilde{\mathbf{A}}$ atau $\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$

Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$